

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI UDINE



DPIA – Dipartimento Politecnico di Ingegneria e Architettura

Tesi di Dottorato di Ricerca in Ingegneria Civile

Ciclo XXVIII

**Protezione sismica degli edifici:
Capacity Design per strutture in c.a. e
isolamento sismico per edifici storici**

Supervisore

Chiar.mo Prof. Ing. Gaetano Russo

Dottorando

Ing. Daniele Di Luca

Co-Supervisore

Dott. Ing. Margherita Pauletta

2013 - 2015

Sommario

La progettazione delle strutture in zona sismica può seguire due diversi approcci progettuali: il primo, più tradizionale, prevede il danneggiamento controllato delle componenti strutturali, da stabilire sulla base delle loro caratteristiche di resistenza e duttilità, affinché, in occasione di un possibile violento terremoto, l'edificio possa deformarsi senza crollare.

Secondo tale approccio, l'integrità dei pannelli nodali di una struttura a telaio in c.a. deve essere garantita fino alla crisi di tutti gli altri meccanismi resistenti.

Riconoscendo l'importanza della corretta valutazione della risposta di tali elementi strutturali, in questa tesi viene proposta una nuova espressione per il calcolo della resistenza a taglio di nodi esterni trave-pilastro in c.a..

Il secondo approccio progettuale, più moderno, prevede la realizzazione di sistemi per l'isolamento sismico e la dissipazione supplementare di energia.

In questa tesi viene dimostrato come gli isolatori elastomerici fibrorinforzati, non ancorati alla struttura, possono essere utilmente impiegati per migliorare il comportamento sismico di costruzioni in muratura anche di medio-piccola dimensione, con significativo valore storico, artistico e culturale.

Indice

Sommario.....	I
Indice	III
1 Introduzione	1
2 Criteri di progettazione di edifici in zona sismica	6
2.1 Progettazione per resistenza – Esempio nodi trave-pilastro in c.a.	6
2.2 Isolamento sismico	8
2.2.1 Tipologie di isolatore sismico.....	19
3 Resistenza dei nodi esterni trave-pilastro in c.a.	22
3.1 Resistenza a taglio dei nodi esterni in c.a. (<i>Paulay e Priestley, 1991</i>)	25
3.1.1 Azioni nei nodi esterni	25
3.1.2 Meccanismi resistenti a taglio nei nodi esterni	27
3.1.3 Ruolo dell'ancoraggio nello sviluppo della resistenza del nodo	30
3.1.4 Contributo del meccanismo a puntone diagonale	32
3.1.5 Contributo alla resistenza a taglio del meccanismo di confinamento a traliccio ed armatura richiesta	35
3.2 Nuova Formula di Resistenza a Taglio.....	36
3.2.1 Teoria di riferimento – procedura di <i>Hwang e Lee (1999)</i>	36
3.2.2 Teoria di riferimento – procedura di <i>Park e Mosalam (2012)</i>	48
3.2.3 Formulazione proposta.....	57
3.2.3.1 Meccanismo diagonale basato su puntoni di calcestruzzo	59
3.2.3.2 Meccanismi di confinamento.....	65
3.2.3.3 Nuova espressione proposta.....	66
3.2.4 Confronto con modelli di riferimento.....	68
3.2.5 Formula di progetto	70
3.2.5.1 Confronto con espressioni normative.....	71
4 Isolamento di edifici esistenti di valore storico-artistico-culturale.....	73

4.1	Isolatori elastomerici convenzionali (<i>SREIs</i>) e fibro-rinforzati (<i>U-FREIs</i>).....	74
4.1.1	Metodo di inserimento dei dispositivi <i>U-FREIs</i>	76
4.2	Progettazione Isolatori Elastomerici convenzionali (<i>SREIs</i>)	80
4.2.1	Valutazione dei carichi verticali massimi sui dispositivi	81
4.2.2	Tensione verticale ammissibile su un isolatore	82
4.2.3	Valutazione area di base <i>A</i> dell'isolatore	82
4.2.4	Scelta del periodo di isolamento <i>Tis</i>	84
4.2.4.1	Valutazione della rigidezza <i>Keq</i> richiesta.....	84
4.2.5	Valutazione dello spessore totale degli strati di gomma <i>te</i>	84
4.2.6	Controllo fattore di forma primario <i>S1</i> e scelta della mescola.....	85
4.2.7	Valutazione altezza singolo strato in gomma <i>ti</i>	86
4.2.8	Controllo fattore di forma secondario <i>S2</i>	86
4.2.9	Dimensionamento del rinforzo	87
4.2.10	Verifica deformazione a taglio e spostamento massimo degli isolatori ..	88
4.2.11	Valutazione dello spostamento di progetto (<i>SLC</i>) <i>dE</i>	88
4.2.12	Verifica di instabilità	89
4.2.13	Verifica deformazione massima a taglio	90
4.2.14	Legame <i>FH – d</i> non lineare	90
4.3	Proposta metodo per la progettazione di Isolatori Fibro-Rinforzati (<i>U-FREIs</i>)	93
4.3.1	Valutazione dei carichi verticali sui dispositivi	94
4.3.2	Tensioni verticali limite sui dispositivi	94
4.3.3	Valutazione area di base <i>A</i> dell'isolatore	95
4.3.4	Scelta del periodo di isolamento <i>Tis</i>	95
4.3.4.1	Valutazione della rigidezza <i>Keq</i> richiesta.....	95
4.3.5	Valutazione dello spessore totale degli strati di gomma <i>te</i>	96
4.3.5.1	Area di contatto <i>A *</i> di un dispositivo U-FREI quadrato.....	96
4.3.5.2	Abbassamento η del dispositivo U-FREI.....	97
4.3.5.3	Modulo di comprimibilità apparente <i>Ec</i>	98
4.3.6	Prima procedura iterativa (valutazione di <i>S1</i> , <i>ti</i> ed <i>Ec</i>)	100

4.3.7	Seconda procedura iterativa (valutazione μ_0 , A^* e t_e per <i>U-FREI</i> quadrato)	102
4.3.8	Validazione procedura di pre-dimensionamento	104
4.3.9	Fattore di forma secondario S_2 e <i>Roll Out</i>	105
4.3.10	Valutazione del carico critico per dispositivi <i>U-FREIs</i>	107
4.3.11	Verifica deformazione massima a taglio	109
4.3.12	Verifica a slittamento	109
4.3.13	Legame $FH - d$ non lineare	110
4.3.14	Legame $\sigma - \eta$ non lineare	111
5	Caso di studio	113
5.1	Comportamento sismico degli edifici in muratura	115
5.2	Comportamento meccanico della muratura	118
5.2.1	Modelli elasto-plastici per la muratura	121
5.2.1.1	Criterio di Mohr-Coulomb	127
5.2.1.2	Criterio di Drucker-Prager	132
5.2.2	Criterio di rottura di <i>Willam-Warnke</i>	133
5.2.2.1	Compressione triassiale ($\sigma_1 \leq 0$)	134
5.2.2.2	Tensione uniassiale e Compressione biassiale ($\sigma_1 \geq 0 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$)	136
5.2.2.3	Tensione biassiale e Compressione uniassiale ($\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq 0 \geq \sigma_3$)	136
5.2.2.4	Tensione triassiale ($\sigma_3 \geq 0$)	137
5.3	Descrizione edificio	138
5.4	Modellazione ed analisi dell'edificio a base fissa	144
5.4.1	Caratterizzazione meccanica della muratura	145
5.4.2	Definizione dell'azione sismica per <i>Time History Analysis</i>	147
5.4.2.1	Spettri di risposta elastici (SLV - SLC)	148
5.4.2.2	Spettro-compatibilità degli accelerogrammi	150
5.4.3	Analisi con <i>ANSYS Mechanical APDL</i>	153
5.4.3.1	Modellazione della frattura (crack) e della completa rottura (crush)	153
5.4.3.2	Modellazione del comportamento elasto-plastico della muratura	157
5.4.3.3	Modellazione dell'edificio a base fissa	158

5.4.3.4	Analisi modale preliminare.....	159
5.4.3.5	Full Transient Analysis	163
5.4.3.6	Configurazione 1 (senza tiranti in acciaio)	166
5.4.3.7	Configurazione 2 (stato di fatto)	174
5.4.3.8	Configurazione 3.....	176
5.4.3.9	Configurazione 4.....	179
5.4.4	Analisi con <i>SAP2000</i>	181
5.4.4.1	Modellazione dell'edificio a base fissa	182
5.4.4.2	Analisi modale preliminare.....	183
5.4.4.3	(Non-Linear) Modal Time-History Analysis.....	187
5.4.5	Confronto per la <i>Configurazione 1</i>	189
5.4.6	Confronto per la <i>Configurazione 2</i>	192
5.4.7	Confronto per la <i>Configurazione 3</i>	194
5.4.8	Confronto per la <i>Configurazione 4</i>	198
5.4.9	Periodo di ritorno massimo associato alla risposta elastica	202
5.5	Dimensionamento del sistema di isolamento.....	204
5.5.1	Dimensionamento dispositivo <i>SREI</i>	207
5.5.1.1	Stima efficienza del sistema di isolamento	209
5.5.2	Dimensionamento dispositivo <i>U-FREI</i>	211
5.5.2.1	Stima efficienza del sistema di isolamento	212
5.5.3	Confronto tra gli isolatori elastomerici progettati.....	213
5.6	Modellazione ed analisi dell'edificio isolato alla base mediante <i>U-FREI/s</i>	214
5.6.1	Modellazione del dispositivo <i>U-FREI</i>	215
5.6.1.1	Assemblaggio degli NLink	219
5.6.1.2	Parametri del caso studio.....	222
5.6.2	Analisi modale preliminare.....	223
5.6.3	Non-Linear Modal Time History Analysis.....	225
5.6.4	Configurazione 2 (stato di fatto).....	226
5.6.4.1	Spostamenti massimi	226
5.6.4.2	Taglio alla base	228
5.6.4.3	Periodo di ritorno massimo associato alla risposta elastica	230

5.6.5	Configurazione 3	230
5.6.5.1	Spostamenti massimi	230
5.6.5.2	Taglio alla base	231
5.6.5.3	Periodo di ritorno massimo associato alla risposta elastica	234
5.6.6	Configurazione 4	235
5.6.6.1	Spostamenti massimi	235
5.6.6.2	Taglio alla base	236
5.6.6.3	Periodo di ritorno massimo associato alla risposta elastica	239
6	Conclusioni	241
	Appendice	248
	Bibliografia	257

1 Introduzione

La ripetuta osservazione degli effetti indotti dai terremoti nelle costruzioni ha permesso di riconoscere errori progettuali, o eventualmente esecutivi, che innescano il verificarsi del danneggiamento delle costruzioni, la cui gravità è da mettere in relazione con la prestazione richiesta all'edificio (i.e. approccio agli *Stati Limite*).

A tal riguardo, la normativa tecnica nazionale (D.M. 14 gennaio 2008) elenca una serie di regole il cui rispetto permette, essenzialmente, di salvaguardare la vita degli occupanti (*SLV* e *SLC*) e l'integrità degli elementi strutturali e non (*SLD* e *SLO*).

Per la valutazione della sicurezza degli edifici esistenti, il modello di calcolo dovrà allora essere scelto dal Progettista "*in relazione al comportamento strutturale attendibile della costruzione*", ovvero sulla base dei rilievi effettuati, delle informazioni disponibili ed utilizzando coefficienti parziali di sicurezza aggiuntivi (*fattori di confidenza*) per tenere conto delle eventuali "*carenze nella conoscenza*" delle caratteristiche dell'edificio.

Durante la fase conoscitiva, particolare importanza dovrà essere rivolta alla valutazione della duttilità che l'edificio è in grado di esprimere: è noto infatti come una costruzione realizzata con materiali, dettagli costruttivi e meccanismi resistenti in grado di sopportare cicli di sollecitazione/deformazione oltre la soglia elastica, non sia soggetta a crolli improvvisi, il cui esito è invece spesso drammatico.

Nel caso degli edifici di nuova costruzione, tale requisito può essere raggiunto, sulla base dello schema statico concepito, identificando particolari zone "*critiche*" o "*dissipative*" nelle quali la maggior parte dell'energia sismica di *input* verrà dissipata per isteresi, ovvero attraverso il loro danneggiamento. Perché ciò avvenga "*le parti non dissipative ed i collegamenti delle parti dissipative al resto della struttura*" dovranno possedere "*nei confronti delle zone dissipative, una sovraresistenza sufficiente a consentire lo sviluppo in esse della plasticizzazione ciclica*" (D.M. 2008 par. 7.2.1).

Tale approccio alla progettazione segue la filosofia della "*gerarchia delle resistenze*" (o *Capacity Design*) che forza l'ordine di sviluppo dei meccanismi di rottura partendo da quello più duttile fino a quello più fragile (i.e. meno dissipativo), ovvero, nel caso di una struttura a telaio in calcestruzzo armato: flessione delle travi, taglio delle travi, flessione dei pilastri, taglio dei pilastri, taglio dei nodi.

L'ordine sopraindicato evidenzia come, in un telaio in c.a., l'integrità dei pannelli nodali debba essere garantita fino al cedimento di tutti gli altri meccanismi resistenti.

L'esperienza ha messo in luce infatti come il crollo repentino di edifici con struttura in c.a. sia spesso riconducibile alla crisi per taglio dei nodi – da intendere come parte integrante dei pilastri (Fig. 1.1). La corretta valutazione della resistenza di tali elementi risulta quindi particolarmente significativa, soprattutto nel caso in cui si voglia stimare la capacità di attingere alle proprie riserve di duttilità da parte di una simile tipologia strutturale.

La filosofia del *capacity design*, mentre si rivela molto efficace nella progettazione di strutture nuove in c.a., è difficilmente utilizzabile per strutture in muratura, a meno che non si tratti di muratura armata, e non è assolutamente applicabile nel caso di costruzioni in muratura esistenti.

Dotate di scarsa duttilità, ma estremamente diffuse, le costruzioni in muratura, infatti, costituiscono storicamente la tipologia strutturale più vulnerabile sismicamente (Qamarruddin, 1998). Pur evidenziando una risposta sismica influenzata dalle particolari caratteristiche tipologico-costruttive, i meccanismi di danno negli edifici in muratura non sono generalmente di tipo duttile e vengono solitamente ricondotti a due macro-categorie: meccanismi di *primo modo*, legati al comportamento “*fuoripiano*” delle pareti (i.e. possibile ribaltamento), e meccanismi di *secondo modo*, connessi invece alla risposta “*nel piano*” delle pareti (i.e. danneggiamento per taglio e flessione).

La scarsa capacità delle pareti di resistere ad azioni fuori piano, unita all'implicita fragilità del materiale, rende fondamentale, per tale tipologia strutturale, un buon ammorsamento tra pareti ortogonali e la presenza di elementi di collegamento che permettano una risposta globale dell'edificio, ovvero la collaborazione tra tutte le sue componenti. Tale requisito può essere soddisfatto grazie all'auspicabile presenza di un solaio rigido, oppure, ad esempio, attraverso l'inserimento di catene metalliche.

Tuttavia, sebbene la realizzazione di tali interventi renda possibile la definizione di una vulnerabilità globale per l'edificio, deve essere considerato anche il possibile instaurarsi di meccanismi di primo modo sviluppati su porzioni di pareti non vincolate (Cattari et al., 2005).

Nonostante l'ampia condivisione, a livello internazionale, dei fondamentali criteri di progettazione ed adeguamento sismico degli edifici, cui sopra si è brevemente fatto cenno, le recenti, tragiche conseguenze dei terremoti in Afghanistan (2015), Nepal (2015) e Cina (2014) hanno evidenziato numerosi crolli anche tra gli edifici di recente costruzione. Nel caso del terremoto di *Haiti* del 12 gennaio 2010, è stato registrato il crollo di 30.000 strutture commerciali e 250.000 edifici residenziali (Fig. 1.1 (c)), tra le cui macerie hanno perso la vita oltre 200.000 persone; tale drammatico bilancio può essere ora attribuito ad errori progettuali compiuti sistematicamente, per decenni, a causa della

prolungata assenza di un codice normativo di riferimento, e all'utilizzo di materiali scadenti, permesso dall'assenza di qualsiasi organo di controllo (Nienhuys, 2010).



Fig. 1.1. Collasso di edifici con rottura dei nodi trave-pilastro: (a) *Izmit* (Turchia) - 17 agosto 1999 (Sezen et al., 2000); (b) *Chi-Chi* (Taiwan) - 21 settembre 1999 (Uang et al., 1999); (c) *Leogane* (Haiti) - 12 gennaio 2010 (autore: *Eduardo Fierro*).

Nel caso di terremoti di simile violenza, risulta in ogni caso chiaro come il controllo dell'energia dissipata attraverso i danneggiamenti (i.e. *capacity design*) non possa

essere l'unico approccio progettuale da seguire: quando i danni sono distribuiti su grande scala, infatti, gli oneri per la ricostruzione potrebbero essere difficilmente sopportabili.

Considerata la grande diffusione degli edifici di medio-piccola dimensione, soprattutto residenziali, ma spesso, come in Italia, anche di rilevante importanza storica, artistica e culturale, diventa allora particolarmente significativa la disponibilità di sistemi antisismici che siano al contempo efficaci, di semplice posa ed economicamente accessibili a tutti.

Nel caso di costruzioni caratterizzate da bassi periodi propri di oscillazione (e.g. $0,1 \div 0,5 s$ – tipici degli edifici in muratura), simili a quelli di vibrazione del terreno, una soluzione particolarmente efficace è costituita dall'isolamento alla base, che consiste nell'introduzione di dispositivi a bassa rigidezza orizzontale tra sotto e sovrastruttura, noti come isolatori sismici.

Il sistema di isolamento riduce le accelerazioni, e quindi le forze d'inerzia, trasmesse dal terreno alla sovrastruttura. L'edificio isolato si muove rigidamente nel piano orizzontale, ovvero con piccoli valori di spostamento d'interpiano e, quindi, senza danneggiamento delle parti strutturali né, con buona approssimazione, di quelle non-strutturali o di ciò che vi è contenuto.

Gli isolatori sismici più diffusi sono quelli ad attrito pendolare (*FPS – Friction Pendulum System*) ed i dispositivi elastomerici “convenzionali” (*SREIs – Steel Reinforced Elastomeric Isolators*), i cui costi tuttavia ne hanno limitato l'utilizzo, riservato finora quasi esclusivamente ad edifici di grande mole o significativa importanza strategica.

Una possibile alternativa, attualmente ancora oggetto di ricerca (Kelly, 2002; Tsai et al., 2002; Toopchi-Nezhad et al., 2008; Toopchi-Nezhad et al., 2009; Konstantinidis et al., 2014; Das et al., 2015), è costituita dagli isolatori elastomerici fibro-rinforzati non ancorati alla struttura (*U-FREIs – Unbonded Fiber Reinforced Elastomeric Isolators*).

Rispetto al tradizionale dispositivo *SREI*, dotato di rinforzi in acciaio, il dispositivo *U-FREI* è dotato di rinforzi in tessuto di fibra di carbonio (o vetro, a trama bi- o quadri-direzionale) e, poiché semplicemente interposto tra sotto e sovrastruttura, non necessita delle pesanti piastre terminali di ancoraggio. Il risultato è un isolatore che appare ugualmente efficace, rispetto agli isolatori elastomerici convenzionali, ma più leggero (e quindi di facile posa) ed economico (Kelly, 2002).

Inoltre, è possibile prevedere un processo manifatturiero per la produzione di fogli o nastri di grande dimensione, con strati alterni di fibra ed elastomero, dai quali ritagliare i singoli dispositivi *U-FREIs*. In questo modo gli isolatori potrebbero avere forma qualsiasi e non essere più vincolati a specifiche dimensioni commerciali.

Tali caratteristiche potrebbero favorire il ricorso all'isolamento alla base sia per la costruzione di edifici nuovi di tipo residenziale, che per migliorare il comportamento sismico di numerose costruzioni in muratura e pietra presenti in Italia, di medio-piccole dimensioni, ma significativo valore storico, artistico e culturale.

2 Criteri di progettazione di edifici in zona sismica

Un evento tellurico genera nella struttura forze d'inerzia proporzionali al prodotto delle masse portate per le accelerazioni indotte dalle vibrazioni del terreno; poiché la progettazione delle strutture, in generale, si fonda sul soddisfacimento della disequazione:

$$CAPACITA' \geq DOMANDA \quad (\text{Dolce et al., 2010}) \quad (2.1)$$

dove la *capacità* dipende dalle caratteristiche di *resistenza* e *duttilità* (deformabilità in campo non lineare) della struttura, ne consegue che, in ambito sismico, la *domanda* è determinata dal moto del terreno (*input* sismico).

Per soddisfare tale requisito si possono seguire due diversi approcci progettuali: il primo, più tradizionale, si basa sul compromesso tra incremento della resistenza ed ottimizzazione delle caratteristiche di duttilità della struttura; il secondo, più moderno, prevede l'utilizzo di dispositivi come gli **isolatori sismici**, che riducono la *domanda* attraverso il disaccoppiamento del moto del terreno da quello della sovrastruttura, ed i **dissipatori**, che aumentano artificialmente lo smorzamento naturale del corpo strutturale per ridurre le escursioni in campo plastico.

2.1 Progettazione per resistenza – Esempio nodi trave-pilastro in c.a.

Come noto, l'incremento della *resistenza* dell'apparato strutturale richiede generalmente la progettazione di elementi dal maggiore ingombro geometrico ed eventualmente il ricorso a materiali dotati di caratteristiche meccaniche superiori.

Progettare in funzione della sola *resistenza*, escludendo perciò qualsiasi danno strutturale, genera costi via via maggiori all'aumentare dell'intensità del sisma, nonostante diminuisca la probabilità che un terremoto di maggiore intensità si verifichi durante la vita nominale dell'edificio.

Tuttavia, si è osservato che al danneggiamento strutturale non corrisponde obbligatoriamente una condizione di collasso: gli elementi strutturali posseggono, infatti, la capacità di sostenere escursioni in campo plastico durante le quali mantengono pressoché costante la loro forza resistente (comportamento duttile). La progettazione

per azioni sismiche avviene allora valutando la *resistenza* della struttura in funzione della *duttilità* che la stessa garantisce.

I moderni codici sismici consentono il ricorso alla duttilità strutturale per soddisfare la disequazione (2.1) e per questa ragione pongono particolari condizioni su grandezze legate alla deformazione.

La capacità di resistere ad un evento sismico da parte di una struttura dipende quindi dalla possibilità di dissipare l'energia prodotta dal sisma: una migliore risposta in termini dissipativi si otterrà facendo sì che le deformazioni inelastiche si distribuiscano nel maggior numero possibile di elementi duttili. In questo senso, per garantire la *capacità* della struttura di sopportare il possibile evento sismico, l'*approccio tradizionale* alla progettazione antisismica degli edifici ricorre alla filosofia del *Capacity Design*, o "*gerarchia delle resistenze*".

Per "*gerarchia delle resistenze*" si intende l'insieme di regole da seguire nella progettazione degli elementi strutturali (travi, pilastri, nodi, ...), a seconda del comportamento e dell'importanza che essi assumono nella costruzione. Il rispetto di tali principi garantisce infatti che la formazione dei meccanismi duttili, come la flessione, preceda quella dei meccanismi meno dissipativi, come il taglio, o ancora, ad esempio, che la rottura degli elementi trave anticipi quella dei pilastri, questi ultimi compressi e quindi meno duttili.

In particolare, è nota la criticità dei nodi trave-pilastro in c.a., il cui comportamento è controllato dal taglio e da meccanismi legati all'aderenza, entrambi con scarse proprietà dissipative. Come indicato in letteratura (Paulay & Priestley, 1992), infatti, per ottenere un buon comportamento del pannello nodale è utile prestare attenzione alle seguenti regole generali:

- la resistenza del nodo non deve essere inferiore alla massima domanda corrispondente alla formazione di cerniere plastiche nel telaio; si evita così la necessità di riparare una regione relativamente inaccessibile e la formazione di un meccanismo fragile, quale la rottura per taglio, caratterizzato dal rapido degrado della resistenza quando soggetto ad azioni cicliche in campo plastico;
- la capacità di resistenza del pilastro non deve essere compromessa dal possibile degrado della resistenza del nodo, da intendere invece come parte integrante del pilastro stesso;
- durante moderati sciami sismici, è preferibile che il nodo risponda in campo elastico. Viceversa, quando la struttura è soggetta ad un eccezionale spostamento laterale e quindi ad una elevata richiesta di duttilità, deformazioni plastiche nel nodo sono ritenute accettabili;

- le deformazioni del nodo non devono provocare incrementi significativi dello spostamento d'interpiano;
- le armature del nodo devono assicurare un livello prestazionale soddisfacente senza creare difficoltà operative nelle fasi di realizzazione.

2.2 Isolamento sismico

Elevate richieste di duttilità, per terremoti di medio-alta intensità, implicano il danneggiamento di elementi strutturali, finiture architettoniche, impianti ed in generale di tutto ciò che è contenuto all'interno dell'edificio stesso e, di conseguenza, il rischio di essere costretti a sostenere costi elevati per l'interruzione del servizio e la riparazione dei danni stessi.

Questa considerazione ha spinto la ricerca di soluzioni alternative per il soddisfacimento della disequazione (2.1), non più volte all'incremento della *capacità*, quanto al controllo della *domanda*, ovvero alla riduzione dell'*input* sismico.

Per comprendere più chiaramente tale approccio, può essere utile schematizzare il comportamento di un edificio con quello di un pendolo ad 1 grado di libertà (i.e. traslazione orizzontale u), incastrato a terra, di massa m (concentrata all'estremità superiore), rigidità alla traslazione orizzontale $k(u)$ e coefficiente di smorzamento viscoso equivalente c (Fig. 2.1).

Come noto, l'equazione di equilibrio dinamico del pendolo semplice, soggetto ad una forzante sismica, è:

$$m \ddot{d}(t) + c \dot{u}(t) + f_s(t) = 0 \quad (2.2)$$

dove:

$$d(t) = u(t) + d_g(t) \quad \text{spostamento orizzontale assoluto della massa } m; \quad (2.3)$$

$u(t)$ spostamento della massa m rispetto a sistema di riferimento solidale al terreno;

$d_g(t)$ spostamento del sistema di riferimento solidale del terreno;

$$c = 2m\omega_0\xi \quad \text{coefficiente di smorzamento viscoso equivalente}; \quad (2.4)$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad \text{frequenza di oscillazione propria dell'oscillatore}; \quad (2.5)$$

$\xi = \frac{c}{c_{cr}}$ fattore di smorzamento viscoso equivalente (i.e. rapporto di smorzamento);

$f_s(t)$ forza di richiamo (se comportamento elastico: $k(u) = k \Rightarrow f_s(t) = k u(t)$).

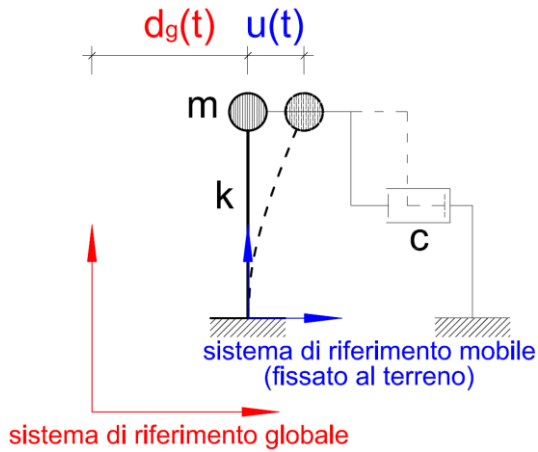


Fig. 2.1. Schematizzazione del pendolo semplice (1 *gdl*) soggetto a forzante sismica e notazione utilizzata (in rosso e blu i sistemi di riferimento considerati; le linee tratteggiate descrivono la configurazione deformata generica al tempo *t*).

Integrando l'espressione (2.2) rispetto allo spostamento relativo $u(t)$ ed omettendo, per semplicità di lettura, la variabile temporale t , si ottiene la seguente equazione di bilancio energetico:

$$\int m \ddot{d} du + \int c \dot{u} du + f_s(t) = 0 \tag{2.6}$$

Per identificarne il diverso significato, i tre addendi dell'espressione (2.6) vengono studiati separatamente:

$$\begin{aligned} \text{a) } \int m \ddot{d} du &= \int m \ddot{d} (dd - dd_g) = \int m \ddot{d} dd - \int m \ddot{d} dd_g = \\ &= \int m \frac{\dot{d}}{dt} dd - \int m \ddot{d} dd_g = \int m \dot{d} dd - \int m \ddot{d} dd_g = \frac{1}{2} m \dot{d}^2 - E_I = \\ &= E_K - E_I \end{aligned}$$

dove:

$$\begin{aligned} E_I &= \int m \ddot{d} dd_g \quad \text{energia sismica in ingresso (input);} \\ E_K &= \frac{1}{2} m \dot{d}^2 \quad \text{energia cinetica del sistema;} \end{aligned} \tag{2.7}$$

$$\text{b) } \int c \dot{u} du = \int c \dot{u} (\dot{u} dt) = \int c \dot{u}^2 dt = E_\xi$$

con:

$$E_\xi = \int c \dot{u}^2 dt \quad \text{energia dissipata per smorzamento viscoso equivalente;}$$

$$\text{c) } f_s(t) = \int k(u) u du = E_S + E_H \quad \text{(comportamento non lineare/dissipativo)}$$

dove:

$E_S = \frac{1}{2} k u^2$ energia elastica di deformazione;

E_H energia di isteresi (tiene conto delle deformazioni permanenti del materiale).

Sulla base delle espressioni a), b) e c), il bilancio energetico espresso dall'equazione (2.6) può essere riscritto come:

$$E_K + E_\xi + E_S + E_H = E_I \quad (2.8)$$

Come anticipato, lo scopo dell'isolamento sismico è quello di ridurre le escursioni in campo post-elastico degli elementi strutturali attraverso la riduzione dell'*input* sismico: in questo senso, il bilancio espresso dall'eq. (2.8) evidenzia come la riduzione dell'energia in ingresso E_I permette di ridurre i termini energetici legati allo spostamento relativo u della sovrastruttura e, quindi, la domanda di duttilità (i.e. danneggiamento).

Ricordando l'espressione (2.7) per il calcolo di E_I , si osserva come la riduzione dell'*input* sismico può essere conseguita diminuendo l'accelerazione $\ddot{d}(t)$ della massa oscillante m rispetto al sistema di riferimento assoluto: l'isolamento sismico realizza tale compito indirettamente, ovvero riducendo l'accelerazione relativa $\ddot{u}(t)$. Infatti, da (2.3):

$$d(t) = u(t) + d_g(t) \Rightarrow \ddot{d}(t) = \ddot{u}(t) + \ddot{d}_g(t) \quad (2.9)$$

Operativamente, la posa di dispositivi dotati di bassa rigidità laterale alla base della struttura (oppure tra la pila e l'impalcato nel caso dei ponti) riduce il termine \ddot{u} (eq. (2.9)) attraverso l'incremento del periodo fondamentale di oscillazione della sovrastruttura.

Per comprendere più chiaramente tale meccanismo, l'equilibrio dinamico di un pendolo semplice, già espresso dall'eq. (2.2), viene riscritto come:

$$m \ddot{d}(t) + c (\dot{d}(t) - \dot{u}_g(t)) + k (d(t) - u_g(t)) = 0 \quad (2.10)$$

Indicando la forzante sismica in termini di spostamento del terreno $u_g(t)$, si ha:

$$u_g(t) = \tilde{u}_g e^{j\omega t} \Rightarrow \dot{u}_g(t) = j\omega u_g(t) \Rightarrow \ddot{u}_g(t) = -\omega^2 u_g(t) \quad (2.11)$$

con:

ω frequenza della forzante esterna (e.g. funzione armonica, per maggiore semplicità);

\tilde{u}_g ampiezza dell'oscillazione della forzante.

La risposta della struttura assume quindi la forma:

$$d(t) = \tilde{d} e^{j\omega t} \Rightarrow \dot{d}(t) = j\omega d(t) \Rightarrow \ddot{d}(t) = -\omega^2 d(t) \quad (2.12)$$

dove \tilde{d} è l'ampiezza massima dell'oscillazione del pendolo semplice, cioè della struttura soggetta alla forzante $u_g(t)$.

Sostituendo le eqq. (2.4) e (2.5) nella (2.10) e dividendo per m , si ottiene (omettendo il parametro temporale t):

$$\ddot{d} = -2\omega_0\xi(\dot{d} - \dot{u}_g) - \omega_0^2(d - u_g) \quad (2.13)$$

Sostituendo l'eq. (2.12) nella (2.13) e dividendo per $e^{j\omega t}$, attraverso alcuni passaggi algebrici si ottiene:

$$\frac{\tilde{d}}{\tilde{u}_g} = N = \frac{1 + j 2\xi \frac{\omega}{\omega_0}}{\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}\right) + j 2\xi \frac{\omega}{\omega_0}} \Rightarrow N = \sqrt{\frac{1 + 4\xi^2 \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}{\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}\right)^2 + 4\xi^2 \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}} \quad \text{Fattore di Amplificazione} \quad (2.14)$$

Il fattore N espresso dall'eq. (2.14) rappresenta l'amplificazione della risposta della struttura (d) rispetto allo spostamento che il sisma genera nel terreno (u_g).

Come si osserva dall'eq. (2.14), per una struttura infinitamente rigida (i.e. $\omega_0 \rightarrow \infty$), non c'è amplificazione del segnale (i.e. $N \rightarrow 1$), mentre se la frequenza della forzante ω uguaglia quella naturale della struttura (i.e. $\omega = \omega_0$), allora l'amplificazione è massima:

$$\text{se ad esempio } \xi = 5\% \Rightarrow N = \frac{\sqrt{1 + 4\xi^2}}{2\xi} = 10.$$

Imponendo $\omega \gg \omega_0$ (i.e. struttura molto flessibile), dall'eq. (2.14) si ha:

$$N_{lim} = \lim_{\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right) \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{1 + 4\xi^2 \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}{\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}\right)^2 + 4\xi^2 \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}} \approx 2\xi \frac{\omega_0}{\omega} \rightarrow 0 \quad (2.15)$$

L'andamento del fattore di amplificazione N , in funzione del rapporto delle frequenze $\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)$ è riportato in Fig. 2.2.

L'eq. (2.15) evidenzia come, per ottenere una grande riduzione della risposta al sisma, è necessario che il rapporto tra le frequenze $\frac{\omega}{\omega_0}$ sia grande: tale requisito può quindi essere soddisfatto grazie all'introduzione di un sistema di isolamento sismico con bassa frequenza di oscillazione ($\omega_0 = \omega_{isolamento}$).

Con particolare riferimento al grafico in Fig. 2.2, si osserva come per ottenere un fattore di amplificazione $N \cong \frac{1}{10}$, il rapporto tra le frequenze di *input* e della struttura (isolata) deve essere $\frac{\omega}{\omega_{isolamento}} \approx 3$, che costituisce un valore comunemente utilizzato per dimensionare un efficace sistema di isolamento alla base.

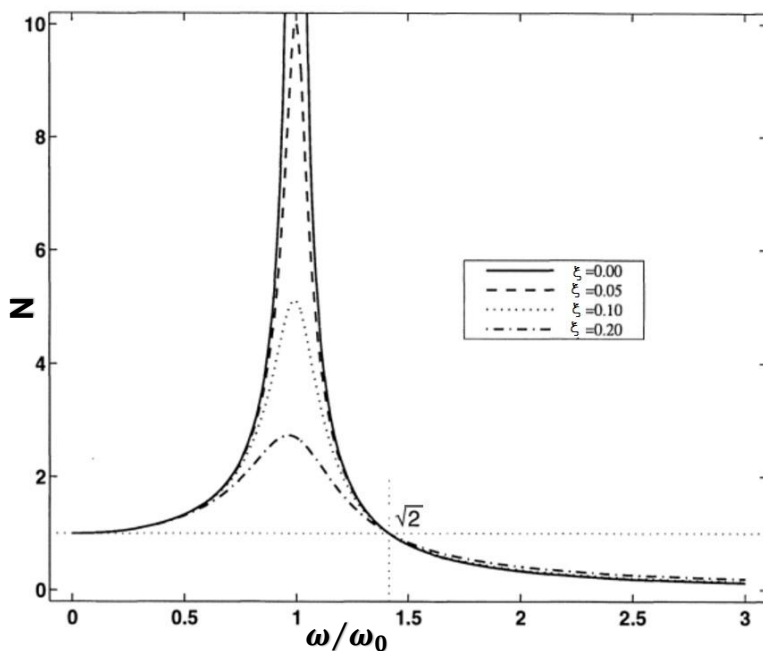


Fig. 2.2. Fattore di amplificazione della risposta (eq. (2.14)). Si osserva come i picchi di abbassino al crescere del fattore di smorzamento viscoso equivalente ξ del sistema (Kelly, 1996).

Per comprendere più approfonditamente le principali peculiarità dell'isolamento sismico, è utile rifarsi alla semplice teoria lineare presentata da Kelly (1996), ma ripresa anche recentemente da altri autori (Dolce et al., 2010), dove la generica configurazione deformata del sistema isolato viene descritta attraverso un modello a due gradi di libertà (Fig. 2.3), ovvero:

- spostamento orizzontale d_b del piano di isolamento (di massa m_b , poggiate su dispositivi di rigidezza laterale totale k_b e coefficiente di smorzamento viscoso equivalente c_b);
- spostamento orizzontale d_s della sovrastruttura (di massa m_s , concentrata all'estremità superiore della struttura stessa, rigidezza laterale (totale) k_s e coefficiente di smorzamento viscoso equivalente c_s),

con:

d_g spostamento del sistema di riferimento relativo (i.e. spostamento del terreno);

u_b spostamento relativo della massa m_b (associata al piano di isolamento);

v_s spostamento relativo della massa m_s (associata alla sovrastruttura) rispetto a m_b .

Il sistema isolato viene studiato in campo lineare attraverso analisi modale, assegnando rigidezze laterali e fattori di smorzamento viscoso equivalente; un sistema a 2 *gdl* può essere decomposto in 2 modi vibrazionali, che in questo caso vengono

determinati risolvendo le equazioni di equilibrio dinamico associate ai sottosistemi evidenziati in Fig. 2.3, come riportato nel seguito:

$$m_s \ddot{d}_s(t) + c_s \dot{v}_s(t) + k_s v_s(t) = 0 \quad \text{sottosistema 1} \quad (2.16)$$

$$m_s \ddot{d}_s(t) + m_b \ddot{d}_b(t) + c_b \dot{u}_b(t) + k_b u_b(t) = 0 \quad \text{sottosistema 2} \quad (2.17)$$

In Fig. 2.3 si illustrano il modello e la notazione utilizzati per la schematizzazione semplificata (2 *gdl*) di una struttura isolata alla base soggetta a forzante sismica. Lo spostamento al generico istante temporale rispetto al sistema di riferimento assoluto viene indicato con la lettera d , quello rispetto al sistema di riferimento mobile (fissato al terreno) con la lettera u ; v_s rappresenta lo spostamento relativo tra le due masse oscillanti. Nei riquadri in verde e rosso si evidenziano i sottosistemi rispetto ai quali sono state definite le equazioni di equilibrio dinamico (eq. (2.16) - (2.17)).

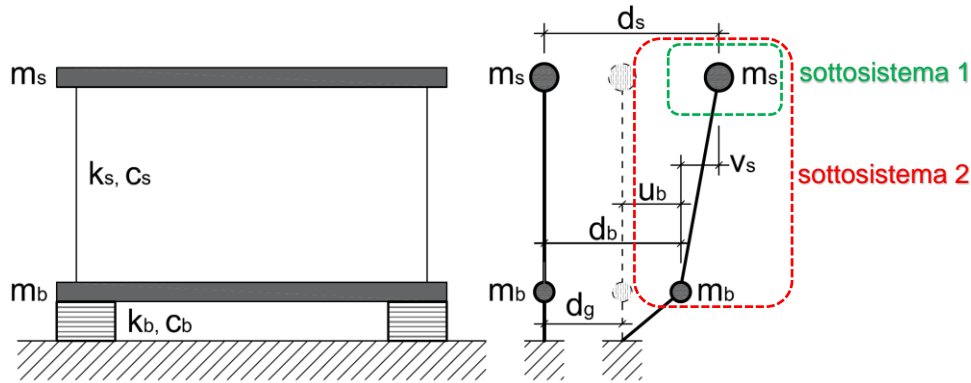


Fig. 2.3. Modello e notazione utilizzati per la schematizzazione semplificata (2 *gdl*) di una struttura isolata alla base soggetta a forzante sismica. In grigio, tratteggiata, la configurazione indeformata.

Trascurando di riportare il riferimento temporale (t) e ricordando che:

$$d_b = d_g + u_b; \quad (2.18)$$

$$d_s = d_b + v_s = d_g + u_b + v_s \quad (2.19)$$

le eqq. (2.16) e (2.17) possono essere riscritte come:

$$m_s \ddot{u}_b + m_s \ddot{v}_s + c_s \dot{v}_s + k_s v_s = -m_s \ddot{d}_g; \quad (2.20)$$

$$M \ddot{u}_b + m_s \ddot{v}_s + c_b \dot{u}_b + k_b u_b = -M \ddot{d}_g \quad (2.21)$$

con $M = m_s + m_b$.

Riscrivendo le eqq. (2.20) e (2.21) in forma matriciale si ha:

$$\mathbf{M} \dot{\mathbf{v}} + \mathbf{C} \dot{\mathbf{v}} + \mathbf{K} \mathbf{v} = -\mathbf{M} \mathbf{r} \ddot{d}_g \quad (2.22)$$

dove:

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} M & m_s \\ m_s & m_s \end{bmatrix}; \mathbf{C} = \begin{bmatrix} c_b & 0 \\ 0 & c_s \end{bmatrix}; \mathbf{K} = \begin{bmatrix} k_b & 0 \\ 0 & k_s \end{bmatrix}; \mathbf{v} = \begin{bmatrix} u_b \\ v_s \end{bmatrix}; \mathbf{r} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Imponendo che la soluzione dell'eq. (2.22) abbia la forma:

$$\mathbf{v}(t) = \mathbf{D} e^{j\omega t} \Rightarrow \ddot{\mathbf{v}}(t) = -\omega^2 \mathbf{v}(t) \quad \text{con } \mathbf{D} \in \mathbb{R}^2; \omega \in \mathbb{R} \quad (2.23)$$

le frequenze naturali del sistema si ottengono dalla soluzione delle equazioni di moto di un oscillatore (2-gdl) libero e non smorzato che, utilizzando l'eq. (2.23) nella (2.23) ($\ddot{d}_g = 0$; $\mathbf{C} = \mathbf{0}$), possono essere espresse nella seguente forma matriciale:

$$(-\omega^2 \mathbf{M} + \mathbf{K}) \mathbf{D} e^{j\omega t} = 0 \Rightarrow (\omega^2 \mathbf{M} - \mathbf{K}) \mathbf{D} = 0 \quad (2.24)$$

Ogni coppia $(\mathbf{D}^{(i)}, \omega_i)$ soluzione dell'eq. (2.24) prende il nome di autocoppia generalizzata di \mathbf{M} e \mathbf{K} (associata al modo i -esimo), con $\mathbf{D}^{(i)}$ autovettore generalizzato (modo proprio i -esimo) e ω_i^2 autovalore generalizzato (frequenza propria del modo i -esimo). Tutti gli autovettori sono linearmente indipendenti e quindi possono essere usati come base nel dominio IR^n (se sistema a $n - gdl$; nel caso in esame $n = 2$): rappresentando il vettore spostamento $\mathbf{v}(t)$ nella base degli autovettori, nel caso in esame si indica:

$$\mathbf{v}(t) = \sum_{i=1}^2 q_i(t) \boldsymbol{\phi}^{(i)} \quad (2.25)$$

dove:

$q_i(t) = q_i e^{j\omega_i t}$ è la coordinata modale riferita al modo i -esimo;

$\boldsymbol{\phi}^{(i)} = \begin{bmatrix} \phi_b^{(i)} \\ \phi_s^{(i)} \end{bmatrix}$ è l'autovettore che descrive la forma del modo i -esimo, di coordinate $\phi_b^{(i)}$ (associata allo spostamento u_b) e $\phi_s^{(i)}$ (associata allo spostamento v_s) (Fig. 2.4), associata alla frequenza propria pari all'autovalore ω_i .

Sfruttando l'ortonormalità degli autovettori rispetto alla matrice delle masse \mathbf{M} (i.e. $\boldsymbol{\phi}^{(r)T} \cdot \mathbf{M} \boldsymbol{\phi}^{(t)} = 0$; $r \neq t$) ed alla matrice delle masse \mathbf{K} (i.e. $\boldsymbol{\phi}^{(r)T} \cdot \mathbf{K} \boldsymbol{\phi}^{(t)} = 0$; $r \neq t$), per ogni modo l'eq. (2.24) può essere riscritta come segue:

$$(\omega_i^2 \mathbf{M} - \mathbf{K}) \boldsymbol{\phi}^{(i)} = 0 \quad \text{con } i = 1, 2 \quad (2.26)$$

Esplicitando le espressioni raccolte nell'eq. (2.26):

$$\omega_i^2 M \phi_b^{(i)} + \omega_i^2 m_s \phi_s^{(i)} - k_b \phi_b^{(i)} = 0; \quad (2.27)$$

$$\omega_i^2 m_s \phi_b^{(i)} + \omega_i^2 m_s \phi_s^{(i)} - k_s \phi_s^{(i)} = 0 \quad (2.28)$$

Indicando con $\gamma = \frac{m_s}{M}$ il “rapporto di massa”, attraverso alcuni passaggi algebrici, dalle eqq. (2.27) e (2.28) si ottiene:

$$(-\omega_i^2 + \omega_b^2)\phi_b^{(i)} + (-\gamma\omega_i^2)\phi_s^{(i)} = 0; \quad (2.29)$$

$$(-\omega_i^2)\phi_b^{(i)} + (-\omega_i^2 + \omega_s^2)\phi_s^{(i)} = 0 \quad (2.30)$$

Si ipotizza:

$m_b < m_s$ (struttura più pesante degli isolatori);

$$\omega_s = \sqrt{\frac{k_s}{m_s}}; \quad \omega_b = \sqrt{\frac{k_b}{M}}$$

$$\varepsilon = \left(\frac{\omega_b}{\omega_s}\right)^2 \quad \text{rapporto delle pulsazioni (di ordine } 10^{-2}; \text{ i.e. si ipotizza che la struttura sia molto pi\`u rigida del sistema di isolamento);} \quad (2.31)$$

$$\xi_s = \frac{c_s}{2 m_s \omega_s} \quad \text{fattore di smorzamento viscoso equivalente della sovrastruttura};$$

$$\xi_b = \frac{c_b}{2 M \omega_b} \quad \text{fattore di smorzamento viscoso equivalente del sistema di isolamento.}$$

Sostituendo l'eq. (2.29) nella (2.30) e attraverso alcuni passaggi algebrici, si ottiene:

$(1 - \gamma)\omega_i^4 - (\omega_b^2 - \omega_s^2)\omega_i^2 + \omega_b^2\omega_s^2 = 0$, da cui:

$$\omega_i^2 = \left[\frac{\omega_b^2 + \omega_s^2}{2} \pm \frac{\sqrt{(\omega_b^2 + \omega_s^2)^2 - 4(1-\gamma)\omega_b^2\omega_s^2}}{2(1-\gamma)} \right] \quad (2.32)$$

Ricordando l'ipotesi $\omega_s \gg \omega_b$ (2.31), il radicale dell'eq. (2.32) può essere semplificato e riscritto nella forma seguente:

$$\sqrt{(\omega_s^2 - \omega_b^2)^2 \left[1 + 4\gamma \frac{\omega_b^2\omega_s^2}{(\omega_s^2 - \omega_b^2)^2} \right]} = (\omega_s^2 - \omega_b^2)\sqrt{(1+f)} \quad (2.33)$$

con:

$$f = 4\gamma \frac{\omega_b^2\omega_s^2}{(\omega_s^2 - \omega_b^2)^2} \approx 4\gamma\varepsilon^2 \quad (2.34)$$

La forma del radicale nell'eq. (2.33) si presta ad essere sviluppata in serie binomiale:

$$(1+f)^{\frac{1}{2}} = \sum_{n=0}^{\infty} \binom{1/2}{n} f^n = 1 + \frac{1}{2}f - \frac{1}{8}f^2 + \dots \frac{\frac{1}{2}(-\frac{1}{2})(-\frac{3}{2})\dots(\frac{1}{2}-n+1)}{n!} f^n \quad (2.35)$$

Interrompendo lo sviluppo al secondo addendo (perché dello stesso ordine di ε ; eq.(2.34)), l'eq. (2.32) può essere riscritta come:

$$\omega_i^2 = \begin{bmatrix} \omega_1^2 \\ \omega_2^2 \end{bmatrix} = \frac{(\omega_b^2 + \omega_s^2) \pm (\omega_s^2 - \omega_b^2)(1 + 2\gamma\varepsilon^2)}{2(1 - \gamma)} \quad (2.36)$$

Le soluzioni dell'eq. (2.36) sono:

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{(\omega_b^2 + \omega_s^2) - (\omega_s^2 - \omega_b^2)(1 + 2\gamma\varepsilon^2)}{2(1 - \gamma)}} \approx \sqrt{\omega_b^2(1 - \gamma\varepsilon)} \approx \omega_b \quad (2.37)$$

$$\omega_2 = \sqrt{\frac{(\omega_b^2 + \omega_s^2) + (\omega_s^2 - \omega_b^2)(1 + 2\gamma\varepsilon^2)}{2(1 - \gamma)}} \approx \sqrt{\frac{\omega_s^2}{1 - \gamma}(1 + \gamma\varepsilon)} \approx \frac{\omega_s}{\sqrt{1 - \gamma}} \geq \omega_1 \quad (2.38)$$

L'eq. (2.37) evidenzia come, nell'ipotesi in cui la struttura sia effettivamente molto più rigida del sistema di isolamento, la frequenza imposta dai dispositivi (ω_b) non subisce l'influenza della flessibilità della struttura (i.e. $\omega_1 \approx \omega_b$).

L'eq. (2.38) sottolinea invece l'impatto, al secondo modo vibrazionale, della massa del sistema di isolamento (attraverso il rapporto γ) sulla frequenza di oscillazione della sovrastruttura, che potrebbe quindi subire grandi accelerazioni anche in assenza di elevato taglio alla base (se $m_b \rightarrow 0 \Rightarrow \gamma \rightarrow 1 \Rightarrow \omega_2 \rightarrow \infty$).

Le forme modali associate alle frequenze ω_i si ottengono sostituendo le eqq. (2.37) e (2.38) nelle eqq. (2.29) e (2.30); conservando i termini di ordine pari a ε ed imponendo $\phi_b^{(1)} = 1$, si ha (Fig. 2.4):

$$\phi^{(1)} = \begin{bmatrix} 1 \\ \varepsilon \end{bmatrix}; \quad (2.39)$$

$$\phi^{(2)} = \begin{bmatrix} 1 \\ -\left(\frac{1 - (1 - \gamma)\varepsilon}{\gamma}\right) \varepsilon \end{bmatrix} \quad (2.40)$$

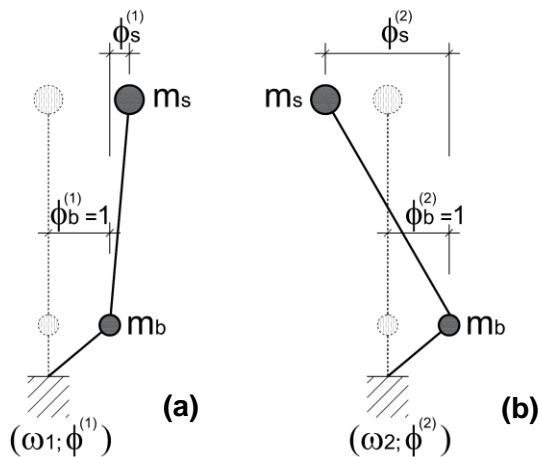


Fig. 2.4. Schematizzazione delle forme modali ($\phi^{(i)}$; $i = 1, 2$) del sistema isolato di Fig. 2.3. Le configurazioni indeformate sono tratteggiate in grigio chiaro.

Note le forme modali, gli spostamenti u_b e v_s associati ad ognuno dei due modi risultano (da eq. (2.25)):

$$u_b(t) = q_1(t)\phi_b^{(1)} + q_2(t)\phi_b^{(2)} \quad (2.41)$$

$$v_s(t) = q_1(t)\phi_s^{(1)} + q_2(t)\phi_s^{(2)} \quad (2.42)$$

Sostituendo le eqq. (2.41) e (2.42) nella (2.22), sfruttando l'ortonormalità degli autovettori rispetto alle matrici M e K , e dividendo per le masse modali $M^{(i)}$ (dove $M^{(i)} = \phi^{(i)T} \cdot M \phi^{(i)}$), si ottiene:

$$\ddot{q}_1(t) + 2\omega_1 \xi_1 \dot{q}_1(t) + \omega_1^2 q_1(t) = -\Gamma_1 \ddot{u}_g(t) \quad (2.43)$$

$$\ddot{q}_2(t) + 2\omega_2 \xi_2 \dot{q}_2(t) + \omega_2^2 q_2(t) = -\Gamma_2 \ddot{u}_g(t) \quad (2.44)$$

dove:

$2\omega_i \xi_i = \frac{\phi^{(i)T} \cdot C \phi^{(i)}}{\phi^{(i)T} \cdot M \phi^{(i)}}$ (approssimazione che esclude l'accoppiamento dei coefficienti di smorzamento viscoso equivalente; i.e. $\phi^{(r)T} \cdot C \phi^{(t)} = 0$ se $r \neq t$), da cui:

$$2\omega_1 \xi_1 = \frac{[1, \varepsilon] \begin{bmatrix} c_b & 0 \\ 0 & c_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ \varepsilon \end{bmatrix}}{[1, \varepsilon] \begin{bmatrix} M & m_s \\ m_s & m_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ \varepsilon \end{bmatrix}} = 2\omega_b \xi_b (1 - 2\gamma\varepsilon)$$

$$\Rightarrow \text{da eq.(2.37): } \xi_1 \approx \xi_b \left(1 - \frac{3}{2}\gamma\varepsilon\right) \quad (2.45)$$

$$2\omega_2 \xi_2 = \frac{[1, -\frac{(1-(1-\gamma)\varepsilon)}{\gamma}\varepsilon] \begin{bmatrix} c_b & 0 \\ 0 & c_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ -\frac{(1-(1-\gamma)\varepsilon)}{\gamma}\varepsilon \end{bmatrix}}{[1, -\frac{(1-(1-\gamma)\varepsilon)}{\gamma}\varepsilon] \begin{bmatrix} M & m_s \\ m_s & m_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ -\frac{(1-(1-\gamma)\varepsilon)}{\gamma}\varepsilon \end{bmatrix}} = 2\omega_b \xi_b (1 - 2\gamma\varepsilon)$$

$$\Rightarrow \text{da eq. (2.38): } \xi_2 \approx \left(\frac{\xi_s}{\sqrt{1-\gamma}} + \frac{\gamma \xi_b \sqrt{\varepsilon}}{\sqrt{1-\gamma}}\right) \quad (2.46)$$

$\Gamma_i = \frac{\phi^{(i)T} \cdot M r}{\phi^{(i)T} \cdot M \phi^{(i)}} = \frac{\phi^{(i)T} \cdot M r}{M^{(i)}}$ fattore di partecipazione del modo i -esimo, da cui:

$$\Gamma_1 = \frac{[1, \varepsilon] \begin{bmatrix} M & m_s \\ m_s & m_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}}{[1, \varepsilon] \begin{bmatrix} M & m_s \\ m_s & m_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ \varepsilon \end{bmatrix}} = \frac{M + m_s \varepsilon}{M + 2m_s \varepsilon + m_s \varepsilon^2} \approx 1 - \gamma\varepsilon; \quad (2.47)$$

$$\Gamma_2 = \frac{[1, -\frac{(1-(1-\gamma)\varepsilon)}{\gamma}\varepsilon] \begin{bmatrix} M & m_s \\ m_s & m_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}}{[1, -\frac{(1-(1-\gamma)\varepsilon)}{\gamma}\varepsilon] \begin{bmatrix} M & m_s \\ m_s & m_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ -\frac{(1-(1-\gamma)\varepsilon)}{\gamma}\varepsilon \end{bmatrix}} \approx \gamma\varepsilon. \quad (2.48)$$

L'eq. (2.46) evidenzia l'incremento dello smorzamento originario ξ_s nella struttura isolata: l'aggiunta di un termine dell'ordine di $\xi_b \sqrt{\varepsilon}$ sottolinea l'utilità, nel caso in cui lo smorzamento strutturale ξ_s fosse particolarmente piccolo, di disporre di un elevato smorzamento ξ_b nel sistema di isolamento.

Dall'eq. (2.48) si osserva invece come il secondo modo, alla cui forma è associata principalmente la deformazione della sovrastruttura (Fig. 2.4 (b)), contribuisca alla risposta strutturale complessiva con un fattore dello stesso ordine del rapporto delle

pulsazioni ε : se le frequenze ω_b e ω_s sono ben separate, cioè se effettivamente $\varepsilon \approx 10^{-2}$, la deformazione della struttura è allora molto piccola.

Tale risultato pone in rilievo un altro aspetto dell'isolamento sismico: dal momento che Γ_2 è molto piccolo, l'autovettore $\phi^{(2)}$ è quasi ortogonale all'*input* sismico ($r\ddot{u}_g$), mentre $\phi^{(1)} = \begin{bmatrix} 1 \\ \varepsilon \end{bmatrix} \approx \mathbf{r} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ e, di conseguenza, per la \mathbf{M} -ortogonalità degli autovettori si ottiene:

$$\phi^{(2)T} \cdot \mathbf{M}\mathbf{r} \approx 0 \Rightarrow \text{l'energia sismica associata al secondo modo non} \quad (2.49)$$

viene trasferita alla sovrastruttura.

Se la storia (\ddot{u}_g) dell'*input* sismico è nota, le coordinate modali possono essere calcolate con il noto *integrale di Duhamel*:

$$q_i(t) = -\frac{\Gamma_i}{\omega_i} \int_0^t \ddot{u}_g(\tau) e^{-\omega_i \xi_i (t-\tau)} \sin \omega_i'(t-\tau) d\tau \quad (2.50)$$

(+ soluzione dell'eq. differenziale omogenea associata,
trascurabile in questo caso)

dove $\omega_i' = \omega_i \sqrt{1 - \xi_i^2}$ ($\omega_i' \approx \omega_i$ se smorzamento piccolo, e.g. $\xi_i = 5\%$).

Con riferimento al generico spettro di progetto, i valori massimi delle coordinate modali sono:

$$|q_i|_{max} = \max(q_i(t)) = \Gamma_i S_{De}(\omega_i, \xi_i) \quad (2.51)$$

dove $S_{De}(\omega_i, \xi_i)$ è l'ordinata dello spettro di risposta in termini di spostamento.

Per ottenere i valori massimi di spostamento (e sollecitazioni), i risultati ottenuti dovranno poi essere combinati ricorrendo ad opportune leggi; ad esempio, adottando le ipotesi precedenti e applicando la regola *SRSS* (*Square Root of the Sum of the Squares*) si ottengono le seguenti stime degli spostamenti massimi:

$$u_{b,max} = \sqrt{(\phi_1^{(1)} |q_1|_{max})^2 + (\phi_1^{(2)} |q_2|_{max})^2} \approx (1 - \gamma\varepsilon) \cdot S_{De}(\omega_1, \xi_1) \approx$$

$$\approx S_{De}(\omega_b, \xi_b); \quad (2.52)$$

$$v_{s,max} = \sqrt{(\phi_2^{(1)} |q_1|_{max})^2 + (\phi_2^{(2)} |q_2|_{max})^2} \approx \varepsilon \cdot \sqrt{(S_{De}(\omega_1, \xi_1))^2 + (S_{De}(\omega_2, \xi_2))^2}$$

$$\approx \varepsilon \cdot S_{De}(\omega_b, \xi_b) \quad (2.53)$$

Il taglio massimo sulla sovrastruttura V_s può essere stimato come:

$$V_{s,max} = m_s \cdot \max \left| \frac{k_s v_s}{m_s} \right| = m_s \omega_s^2 v_{s,max} = m_s \sqrt{\left(S_e(\omega_1, \xi_1) \right)^2 + \varepsilon^2 \left(S_e(\omega_2, \xi_2) \right)^2} \approx m_s \cdot S_e(\omega_b, \xi_b) \quad (2.54)$$

I termini espressi dalle eqq. (2.53) e (2.54) possono essere quindi utilizzati per le prime stime dello spostamento richiesto al sistema di isolamento ($\geq S_{De}(\omega_b, \xi_b)$) e del taglio resistente richiesto alla struttura isolata ($\geq m_s \cdot S_e(\omega_b, \xi_b)$) rispettivamente.

2.2.1 Tipologie di isolatore sismico

Gli isolatori sismici più diffusi appartengono alle seguenti due categorie:

- 1) isolatori ad attrito pendolare (*FPS – Friction Pendulum System*);
- 2) isolatori elastomerici convenzionali (*SREIs – Steel Reinforced Elastomeric Isolators*).

I dispositivi appartenenti alla prima categoria (*FPS* - Fig. 2.5) permettono il disaccoppiamento del moto della sovrastruttura rispetto al terreno grazie allo scorrimento reciproco di più superfici curve; tali superfici vengono rese adeguatamente scabre per un duplice motivo, ovvero: dissipare parte dell'energia sismica in ingresso ed evitare traslazioni della sovrastruttura per azioni orizzontali non sismiche (i.e. vento) di piccola entità.

Il sistema è ricentrante: la massa portata dall'isolatore è spinta dall'azione sismica a scivolare lungo la superficie curva e può sollevarsi fino a quando tutta l'energia cinetica si trasforma in energia potenziale, a cui corrisponde il richiamo del sistema alla configurazione stabile iniziale. La rigidità laterale di un dispositivo *FPS* può essere stimata come:

$$K_{eff} = \frac{W}{R} \left(1 + \mu \frac{R}{d} \right) \quad (2.55)$$

dove:

W massa portata (oscillante);

μ coefficiente di attrito statico.

Dall'eq. (2.55) si osserva come, a causa della sua componente attrittiva, la rigidità laterale dell'isolatore dipende dallo spostamento d e dalla massa portata W .

Tale caratteristica garantisce l'assenza di eccentricità tra baricentro delle rigidità del sistema di isolamento e centro delle masse portate, evitando in questo modo che l'azione sismica orizzontale induca la torsione del piano isolato.

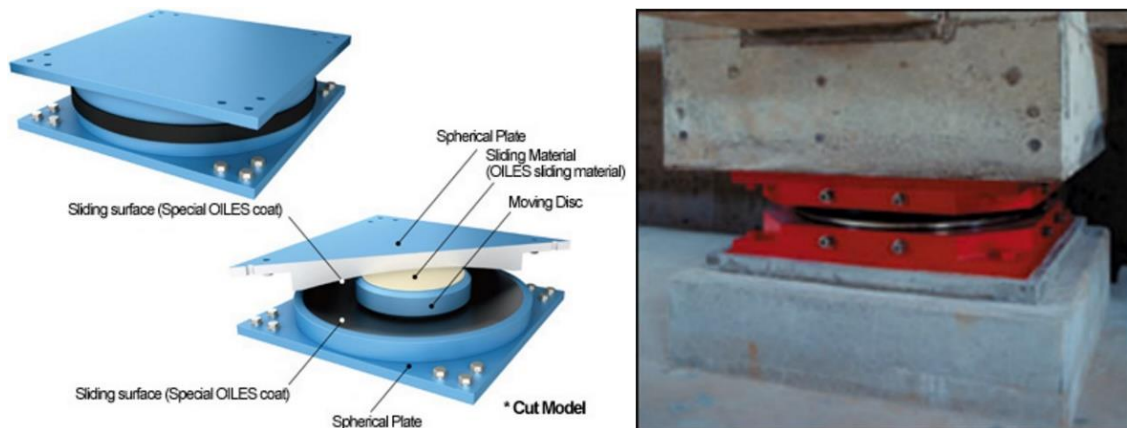


Fig. 2.5. Dispositivo di isolamento FPS a doppia superficie sferica (fonte: Oiles Corporation).

Alla seconda categoria appartengono invece i dispositivi *SREIs* (*Steel Reinforced Elastomeric Isolators*) o isolatori elastomerici con mescola ad alto smorzamento (*HDRB* – *High Damping Rubber Bearings*) poiché dotati di smorzamento viscoso equivalente ($\xi_b = 10 \div 15\%$) sufficiente a non richiedere la presenza di dispositivi ausiliari.

Gli isolatori elastomerici convenzionali sono realizzati alternando strati in gomma, in grado di resistere a elevate deformazioni senza rompersi, e lamine d'acciaio, a cui compete il contenimento dell'espansione laterale dovuta ai carichi verticali (effetto *Poisson*).

Eventualmente, al fine di aumentarne la capacità dissipativa, l'isolatore viene dotato di un nucleo interno in piombo; come suggerito dai produttori (e.g. *dispositivi serie LRB* prodotti da *FIP Industriale*), infatti, tale soluzione permette l'utilizzo di coefficienti di smorzamento viscoso equivalente fino al 30%.

Gli strati di gomma hanno spessore variabile tra 5 e 20 *mm*, mentre le piastre di acciaio interne, che conferiscono all'isolatore anche una certa rigidezza flessionale oltre a quella verticale, misurano circa 2 ÷ 3 *mm*.

La connessione di tali dispositivi alla struttura richiede la presenza di altre due piastre di acciaio, dello spessore di circa 25 *mm*, poste alle estremità e dotate di fori per il passaggio delle barre che fissano l'isolatore alla struttura, come illustrato in Fig. 2.6 (a), (b) e (c), barre che eventualmente possono essere saldate alle piastre stesse (Fig. 2.6 (d)).

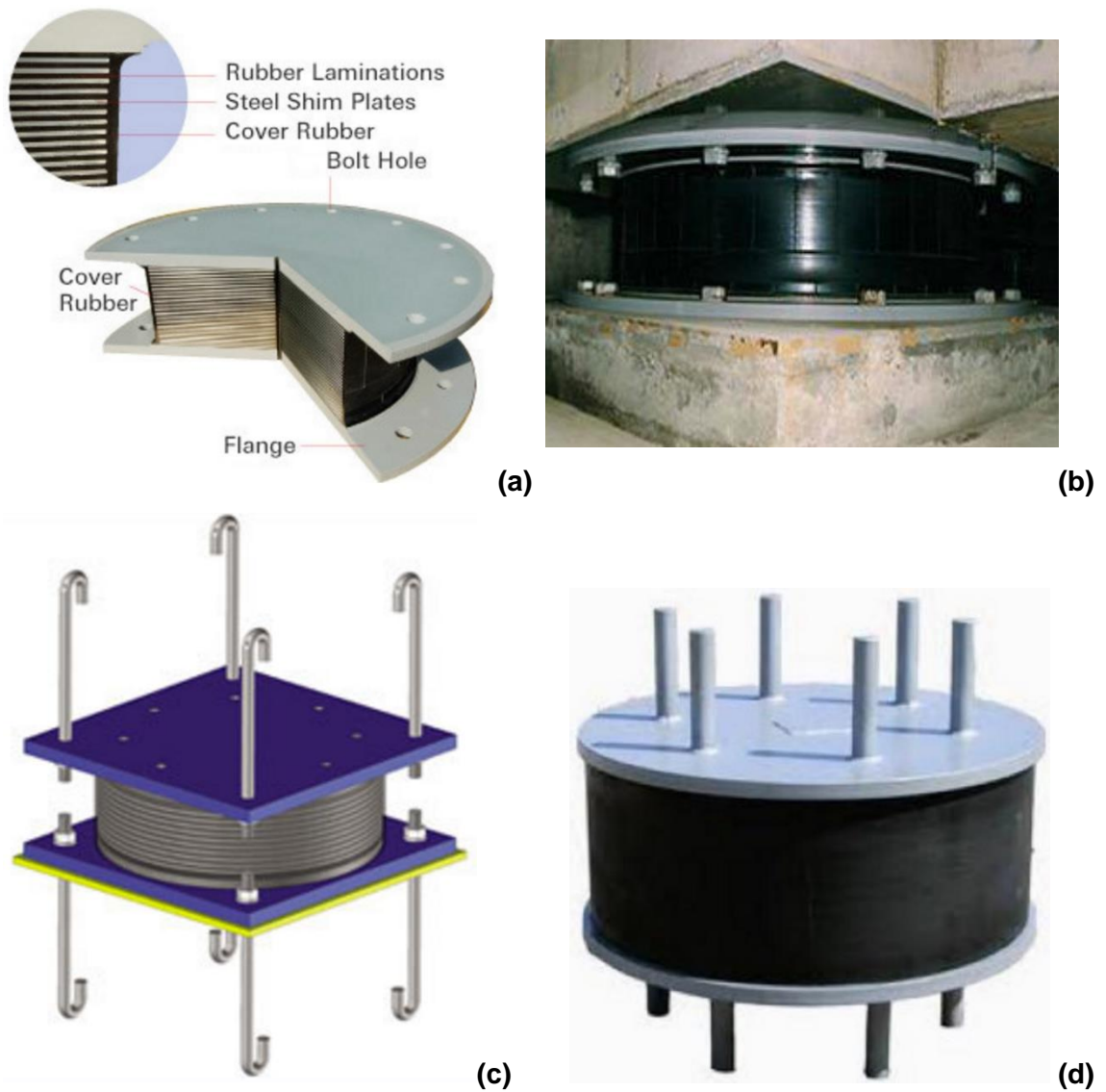


Fig. 2.6. Dispositivi di isolamento HDRB. Fonti: (a) Bridgestone Corporation; (b) Mageba USA; (c) Arsan Kaucuk; (d) Zaoqiang Dacheng Ruber Co..

3 Resistenza dei nodi esterni trave-pilastro in c.a.

Durante un evento sismico, il ruolo principale dei nodi trave-pilastro di telai in c.a. è quello di assicurare che la dissipazione energetica avvenga attraverso la formazione di cerniere plastiche negli elementi adiacenti. In generale, la formazione di meccanismi flessionali nelle travi garantisce maggiori risorse deformative alla struttura, in campo post-elastico, rispetto alla formazione di analoghi meccanismi nei pilastri, oppure alle più pericolose crisi per taglio o dell'ancoraggio del nodo, scarsamente dissipative.

E' particolarmente importante, inoltre, assicurare che le deformazioni dei nodi non contribuiscano eccessivamente agli spostamenti laterali complessivi della struttura: grandi spostamenti possono infatti essere causa di gravi danni ai componenti non strutturali dell'edificio anche se gli elementi strutturali conservano un campo deformativo elastico.

Un telaio si può considerare ben progettato quando le deformazioni dei pannelli nodali contribuiscono con una quota inferiore al 20% allo spostamento laterale complessivo della struttura (Paulay & Priestley, 1992).

Allo scopo di allontanare il rischio di rotture fragili e realizzare in questo modo una progettazione efficace, è necessario studiare le azioni ed i flussi di tensione interni al pannello nodale che, nel caso sismico, risultano diversi dalla distribuzione degli sforzi dovuta ai soli carichi gravitazionali.

L'accelerazione al suolo, originata da una scossa sismica, si traduce in una forza d'inerzia sulla struttura e, come tale, si considera applicata dove risiede la massa dell'edificio. Immaginando di concentrare le masse all'altezza dei diversi solai, le azioni sismiche agenti su un telaio possono essere schematizzate in modo semplificato attraverso forze equivalenti orizzontali proporzionali al peso degli impalcati ed alla loro quota dal terreno.

Di seguito si riportano le deformate qualitative e l'andamento dei momenti flettenti in uno stesso telaio soggetto ai soli carichi gravitazionali, rispettivamente in Fig. 3.1 (a) e Fig. 3.2 (a), oppure solo a forze orizzontali equivalenti all'azioni sismica, rispettivamente in Fig. 3.1 (b) e Fig. 3.2 (b).

Come si può notare in Fig. 3.2 (b), i momenti flettenti di origine sismica, sia nei pilastri che nelle travi (nodi interni), risultano di segno opposto immediatamente al di sopra ed al di sotto del nodo (andamento "a farfalla"): per questo motivo la regione

nodale, nel caso sismico, è soggetta a sollecitazioni di taglio orizzontale e verticale di maggiore intensità rispetto a quella osservata nelle singole membrature concorrenti ai nodi.

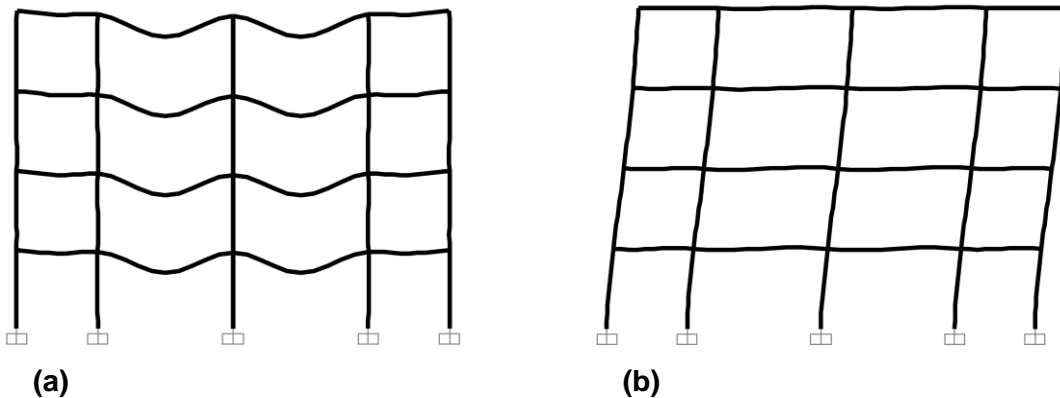


Fig. 3.1: Deformata qualitativa di un telaio soggetto a: (a) carichi gravitazionali; (b) azione sismica orizzontale.

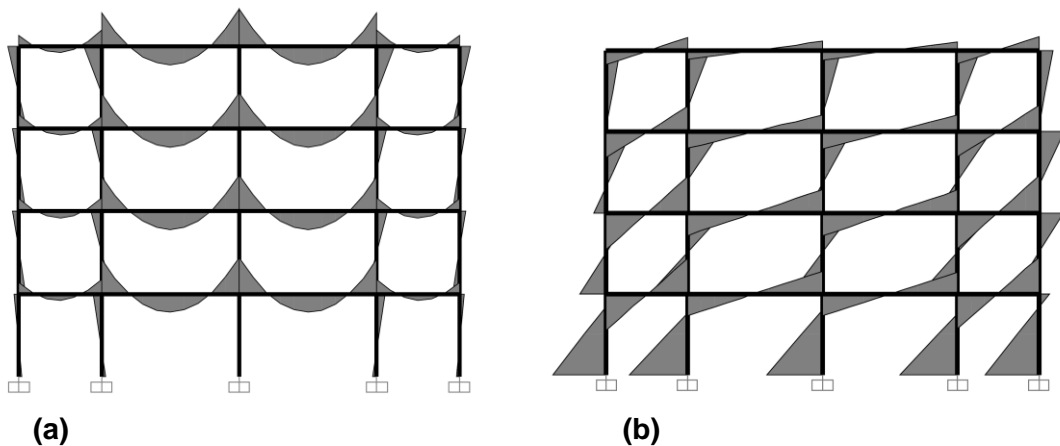


Fig. 3.2: Diagramma dei momenti flettenti in un telaio soggetto a: (a) carichi gravitazionali; (b) azione sismica orizzontale.

Durante un sisma le sollecitazioni nell'armatura potrebbero crescere fino a causare la crisi dell'ancoraggio, determinando così l'incapacità del pannello nodale di assorbire le elevate tensioni di attrito sviluppatesi tra acciaio e calcestruzzo: il conseguente scorrimento delle barre causerebbe un grande incremento della deformazione del nodo e la riduzione del momento resistente all'interfaccia.

Per allontanare tale rischiosa eventualità e permettere la trasmissione degli sforzi nel nodo, la normativa (D.M. 14 gennaio 2008) fissa alcune prescrizioni volte a:

- garantire una sufficiente lunghezza di ancoraggio alle barre longitudinali delle travi che entrano nel nodo;
- creare un buon confinamento del calcestruzzo nel nucleo del pannello.

Adempiere al primo obiettivo diventa di fondamentale importanza nel caso sismico e, in particolare, per i nodi interni, nei quali la barra d'armatura è chiamata a trasferire una tensione di compressione da un lato del nodo ed una di trazione dall'altro.

Diversamente avviene per i soli carichi gravitazionali, quando la barra è soggetta allo stesso sforzo ad entrambi i lati del nodo (Fig. 3.2 (a)): in questo caso l'interazione con il calcestruzzo è piccola o addirittura irrilevante se le tensioni sono auto-equilibrate.

Per tutte queste ragioni, quindi, è preferibile che le barre d'armatura attraversino i nodi con continuità, ovvero senza giunti né sovrapposizioni, e che non si utilizzino barre di diametro elevato che, a parità di tensione, richiedono una maggiore lunghezza d'ancoraggio (come sarà evidenziato dall'espressione (3.6)).

A causa della particolare configurazione geometrica, tuttavia, lo sviluppo della lunghezza di diffusione delle tensioni di aderenza è un problema che si presenta soprattutto nei **nodi esterni**, dove non è possibile far passare le barre d'armatura con continuità come si è soliti fare nei nodi interni (Fig. 3.3). Nei nodi esterni, quindi, i ferri provenienti dalla trave vengono generalmente piegati vicino alla faccia esterna del pilastro e qui prolungati verticalmente fino a raggiungere la lunghezza richiesta.

Una diversa soluzione a questo problema, spesso scartata per esigenze architettoniche, consiste invece nella creazione di un breve tronco di trave a sbalzo sul lato esterno, così da ottenere un maggior sviluppo orizzontale per l'ancoraggio.

Come indicato da diversi autori (Wallace et al, 1998; Chul Chun et al, 2007) quando la lunghezza d'ancoraggio richiesta è notevole, l'uso di piastre di modeste dimensioni, saldate alle armature longitudinali ed in questo modo in grado di fornire un aggancio di tipo meccanico, può essere considerata una valida alternativa alle barre uncinato. Generalmente, un rapporto tra l'area della piastra (rettangolare o circolare) e quella della barra pari a 4, consente di ridurre la lunghezza d'ancoraggio del 30% ÷ 40% rispetto ad un analogo ferro piegato. Dai *test* effettuati in laboratorio su nodi di uguali dimensioni e diverse tipologie d'ancoraggio, gli stessi autori affermano che la resistenza delle sezioni non è indebolita dall'uso delle piastre, mentre al contrario è possibile riscontrare un minor slittamento tra acciaio e calcestruzzo durante l'inversione dei cicli di carico: il beneficio non risiede dunque in un incremento prestazionale del nodo, ma nella maggior facilità di posa in opera.

Come illustrato in Fig. 3.3 (a), esistono diverse tipologie di nodi esterni: si possono avere, ad esempio, nodi a tre travi concorrenti (una trave principale e due secondarie), nodi d'angolo (due travi concorrenti da direzioni perpendicolari) e nodi in copertura (ovvero privi del pilastro superiore).

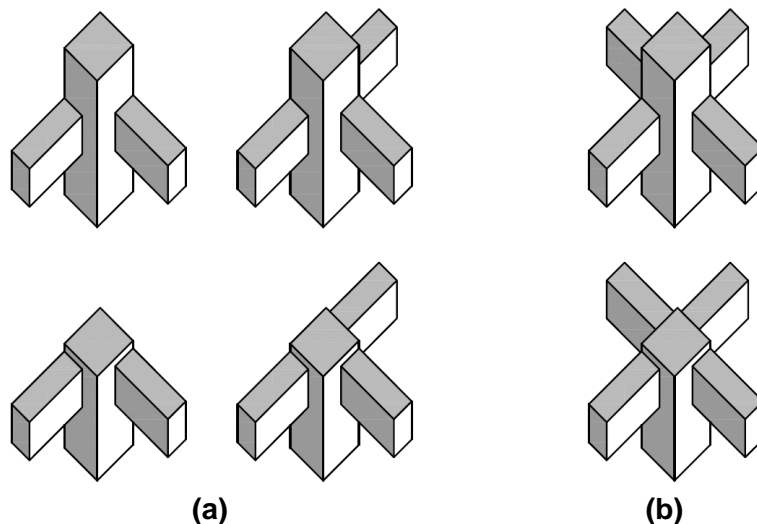


Fig. 3.3: Tipologie di nodi esterni (a) e nodi interni (b).

In questa trattazione si esaminerà un nodo di telaio piano ad un livello intermedio con una sola trave: in questa configurazione si beneficia dell'effetto premente del pilastro superiore, ma non del confinamento laterale offerto dalle membrature che si congiungono dalla direzione perpendicolare (Zhang & Jirsa, 1982).

3.1 Resistenza a taglio dei nodi esterni in c.a. (*Paulay e Priestley, 1991*)

Al fine di identificare le azioni agenti in un nodo esterno e definire le caratteristiche di resistenza al taglio offerte da questi particolari elementi strutturali, è utile fare riferimento alla trattazione di *Paulay e Priestley* (1991) che, oltre a costituire un valido strumento di comprensione del problema in esame, rappresenta anche un importante supporto teorico alle procedure di calcolo che utilizzano meccanismi del tipo "strut and tie" (tirante-puntone) per descrivere il comportamento di elementi strutturali in calcestruzzo armato.

Per maggiore semplicità, verrà da ora fatto riferimento al caso di un telaio bidimensionale e quindi a nodi cui convergono travi disposte secondo un'unica direzione.

3.1.1 Azioni nei nodi esterni

Se è vero che, per la presenza di una sola trave incidente, i nodi esterni sono generalmente soggetti a minori sollecitazioni taglianti rispetto a nodi interni (con simili caratteristiche geometriche), i primi richiedono una maggiore cura dei dettagli costruttivi al fine di garantire un adeguato ancoraggio delle barre longitudinali delle travi e quindi una efficace resistenza al taglio.

Dall'equilibrio delle forze orizzontali, come riportato in Fig. 3.4, il taglio orizzontale V_{jh} , nella mezzeria del nodo, è pari a:

$$V_{jh} = T - V_{col} \quad (3.1)$$

dove:

T forza orizzontale di trazione sulle barre superiori della trave; può assumere i seguenti valori:

- $T = f_y A_s$ se la trave si mantiene in campo elastico;
- $T = \lambda_0 f_y A_s$ se nelle sezioni prossime alla faccia del pilastro si sviluppa una cerniera plastica che porta l'armatura allo snervamento ed al successivo incrudimento;

V_{col} azione di taglio nelle sezioni del pilastro appena sopra e sotto il nodo, valutata come forza equilibrante del momento di sovrarresistenza della sezione estrema della trave;

f_y tensione di snervamento dell'acciaio;

λ_0 fattore di sovrarresistenza della sezione (tiene conto dell'incrudimento dell'acciaio e del rapporto tra tensione reale e nominale delle barre. I valori tipici sono prossimi a 1,25).

A_s area di armatura al lembo superiore della trave;

Gli altri simboli utilizzati in Fig. 3.4 indicano:

h_c larghezza del pilastro;

h_b altezza della trave;

V_b taglio sismico agente all'estremità della trave;

c altezza della zona compressa, o profondità dell'asse neutro, della sezione del pilastro appena sotto il nodo;

$C_c ; C_s$ forze di compressione agenti rispettivamente nelle barre e nel calcestruzzo al lembo inferiore della sezione di estremità della trave;

$C'_{c1} ; C'_s$ forze di compressione agenti rispettivamente nelle barre longitudinali e nel calcestruzzo al lembo compresso del pilastro nella sezione del pilastro appena sopra il nodo;

$C''_c ; C''_s$ forze di compressione agenti rispettivamente nelle barre longitudinali e nel calcestruzzo al lembo compresso del pilastro nella sezione del pilastro appena sotto il nodo;

- C'_{c2} forza di compressione verticale agente nel pilastro nella porzione di calcestruzzo adibita a copriferro; l'espulsione del copriferro annulla quindi la componente C'_{c2} riducendo la resistenza flessionale del pilastro;
- T' ; T'' forze di trazione nelle barre tese del pilastro agenti rispettivamente nelle sezioni appena sopra e sotto il nodo;
- $A_{sv}f_{sv}$ forza complessivamente applicata nelle barre longitudinali intermedie (di area A_{sv}) del pilastro, con f_{sv} intensità della tensione agente nelle barre.

La presenza di diverse linee di armatura nel pilastro impedisce un calcolo agevole della forza di taglio verticale, tuttavia, per la normale progettazione, una stima del taglio verticale nel nodo ritenuta sufficientemente accurata (Paulay & Priestley, 1992) è fornita dalla seguente espressione:

$$V_{jv} = \frac{h_b}{h_c} V_{jh} \quad (3.2)$$

Il trasferimento del taglio nel nucleo dei nodi, sia interni che esterni, avviene con l'instaurarsi dei meccanismi a *puntone diagonale* ed a *traliccio di confinamento*, quest'ultimo sostenuto da un campo di compressione diagonale, descritti nel seguito.

3.1.2 Meccanismi resistenti a taglio nei nodi esterni

Le sollecitazioni trasmesse dagli elementi adiacenti inducono forze di taglio nel pannello nodale sia in direzione orizzontale che in direzione verticale; il carico assiale trasmesso dal pilastro superiore, causa di uno stato piano di tensione di compressione nel pannello, può invece contribuire ad aumentare la resistenza al taglio nel nodo.

Le forze sopracitate portano all'instaurarsi di un campo obliquo di tensioni e deformazioni nel nucleo del nodo che, come ultimo stadio, ne può causare il collasso per rottura diagonale.

Il meccanismo a *puntone diagonale* (Fig. 3.5) si realizza quando in corrispondenza della sezione trasversale terminale della trave, in prossimità dell'interfaccia con il pilastro, si sviluppano solamente fessure flessionali di piccola ampiezza che, successivamente, riescono a chiudersi. Le sollecitazioni assiali di compressione nella trave vengono trasferite alla zona di calcestruzzo compressa e si combinano con le forze verticali originate nelle zone compresse delle colonne. Si forma così un puntone diagonale compresso, in equilibrio all'interno del nodo.

Il meccanismo a *traliccio di confinamento* (Fig. 3.5) può mobilitarsi quando in corrispondenza della sezione trasversale terminale della trave si sviluppano fessure flessionali di notevole ampiezza, corrispondenti ad un allungamento permanente delle

barre d'armatura, che non possono chiudersi in una fase successiva. In questo caso le forze orizzontali di compressione dovute ai momenti flettenti sono assorbite principalmente dalle armature e non si sviluppa alcun puntone inclinato.

Per prevenire la crisi a taglio per tensione diagonale, che tende a svilupparsi lungo il piano inclinato che collega due angoli opposti, è necessario disporre un'armatura a taglio sia orizzontalmente che verticalmente. L'armatura bidirezionale è infatti in grado di mobilitare un campo diagonale di elementi compressi tale da allontanare la rottura definitiva del pannello di nodo, svolgendo un ruolo determinante nel momento in cui avviene la crisi del puntone obliquo per raggiungimento della massima tensione di compressione nel calcestruzzo.

La disposizione di staffe e legature, oltre a confinare al proprio interno il nucleo di calcestruzzo del nodo migliorandone le prestazioni, fornisce un controllo sull'apertura delle fessure, mantenendo così integro il pannello nodale.

Quando la quantità di staffe o legature è inadeguata, lo snervamento delle armature di contenimento del nodo avviene prematuramente e, di conseguenza, l'espansione laterale del nodo nel piano del telaio causa un'analoga deformazione alle estremità dei pilastri. Questo fenomeno porta alla frattura del copriferro al di sopra ed al di sotto del nodo, con la completa separazione della crosta esterna per effetto delle spinte provocate dalle armature compresse nei diversi cicli di carico.

L'espulsione del copriferro del nodo riduce così la resistenza flessionale dei pilastri adiacenti poiché la componente C'_{c2} dello sforzo di compressione (Fig. 3.4) non può più essere trasmessa.

La resistenza al taglio può essere pensata come somma dei contributi del meccanismo a puntone e di quello di confinamento:

$$V_{jh} = V_{ch} + V_{sh}; \quad (3.3)$$

$$V_{jv} = V_{cv} + V_{sv} \quad (3.4)$$

dove i pedici h e v indicano le direzioni orizzontale e verticale mentre i pedici c ed s indicano il contributo del puntone diagonale e del traliccio di confinamento.

Durante l'azione di carichi sismici, le forze nelle barre e nel calcestruzzo possono produrre in un nodo esterno una fessurazione simile a quella mostrata in Fig. 3.6.

Tale condizione fessurativa fa sì che il trasferimento delle sollecitazioni al nodo da parte della trave e del pilastro, avvenga soprattutto per effetto del puntone diagonale. Perché questo accada è necessario che le barre d'armature superiori ed inferiori siano entrambe piegate verso il nodo, il più vicino possibile alla faccia esterna del pilastro, così

da permettere al meccanismo di contrastare efficacemente gli sforzi. Solo in questo modo, infatti, si induce uno stato di tensione nella direzione del puntone a partire dal tratto curvo delle barre.

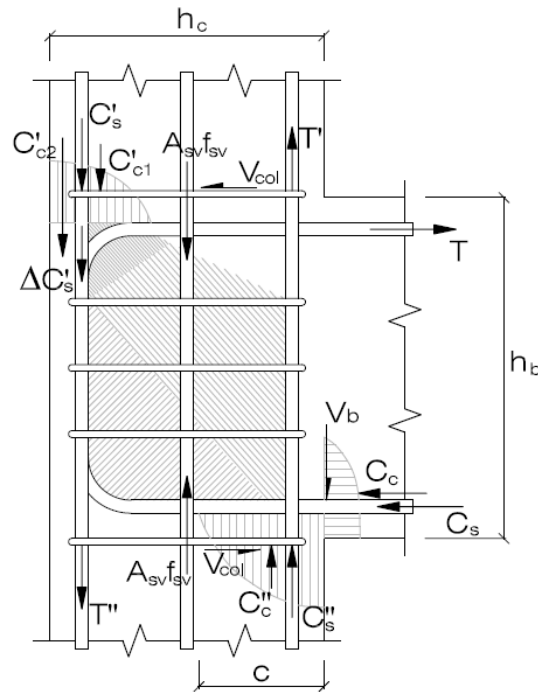


Fig. 3.4: Meccanismi resistenti nei nodi esterni.

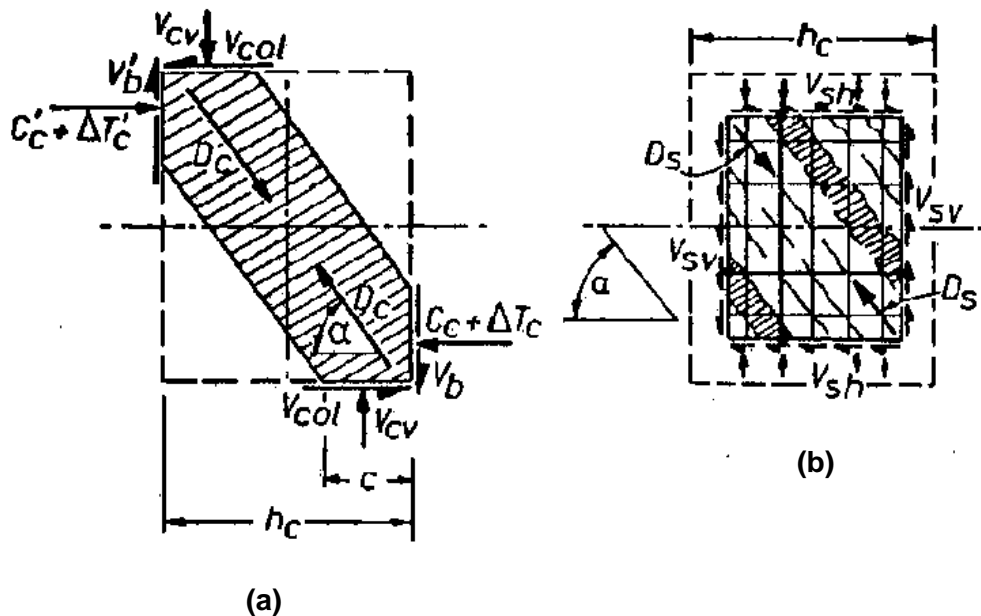


Fig. 3.5: Meccanismi resistenti a taglio – (a) meccanismo a *puntone diagonale*; (b) meccanismo a *traliccio di confinamento* (Paulay & Priestley, 1991).

Le prescrizioni normative attuali pongono particolare attenzione ai dettagli costruttivi e nella pratica corrente è ormai diffusa la piegatura dei ferri. Nelle strutture

realizzate fino agli anni '70, al contrario, era comune portare le barre longitudinali della trave all'interno del nodo per un tratto pari alla larghezza del pilastro senza alcuna piegatura, oppure, come avveniva in Nuova Zelanda, le barre venivano risvoltate esternamente verso i pilastri e non confinate all'interno del nodo (Hakuto et al., 2000).

L'ancoraggio dell'armatura secondo queste modalità non indica però con precisione dove possa instaurarsi il puntone, a meno che una considerevole quantità di staffe di confinamento venga disposta alla base del pilastro, appena sopra il pannello nodale, per equilibrare la componente orizzontale della forza diagonale di compressione (Buttazzi, 2007).

A questo proposito, la Fig. 3.4 evidenzia come il puntone diagonale si formi tra la curva per l'ancoraggio della barra superiore della trave e l'angolo in basso a destra, ovvero all'interno delle regioni dove vengono introdotte le azioni di compressione nel pannello nodale, sia in direzione orizzontale (originate dalla trave) che in quella verticale (originate dal pilastro).

Il manifestarsi della forza di compressione diagonale D_c nel puntone (Fig. 3.5) rende la sezione critica per la stabilità e, quindi, l'ancoraggio delle barre d'armatura riveste un ruolo fondamentale, poiché è l'unico meccanismo che può bilanciare l'azione D_c stessa.

3.1.3 Ruolo dell'ancoraggio nello sviluppo della resistenza del nodo

Nelle sezioni di estremità è obbligatorio considerare, per le barre d'armatura, una lunghezza d'ancoraggio lungo la quale gli sforzi possano essere trasmessi con efficacia al calcestruzzo. La tensione di aderenza si sviluppa infatti lungo tutta la superficie laterale della barra, con andamento che varia in funzione del confinamento del calcestruzzo, della tensione e della deformazione nella barra (raggiungimento o meno dello snervamento dell'acciaio), di eventuali scorrimenti o degradazioni avvenuti all'interfaccia tra i ferri ed il calcestruzzo. Al crescere dello sforzo da trasmettere, si sviluppano infatti piccoli scorrimenti (dell'ordine di $0,1 \div 0,2 \text{ mm}$) tali da provocare, grazie alle scabrosità irregolari e non uniformi lungo le superfici di contatto, una resistenza allo sfilamento per attrito; per questa ragione, ovvero allo scopo di favorire una maggiore compenetrazione tra acciaio e calcestruzzo, i ferri d'armatura vengono dotati di nervature sulla superficie esterna.

La determinazione della lunghezza di ancoraggio avviene, in modo semplificato ed a favore di sicurezza, imponendo che la forza massima al limite dello sfilamento della barra sia maggiore o uguale a quella di snervamento della stessa.

Ipotizzando un andamento costante delle tensioni di aderenza lungo lo sviluppo dell'ancoraggio, l'equilibrio è dato dalla seguente espressione:

$$\sigma_s A_s = \tau_{ad} p l \quad (3.5)$$

con:

σ_s tensione nella barra d'armatura, imposta uguale a quella di snervamento dell'acciaio f_y ;

τ_{ad} tensione di aderenza;

l lunghezza di ancoraggio;

$p = \pi \phi$ perimetro della barra d'armatura di diametro ϕ ;

$A_s = \pi \phi^2 / 4$ area della barra d'armatura di diametro ϕ .

Invertendo l'equazione (3.5) si ottiene l'espressione per il calcolo della lunghezza d'ancoraggio:

$$l_{ancoraggio} = \frac{f_y \phi}{4 \tau_{ad}} \quad (3.6)$$

Come si osserva dall'equazione (3.6), per un dato acciaio ed un fissato calcestruzzo, la lunghezza d'ancoraggio è un multiplo del diametro della barra usata. Si può verificare come per una barra liscia di diametro ϕ , la lunghezza per il completo sviluppo dell'aderenza è di circa 40ϕ , mentre per una barra ad aderenza migliorata sono sufficienti 20ϕ .

Particolare attenzione va posta negli ancoraggi di barre poste in zona tesa: è opportuno in questi casi raddoppiare la lunghezza calcolata secondo l'eq. (3.6) perché la possibile fessurazione del calcestruzzo limita la tensione di aderenza che si esplica tra i materiali. Viceversa, la lunghezza prevista dall'eq. (3.6) può essere leggermente ridotta in presenza di un forte confinamento del calcestruzzo che, premendo sulla barra, incrementa la tensione di aderenza allontanando così il rischio di sfilamento.

Analogo fenomeno si verifica in presenza di forti azioni assiali di compressione o nei nodi, dove lo sforzo normale derivante dal pilastro induce una pressione laterale nelle barre longitudinali delle travi. Tale situazione permette di trasmettere la tensione dai ferri al calcestruzzo con maggiore efficacia.

Il fenomeno dell'aderenza assume un carattere particolarmente rilevante nei nodi dei telai in c.a., dove è ragionevole ritenere che gli sforzi ΔT_c e $\Delta T'_c$, trasmessi dalle armature per aderenza ed assorbiti dal calcestruzzo, vengano trasferiti con maggiore

efficacia in corrispondenza della parte compressa del pilastro che, per effetto del sisma, viene sollecitato a pressoflessione e non a semplice compressione assiale.

Con riferimento alla Fig. 3.6, gli sforzi ΔT_c e $\Delta T'_c$ rappresentano la somma integrale delle tensioni d'attrito lungo la barra d'armatura e possono quindi essere valutati come il prodotto di una tensione d'attrito media (u_0) per un'opportuna lunghezza (c).

Le lunghezze d'ancoraggio delle barre d'armatura vengono generalmente computate a partire dall'interfaccia del pilastro, o comunque all'ingresso nel nucleo confinato: questa assunzione tuttavia soddisfa solo i nodi elastici, dove non è previsto lo snervamento delle barre all'interfaccia con il pilastro.

Quando una cerniera plastica si sviluppa nelle sezioni adiacenti il nodo le barre d'armatura entrano in fase post-elastica e l'incrudimento si manifesta anche all'interno del nucleo, con conseguente deterioramento dell'attrito tra acciaio e calcestruzzo.

Dopo pochi cicli di carico in campo inelastico, la forza d'ancoraggio viene ridistribuita, progressivamente, al meccanismo ad uncino, a meno che il pilastro non sia tanto largo da poter sviluppare una sufficiente lunghezza di ancoraggio senza piegature.

Se le barre non sono piegate o non sono dotate di un sistema atto ad impedire lo sfilamento (come ad esempio piastre saldate in testa), la perdita completa dell'ancoraggio nel tratto rettilineo equivale alla crisi del nodo poiché non è più possibile mobilitare alcun meccanismo resistente a taglio. Per questa ragione, in un nodo esterno è consigliabile usare barre d'armatura di diametro minore, perché richiedono una ridotta lunghezza d'ancoraggio, così come è opportuno far sì che la potenziale cerniera plastica nella trave si crei ad una certa distanza dal pilastro, così da evitare che lo snervamento dei ferri si propaghi nel nucleo confinato del nodo e deteriori l'accoppiamento acciaio-calcestruzzo.

3.1.4 Contributo del meccanismo a puntone diagonale

Il meccanismo a puntone diagonale tiene conto del contributo resistente del solo calcestruzzo. La componente orizzontale della resistenza a taglio offerta da tale meccanismo viene espressa dagli autori con la seguente equazione, ottenuta imponendo l'equilibrio del nodo alla traslazione orizzontale:

$$V_{ch} = C_c + \Delta T_c - V_{col} \quad (3.7)$$

dove ΔT_c è la frazione della forza di compressione C_s nella barra inferiore trasferita al calcestruzzo per aderenza nel tratto di lunghezza c , come indicato in Fig. 3.6.

Nell'ipotesi che l'ancoraggio sia efficace, lo sforzo di compressione C_s nelle barre inferiori è:

$$C_s \leq f_y A'_s = \beta \frac{T}{\lambda_0} \tag{3.8}$$

dove:

$\beta = A'_s/A_s$ rapporto tra l'armatura al lembo inferiore compresso (A'_s) e quella al lembo superiore teso (A_s);

$T = \lambda_0 f_y A_s$ sforzo di sovraresistenza totale agente in corrispondenza delle barre superiori tese, con:

λ_0 fattore di sovraresistenza della sezione (tiene conto dell'incrudimento dell'acciaio e del rapporto tra tensione reale e nominale delle barre. I valori tipici sono prossimi a 1,25).

Si osserva come gli autori abbiano ipotizzato che l'armatura tesa (A_s) si trovi in fase incrudente e possa sviluppare la tensione di sovraresistenza ($\lambda_0 f_y$), mentre le barre in compressione (A'_s) non abbiano ancora raggiunto lo snervamento ($C_s \leq f_y A'_s$).

La forza di compressione C_c nel calcestruzzo, indotta dal momento flettente nella trave, si ottiene per l'equilibrio alla traslazione della sezione di estremità della trave:

$$C_c = T - C_s \geq \left(1 - \frac{\beta}{\lambda_0}\right) T \tag{3.9}$$

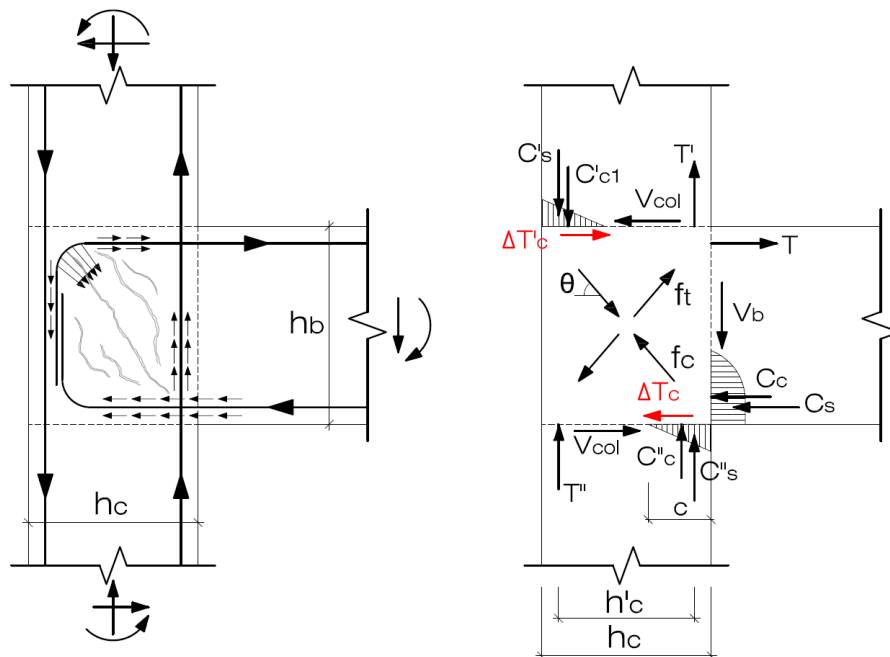


Fig. 3.6: Meccanismo a puntone diagonale – schematizzazione forze agenti nel nodo esterno; si evidenziano gli sforzi ΔT_c e $\Delta T'_c$ dovuti all'aderenza tra acciaio e calcestruzzo.

Con riferimento al termine ΔT_c , legato all'ancoraggio della barra inferiore, si nota come la piegatura verso l'alto della barra limiti lo sforzo: il trasferimento delle tensioni è meno efficace di quanto avviene in una barra dritta, ma a seguito dell'azione sismica, che provoca l'inversione del momento flettente nella trave, anche l'armatura al lembo inferiore risulta tesa e quindi l'uncino diventa indispensabile per evitare lo sfilamento della barra stessa.

Assumendo una lunghezza efficace di ancoraggio pari a $0,7 h_c$, la forza di attrito unitaria può essere calcolata con la seguente espressione (Paulay & Priestley, 1992):

$$u_0 \cong 1,4 \frac{C_s}{h_c} \quad (3.10)$$

La forza totale introdotta per aderenza nel puntone diagonale è quindi:

$$\Delta T_c = u_0 c = \frac{1,4 C_s c}{h_c} = \frac{1,4 c \beta}{\lambda_0 h_c} T \quad (3.11)$$

Per ottenere una stima della zona compressa "c" in un pilastro in campo elastico, noti lo sforzo normale P_u , la resistenza cilindrica del calcestruzzo f'_c e l'area della sezione A_g , si può fare riferimento alla seguente espressione (Paulay & Priestley, 1992):

$$\frac{c}{h_c} = 0,25 + 0,85 \frac{P_u}{f'_c A_g} \quad (3.12)$$

Nell'ipotesi che il trasferimento delle tensioni dalla barra al calcestruzzo avvenga in un tratto pari all'80% della zona in compressione c nel pilastro ed utilizzando l'espressione approssimata proposta (eq. (3.12)), è possibile calcolare la componente orizzontale dello sforzo di taglio assorbito dal meccanismo a puntone diagonale come segue:

$$\begin{aligned} V_{ch} &= C_c + \Delta T_c - V_{col} = \left(1 - \frac{\beta}{\lambda_0}\right) T + 1,4 \frac{c}{h_c} \frac{\beta}{\lambda_0} T - V_{col} = \\ &= \left\{1 - \frac{\beta}{\lambda_0} \left[1 - 1,4 \left(0,25 + 0,85 \frac{P_u}{f'_c A_g}\right)\right]\right\} T - V_{col} = \\ &= \left[1 - \frac{\beta}{\lambda_0} \left(0,7 - 1,2 \frac{P_u}{f'_c A_g}\right)\right] T - V_{col} \end{aligned} \quad (3.13)$$

Il contributo del meccanismo a puntone diagonale nella resistenza al taglio verticale del nodo può essere stimato attraverso considerazioni geometriche:

$$V_{cv} \cong \frac{h_b}{h_c} V_{ch} \quad (3.14)$$

3.1.5 Contributo alla resistenza a taglio del meccanismo di confinamento a traliccio ed armatura richiesta

Il contributo del meccanismo a traliccio di confinamento può essere valutato come espresso di seguito:

$$V_{sh} = V_{jh} - V_{ch} = (T - V_{col}) - (C_c + \Delta T_c - V_{col}) = T - C_c - \Delta T_c \quad (3.15)$$

Sulla base delle approssimazioni già utilizzate in precedenza (eq. (3.13)), si ha:

$$V_{sh} = T - C_c - \Delta T_c = T - \left(1 - \frac{\beta}{\lambda_0}\right) T - 1,4 \frac{c}{h_c} \frac{\beta}{\lambda_0} T \cong \frac{\beta}{\lambda_0} \left(0,7 - 1,2 \frac{P_u}{f'_c A_g}\right) T \quad (3.16)$$

La quantità di armatura richiesta per assorbire il taglio orizzontale nel nodo si ottiene dividendo la componente di taglio orizzontale V_{sh} per la tensione di snervamento delle staffe f_{yh} :

$$A_{jh} = \frac{V_{sh}}{f_{yh}} = \beta \left(0,7 - 1,2 \frac{P_u}{f'_c A_g}\right) \frac{f_y}{f_{yh}} A_s \quad (3.17)$$

Per effetto dell'azione sismica il momento flettente nella trave cambia verso ed il taglio verticale V_b introdotto nel nodo può essere diretto alternativamente verso il basso oppure verso l'alto: nel secondo caso la compressione nel pannello nodale si riduce e quindi, applicando l'equazione (3.17), è opportuno sottrarre la forza V_b allo sforzo normale P_u .

Lo sforzo di taglio verticale assorbito dal meccanismo di confinamento non può essere calcolato per differenza come fatto per V_{sh} ; in questo caso è infatti necessario computare anche la forza normale di compressione del pilastro.

Imponendo l'equilibrio in un punto del modello a traliccio (Fig. 3.5), si può scrivere l'espressione:

$$p + \frac{A_{jv} f_{yv}}{h'_c} - v_s \tan \theta = 0 \quad (3.18)$$

dove:

h'_c lunghezza del nodo confinato;

f_{yv} tensione di snervamento delle barre longitudinali intermedie del pilastro;

$p = \frac{P_u}{h'_c}$ forza di compressione per unità di lunghezza del nodo confinato;

$v_s = \frac{V_{sh}}{h'_c}$ taglio verticale per unità di lunghezza del nodo confinato;

$\theta \cong \arctan \frac{h_b}{h_c}$ inclinazione del puntone obliquo sull'orizzontale.

Dall'espressione (3.18) si ricava l'area di armatura verticale A_{jv} , costituita dalla sezione trasversale complessiva delle barre longitudinali intermedie del pilastro presenti all'interno del pannello nodale:

$$A_{jv} = \frac{1}{f_{yv}} (V_{sh} \tan \theta - h'_c p) \cong \frac{1}{f_{yv}} \left(V_{sh} \frac{h_b}{h_c} - P_u \right) \quad (3.19)$$

3.2 Nuova Formula di Resistenza a Taglio

Viene qui valutato un meccanismo tirante-puntone, la cui crisi si assume avvenga per compressione del calcestruzzo, in grado di stimare la resistenza a taglio di nodi esterni trave-pilastro in c.a. attraverso un'espressione semplice e di immediata applicabilità, in grado tuttavia di quantificare i singoli contributi dei diversi meccanismi resistenti coinvolti.

I principali riferimenti adottati sono costituiti dalla procedura formulata da *Hwang* e *Lee* (1999) e da *Park* e *Mosalam* (2012).

3.2.1 Teoria di riferimento – procedura di *Hwang* e *Lee* (1999)

Il primo modello di riferimento (Hwang & Lee, 1999) ipotizza un comportamento del tipo "tirante-puntone" dei meccanismi resistenti mobilitati all'interno del pannello nodale; tali meccanismi sono stati scelti dagli autori in modo tale da verificare le condizioni di equilibrio delle forze e congruenza delle deformazioni, rispettando al contempo le leggi costitutive dei materiali.

La procedura definita dagli autori ipotizza, in analogia a quanto indicato da *Paulay* e *Priestley* (1991), l'attivazione di un meccanismo resistente a puntone diagonale di calcestruzzo e di due meccanismi di confinamento a traliccio, dove i tiranti sono costituiti dalle staffe e dalle armature verticali intermedie del pilastro passanti nel nodo.

Come si vedrà nel seguito, la procedura per la stima della resistenza a taglio del nodo si presenta piuttosto complessa a causa delle numerose variabili ed al percorso iterativo delle equazioni risolventi formulate dagli autori.

Facendo riferimento alla Fig. 3.7, il valore dell'azione tagliante nel nodo è calcolata imponendo l'equilibrio alla traslazione in prossimità del lembo superiore del nodo:

$$V_{jh} = T_b - V_{c1} \quad (3.20)$$

dove:

V_{jh} forza di taglio orizzontale;

T_b forza di trazione risultante nell'armatura al lembo teso della trave;

V_{c1} forza di taglio orizzontale proveniente dal pilastro all'altezza della sezione di interfaccia con il nodo trave-pilastro considerato.

L'intensità della forza di taglio verticale viene invece stimata in modo approssimato attraverso la seguente espressione:

$$V_{jv} \approx \left(\frac{h'_b}{h'_c} \right) \cdot V_{jn} \quad (3.21)$$

con h'_b e h'_c bracci interni delle coppie di sollecitazioni risultanti rispettivamente nella sezione di estremità della trave e nelle sezioni di interfaccia del pilastro con il nodo (Fig. 3.7).

Come premesso, il modello proposto dagli autori si compone dei meccanismi diagonale, orizzontale e verticale, evidenziati in Fig. 3.8 (a), (b) e (c) rispettivamente.

Il meccanismo a puntone diagonale (Fig. 3.8 (a)) comprende un unico puntone di calcestruzzo compresso la cui inclinazione è definita dalla geometria del nucleo di calcestruzzo confinato e quindi dal passaggio delle armature longitudinali di trave e pilastro all'interno del nodo stesso:

$$\vartheta = \tan^{-1} \left(\frac{h''_b}{h''_c} \right) \quad (3.22)$$

con:

h''_c distanza orizzontale tra il baricentro delle barre longitudinali poste ai lembi opposti della sezione del pilastro (nel piano cui appartiene la trave; Fig. 3.8);

h''_b distanza verticale tra le barre longitudinali poste ai due lembi opposti (superiore ed inferiore) della sezione della trave (Fig. 3.8).

Si ipotizza una sezione costante del puntone diagonale, di area A_{str} pari a:

$$A_{str} = a_s \cdot b_s \quad (3.23)$$

dove, poiché la formazione del puntone diagonale è legata alla presenza di aree compresse in corrispondenza delle interfacce del nodo con le trave ed i pilastri, si ha:

$$a_s = \sqrt{a_b^2 + a_c^2} \quad \text{spessore del puntone diagonale,} \quad (3.24)$$

con:

a_b altezza della zona compressa nella sezione di interfaccia della trave con il pilastro;

a_c altezza della zona compressa nella sezione di interfaccia del pilastro con il nodo;

- $b_s = \min(b_b; b_c)$ profondità del nodo;
- b_b base della sezione della trave;
- b_c base della sezione del pilastro.

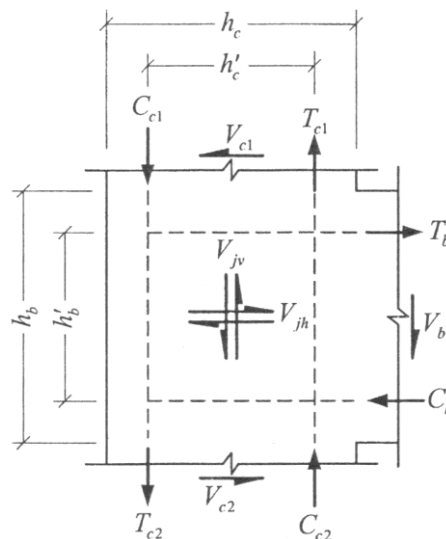


Fig. 3.7: Nodo esterno - forze esterne e taglio interno (Hwang & Lee, 1999).

La formazione di cerniere nelle sezioni delle travi adiacenti al pilastro, osservata frequentemente nei *test* ciclici che producono la crisi dei nodi, indica l'impossibilità per la trave di trasmettere forze di compressione particolarmente significative; per questa ragione l'eq. (3.24) può essere ridotta a:

$$a_s = a_c \tag{3.25}$$

In modo semplificato viene assunto:

$$a_c = \left(0,25 + 0,85 \frac{N}{A_g f'_c} \right) h_c \tag{3.26}$$

con:

- N sforzo normale agente nel pilastro;
- f'_c valore medio della resistenza cilindrica caratteristica a compressione del calcestruzzo;
- h_c altezza della sezione del pilastro;
- $A_g = b_c \cdot h_c$ area lorda della sezione del pilastro all'interfaccia con il nodo.

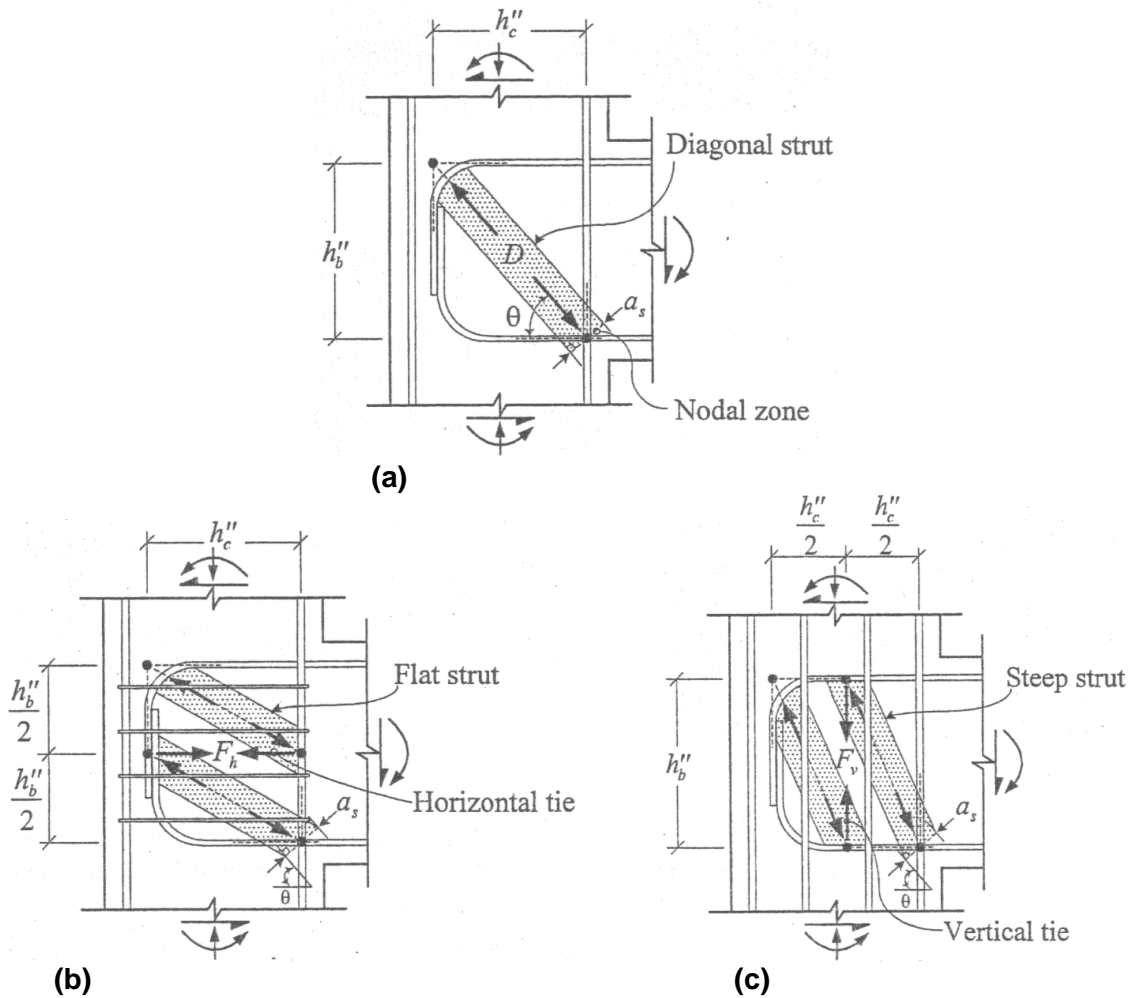


Fig. 3.8: Meccanismi resistenti a taglio: (a) meccanismo a puntone; (b) meccanismo di confinamento a traliccio mediante staffe; (c) meccanismo di confinamento a traliccio mediante barre verticali (Hwang & Lee, 1999).

Come illustrato in Fig. 3.9 e Fig. 3.10, il modello tirante-puntone proposto dagli autori per un nodo esterno trave-pilastro permette di imporre l'equilibrio delle forze concorrenti nel nodo superiore sommando i contributi di tre diversi meccanismi. Il taglio resistente orizzontale V_{jh} e quello verticale V_{jv} si possono allora calcolare come espresso di seguito:

$$V_{jh} = D \cos\vartheta + F_h + F_v \cot\vartheta; \tag{3.27}$$

$$V_{jv} = D \sin\vartheta + F_h \tan\vartheta + F_v \tag{3.28}$$

dove:

- D forza di compressione nel puntone diagonale;
- F_h forza di trazione complessiva agente nelle staffe orizzontali del pilastro;
- F_v forza di trazione complessiva agente nelle barre verticali intermedie del pilastro.

Nel caso in cui il pilastro sia sprovvisto di barre longitudinali intermedie, la resistenza a taglio viene fornita solo dai meccanismi resistenti diagonale ed orizzontale; la forza F_h si può calcolare come:

$$F_h = \gamma_h \cdot V_{jh}; \quad (3.29)$$

con:

γ_h frazione del taglio orizzontale trasferita dal tirante orizzontale (staffe del pilastro nel nodo) in assenza del tirante verticale (barre longitudinali intermedie del pilastro); dove:

$$\gamma_h = \frac{2 \tan \vartheta - 1}{3} \quad \text{per } 0 \leq \gamma_h \leq 1.$$

L'equazione (3.29) si ottiene (Jennewein & Schafer, 1992; Schäfer, 1996) effettuando l'interpolazione lineare di F_h tra i due casi limite, ovvero quando il taglio orizzontale viene portato unicamente dall'armatura trasversale del pilastro ($F_h = V_{jh}$; $\vartheta \cong 27^\circ$), o, viceversa, quando l'intero taglio orizzontale viene trasferito attraverso il puntone di *calcestruzzo* compresso ($F_h = 0$; $\vartheta \cong 63^\circ$).

Il taglio resistente verticale è fornito dai soli meccanismi diagonale e verticale, senza lo snervamento dell'armatura orizzontale nel nodo, da cui:

$$F_v = \gamma_v \cdot V_{jv} \quad (3.30)$$

con:

γ_v frazione del taglio verticale trasferita dal tirante verticale (barre longitudinali intermedie del pilastro) in assenza del tirante orizzontale (staffe del pilastro nel nodo); dove:

$$\gamma_v = \frac{2 \cot \vartheta - 1}{3} \quad \text{per } 0 \leq \gamma_v \leq 1.$$

Sulla base delle eqq. (3.27), (3.29) e (3.30), le quote di taglio orizzontale da assegnare ai tre meccanismi resistenti sono definite dall'espressione seguente:

$$D \cos \vartheta : F_h : F_v \cot \vartheta = R_d : R_h : R_v \quad (3.31)$$

dove R_d , R_h , R_v sono le quote di taglio resistente portato, rispettivamente, dai meccanismi diagonale, orizzontale e verticale.

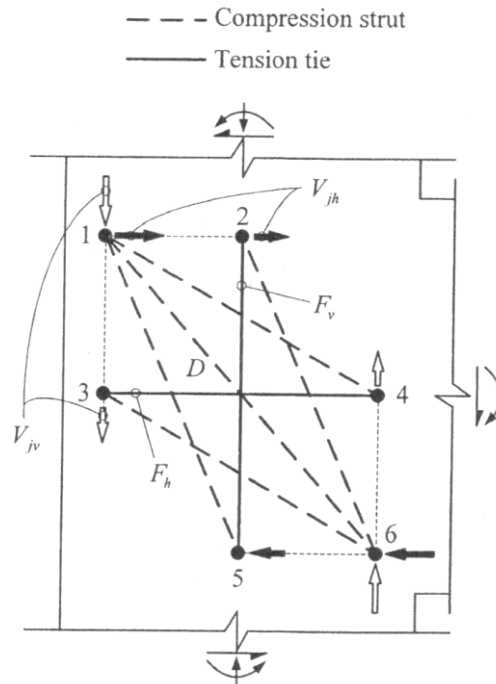


Fig. 3.9: Forze agenti nella regione nodale (Hwang & Lee, 1999); il tratteggio di maggiore ampiezza indica la direzione dei puntoni mobilitati dai diversi meccanismi resistenti.

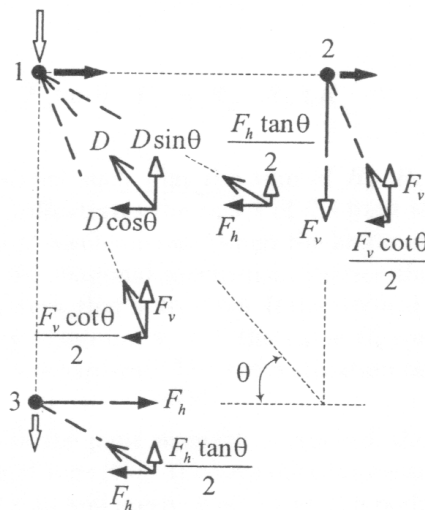


Fig. 3.10: Forze agenti nei nodi 1, 2 e 3 (Hwang & Lee, 1999).

L'espressione (3.31) può essere rielaborata ed espressa in un sistema di tre equazioni:

$$D = \frac{1}{\cos\vartheta} \cdot \frac{R_d}{(R_d+R_h+R_v)} \cdot V_{jh}; \quad (3.32)$$

$$F_h = \frac{R_h}{(R_d+R_h+R_v)} \cdot V_{jh}; \quad (3.33)$$

$$F_v = \frac{1}{\cot\vartheta} \cdot \frac{R_v}{(R_d+R_h+R_v)} \cdot V_{jh} \quad (3.34)$$

dove:

$$R_d = \frac{(1-\gamma_h)(1-\gamma_v)}{1-\gamma_h\gamma_v}; \quad (3.35)$$

$$R_h = \frac{\gamma_h(1-\gamma_v)}{1-\gamma_h\gamma_v}; \tag{3.36}$$

$$R_v = \frac{\gamma_v(1-\gamma_h)}{1-\gamma_h\gamma_v} \tag{3.37}$$

La configurazione assegnata al modello tirante-puntone proposto fa sì che le medesime frazioni del taglio verticale V_{jv} vengano assegnate ai tre diversi meccanismi resistenti:

$$D \sin\vartheta : F_h \tan\vartheta : F_v = R_d : R_h : R_v \tag{3.38}$$

Come evidenziato in Fig. 3.11 le quote di taglio resistente da assegnare ai tre meccanismi sono scalate in modo tale che: $R_d + R_h + R_v = 1$.

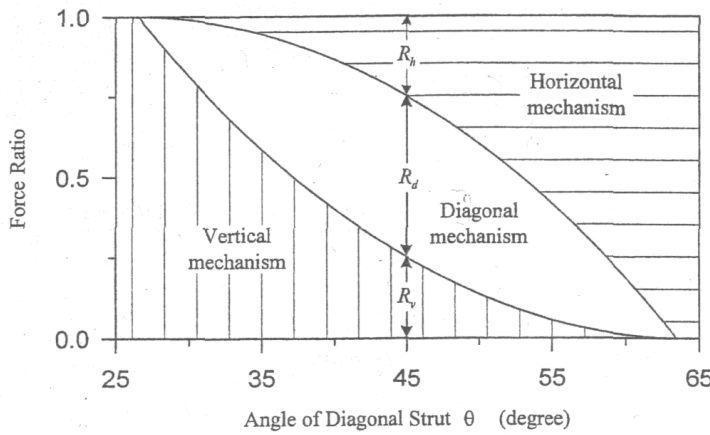


Fig. 3.11: Quote del taglio resistente assegnate ai diversi meccanismi al variare dell'inclinazione del puntone diagonale rispetto all'orizzontale (Hwang & Lee, 1999).

Si osserva come per un'inclinazione del puntone di calcestruzzo di 45° , il contributo resistente principale è assicurato dal meccanismo a puntone diagonale ($R_d = 0,5$).

Al fine di verificare che la resistenza del nodo sia stata raggiunta, si fa riferimento al valore massimo della tensione di compressione $\sigma_{d,max}$ agente nel nodo in cui convergono le forze di compressione corrispondenti ai diversi meccanismi.

Assumendo che una delle direzioni principali, indicata con il pedice d , coincida con l'asse del puntone compresso, si ha:

$$\sigma_{d,max} = \frac{1}{A_{str}} \left\{ D + \frac{\cos\left(\vartheta - \tan^{-1}\left(\frac{h_b''}{2h_c''}\right)\right)}{\cos\left(\tan^{-1}\left(\frac{h_b''}{2h_c''}\right)\right)} F_h + \frac{\cos\left(\tan^{-1}\left(\frac{2h_b''}{h_c''}\right) - \vartheta\right)}{\sin\left(\tan^{-1}\left(\frac{2h_b''}{h_c''}\right)\right)} F_v \right\} \tag{3.39}$$

La legge costitutiva del calcestruzzo, soggetto ad un regime tensionale biassiale (Fig. 3.12), è stata assunta come indicato in uno studio precedente (Zhang & Hsu, 1998):

$$\sigma_d = -\zeta f'_c \left[2 \left(\frac{-\varepsilon_d}{\zeta \varepsilon_0} \right) - \left(\frac{-\varepsilon_d}{\zeta \varepsilon_0} \right)^2 \right] \quad (3.40)$$

dove:

$$\zeta = \min \left(\frac{5,8}{\sqrt{f'_c}} \cdot \frac{1}{\sqrt{1+400 \varepsilon_r}} ; \frac{0,9}{\sqrt{1+400 \varepsilon_r}} \right) \quad \text{è il coefficiente di softening} \quad (3.41)$$

con:

$$\frac{-\varepsilon_d}{\zeta \varepsilon_0} \leq 1;$$

ε_d deformazione media del calcestruzzo nella direzione principale d , coincidente con l'asse principale del puntone diagonale;

ε_r deformazione media nella direzione principale r , ortogonale all'asse del puntone;

ε_0 deformazione assiale corrispondente al valore medio della resistenza cilindrica caratteristica a compressione f'_c del calcestruzzo:

$$\varepsilon_0 = 0,002 + 0,001 \left(\frac{f'_c - 20}{80} \right) \quad \text{per } 20 \leq f'_c \leq 100 \text{ MPa} \quad (3.42)$$

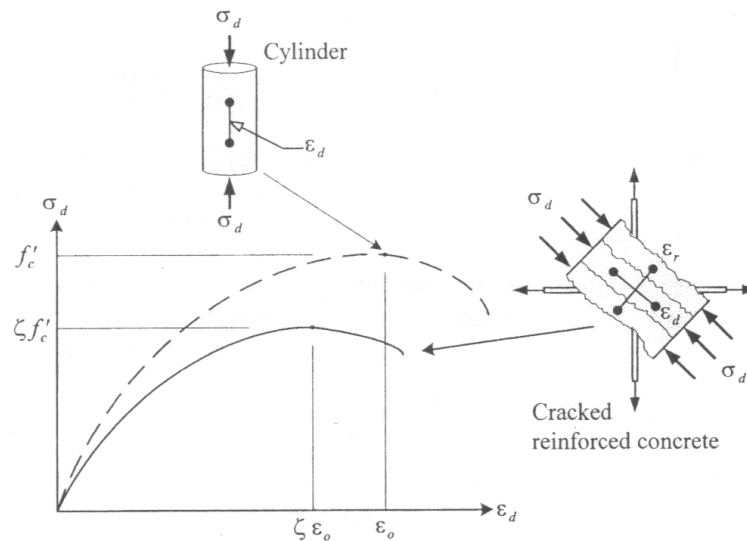


Fig. 3.12: Influenza dell'effetto di softening nel legame sforzo-deformazione del calcestruzzo (Hwang & Lee, 1999).

Sulla base dell'eq. (3.40), la massima resistenza del nodo, che corrisponde al raggiungimento della massima tensione di compressione $\sigma_{d,max}$ supportabile dal calcestruzzo nella zona nodale, si ottiene quando la tensione di compressione e la deformazione del puntone diagonale ε_d si accordano alle seguenti due espressioni (Fig. 3.13):

$$\sigma_{d,max} = -\zeta \cdot f'_c; \quad (3.43)$$

$$\varepsilon_d = -\zeta \cdot \varepsilon_0 \quad (3.44)$$

Trascurando l'effetto di irrigidimento fornito dal calcestruzzo, il comportamento delle barre di acciaio è assunto dagli autori come elastico-perfettamente plastico:

$$f_s = E_s \varepsilon_s \quad \text{se } \varepsilon_s < \varepsilon_y; \quad (3.45)$$

$$f_s = f_y \quad \text{se } \varepsilon_s \geq \varepsilon_y \quad (3.46)$$

dove:

E_s modulo elastico dell'acciaio nelle barre;

f_s tensione nelle barre di armatura; si pone:

- Eq. (3.45):

$$f_s = f_h ; \varepsilon_s = \varepsilon_h \quad \text{se applicata alle staffe del pilastro;}$$

$$f_s = f_v ; \varepsilon_s = \varepsilon_v \quad \text{se applicata alle barre intermedie del pilastro;}$$

- Eq. (3.46):

$$f_s = f_{yh} ; \varepsilon_s = \varepsilon_h \quad \text{se applicata alle staffe del pilastro;}$$

$$f_s = f_{yv} ; \varepsilon_s = \varepsilon_v \quad \text{se applicata alle barre intermedie del pilastro.}$$

La relazione tra tensione e deformazione nei tiranti, introdotti nel modello per descrivere il comportamento delle staffe e delle barre longitudinali intermedie del pilastro all'interno del nodo, è descritta dalle due seguenti espressioni:

$$F_h = A_{th} E_s \varepsilon_h \leq F_{yh}; \quad (3.47)$$

$$F_v = A_{tv} E_s \varepsilon_v \leq F_{yv} \quad (3.48)$$

dove:

A_{th} area complessiva della sezione delle staffe nel nodo;

A_{tv} area complessiva della sezione delle barre longitudinali intermedie del pilastro nel nodo.

Ipotizzando che la direzione principale d della tensione di compressione sia definita dall'angolo ϑ , è possibile esprimere la deformazione ε_r nella direzione principale r , ortogonale a d , in funzione della deformazione orizzontale ε_h , della deformazione verticale ε_v e del valore di deformazione ε_d nella direzione principale d (Hsu, 1993):

$$\varepsilon_r = \varepsilon_h + (\varepsilon_h + \varepsilon_d) \cot^2 \vartheta; \quad (3.49)$$

$$\varepsilon_r = \varepsilon_v + (\varepsilon_v - \varepsilon_d) \tan^2 \vartheta \quad (3.50)$$

Noti i termini ϑ , f'_c , f_{yh} , f_{yv} , A_{str} , A_{th} , A_{tv} , E_s , ε_0 , il calcolo del taglio resistente orizzontale V_{jh} avviene attraverso un lungo procedimento iterativo, descritto nelle figure seguenti (Fig. 3.14 e Fig. 3.15).

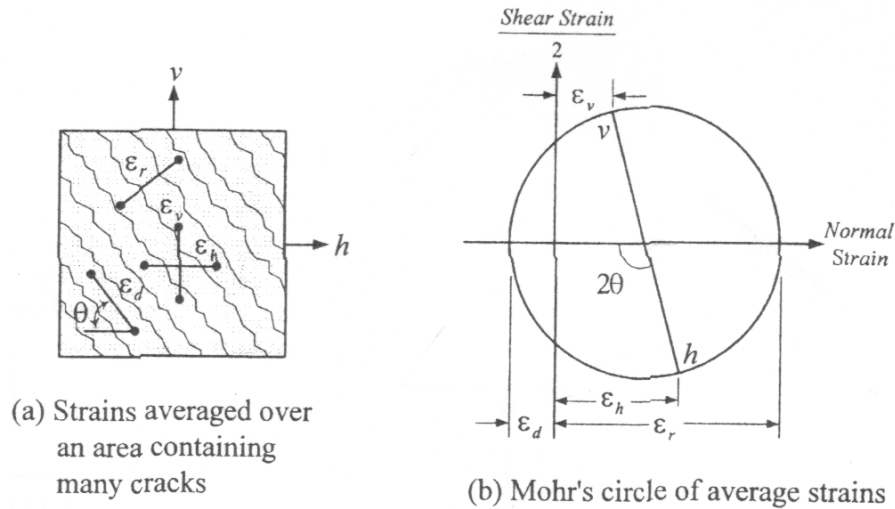


Fig. 3.13: Identificazione delle direzioni principali di deformazione del calcestruzzo (indicate con le lettere d ed r) in un regime tensionale biassiale (Hwang & Lee, 1999).

La notazione utilizzata nei diagrammi riportati (Fig. 3.14 e Fig. 3.15) si riferisce direttamente all'articolo nel quale gli autori discutono la formulazione da loro proposta (Hwang & Lee, 1999); le stesse equazioni citate dagli autori nei due grafici, presentano in questa tesi la seguente diversa numerazione:

numerazione articolo (Fig. 3.14 e Fig. 3.15)	numerazione utilizzata	numerazione articolo (Fig. 3.14 e Fig. 3.15)	numerazione utilizzata
Eq. (8)	Eq. (3.27)	Eq. (20)	Eq. (3.39)
Eq. (10)	Eq. (3.29)	Eq. (21)	Eq. (3.40)
Eq. (11)	Eq. (3.30)	Eq. (22)	Eq. (3.41)
Eq. (13)	Eq. (3.32)	Eq. (24)	Eq. (3.43)
Eq. (14)	Eq. (3.33)	Eq. (28)	Eq. (3.47)
Eq. (15)	Eq. (3.34)	Eq. (29)	Eq. (3.48)
Eq. (16)	Eq. (3.35)	Eq. (30)	Eq. (3.49)
Eq. (17)	Eq. (3.36)	Eq. (31)	Eq. (3.50)
Eq. (18)	Eq. (3.37)	Fig. 9 ; Fig. 10	Fig. 3.14 ; Fig. 3.15

Tab. 1: numerazione impiegata dagli autori (illustrata in Fig. 3.14 e Fig. 3.15) e corrispondente numerazione utilizzata in questa tesi.

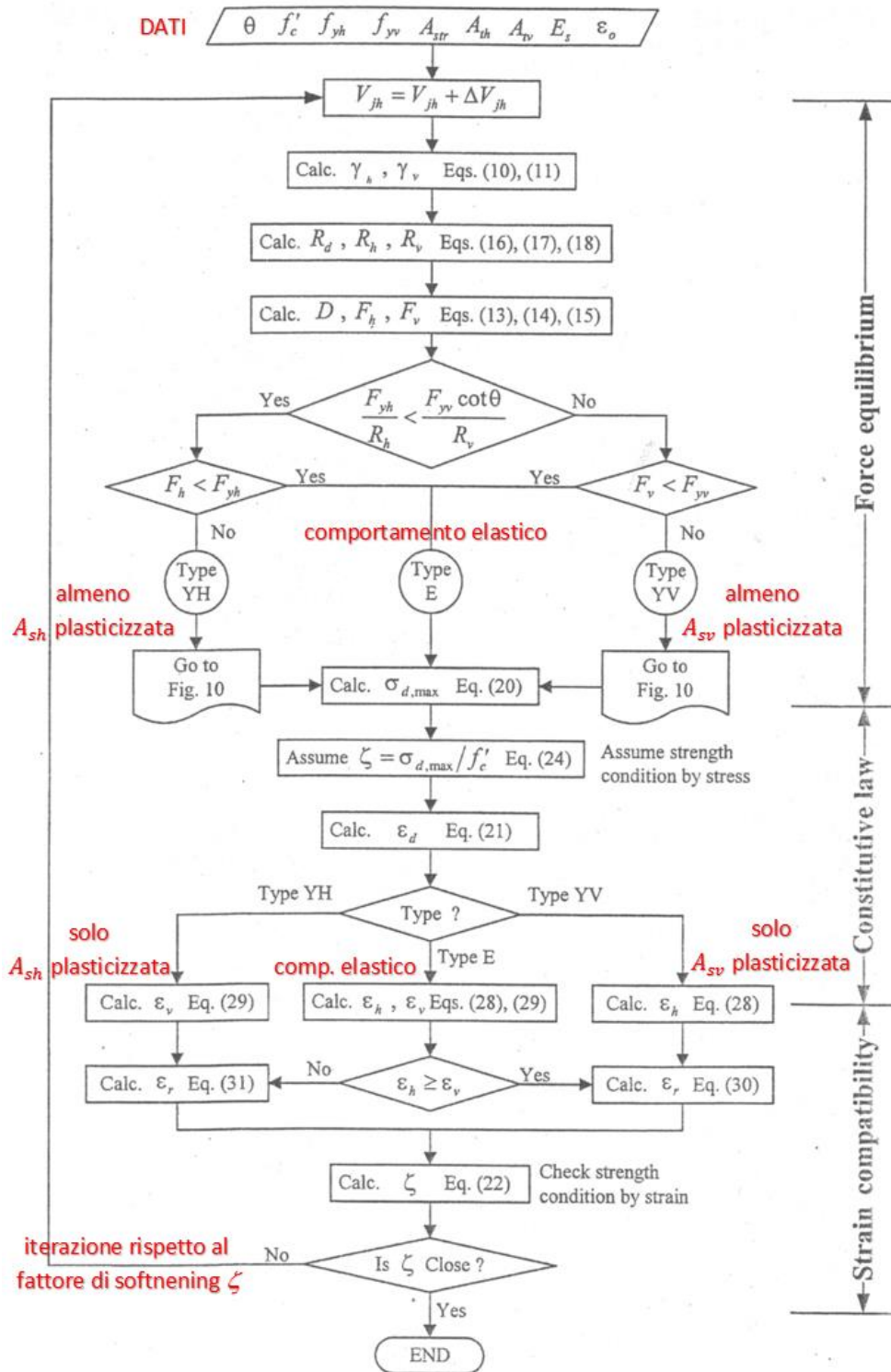


Fig. 9—Flow chart showing efficient algorithm.

Fig. 3.14: Diagramma riassuntivo del procedimento adottato dagli autori per il calcolo della resistenza a taglio di un nodo esterno – prima parte (Hwang & Lee, 1999).

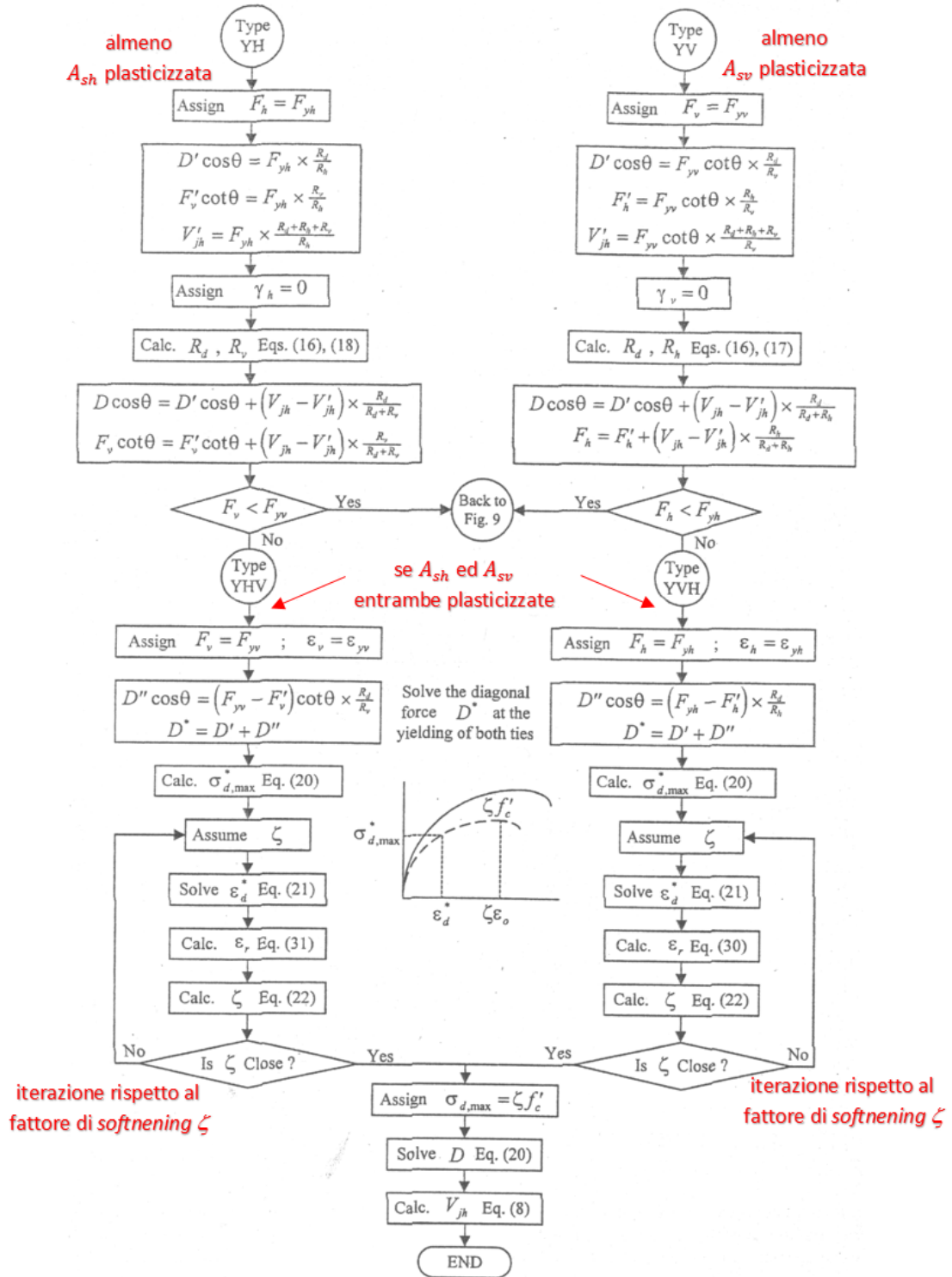


Fig. 10—Algorithm for post yielding cases.

Fig. 3.15: Diagramma riassuntivo del procedimento adottato dagli autori per il calcolo della resistenza a taglio di un nodo esterno – seconda parte: armatura in campo post-elastico (Hwang & Lee, 1999).

3.2.2 Teoria di riferimento – procedura di *Park e Mosalam (2012)*

Il secondo modello di riferimento adottato (Park & Mosalam, 2012) si riferisce a nodi esterni privi sia dell'armatura trasversale che di quella longitudinale intermedia del pilastro.

Gli autori propongono un modello analitico del tipo “*tirante-puntone*” per il calcolo della resistenza a taglio del nodo, considerando il contributo di due puntone inclinati di calcestruzzo. La formazione del primo puntone (*ST1*), come ipotizzato da *Paulay e Priestley* (Fig. 3.5 (a)) e da *Hwang e Lee* (Fig. 3.8 (a)), è legata alla presenza di aree compresse in corrispondenza delle interfacce trave-pilastro ed alla piegatura (a 90°) dell'armatura longitudinale della trave nel nodo per l'ancoraggio. La formazione del secondo puntone (*ST2*) è legata invece all'aderenza presente tra le barre longitudinali della trave ed il calcestruzzo circostante.

Gli autori calcolano la deformazione principale a trazione, all'atto della crisi per taglio del nodo, attraverso la seguente espressione:

$$\varepsilon_1 = 0,003 + 0,005(h_b/h_c) \quad (3.51)$$

dove:

h_b è l'altezza della sezione trasversale della trave;

h_c è l'altezza della sezione trasversale del pilastro nella direzione di carico (Fig. 3.16).

Per tenere conto del *softening* del calcestruzzo, gli autori assumo il modello costitutivo suggerito da *Vollum (1998)*:

$$\sigma = \frac{5,9 \sqrt{f'_c}}{0,8+170 \varepsilon_1} [MPa] \quad \text{tensione di compressione ammissibile nel cls} \quad (3.52)$$

con:

f'_c resistenza cilindrica a compressione del calcestruzzo.

Con riferimento al nodo esterno schematizzato in Fig. 3.17, imponendo l'equilibrio delle forze agenti si ha:

$$M_b = V_b \cdot L = A_s f_s \cdot j d_b \Rightarrow V_b = A_s f_s \frac{j d_b}{L} \quad \text{taglio nella trave;} \quad (3.53)$$

$$V_c = \frac{L+h_c/2}{H} V_b \quad \text{taglio nel pilastro;} \quad (3.54)$$

$$V_{jh} = A_s f_s - V_c \quad \text{taglio nel nodo} \quad (3.55)$$

dove:

- L distanza del punto di inflessione considerato nella trave dall'interfaccia con il pilastro;
- H distanza tra il punto di inflessione superiore e quello inferiore nel pilastro;
- $A_s = n \frac{\pi \phi_b^2}{4}$ area dell'armatura longitudinale tesa nella trave (all'interfaccia con il pilastro);
- n numero di barre longitudinali tese nella trave (sezione di interfaccia con il pilastro);
- ϕ_b diametro delle barre longitudinali tese della trave;
- f_s tensione di trazione nell'armatura longitudinale tesa della trave;
- jd_b braccio interno delle sollecitazioni risultanti nella sezione di interfaccia della trave (tipicamente $jd_b = 0,875 d_b$ all'atto dello snervamento);
- d_b altezza utile della trave.

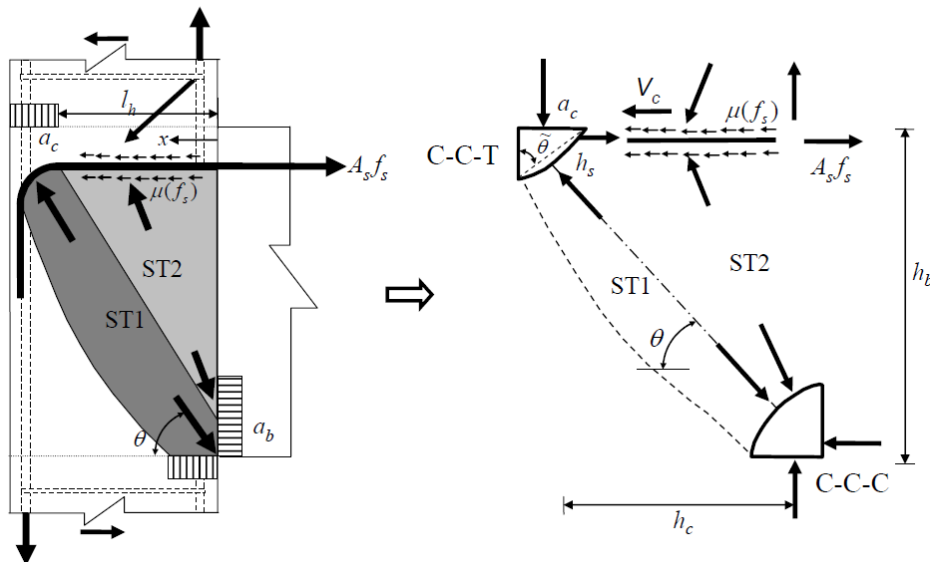


Fig. 3.16. Modello “tirante-puntone” assunto per lo studio di nodi esterni trave-pilastro (Park & Mosalam, 2012). Si osserva la presenza dei due puntone diagonali ST1 ed ST2.

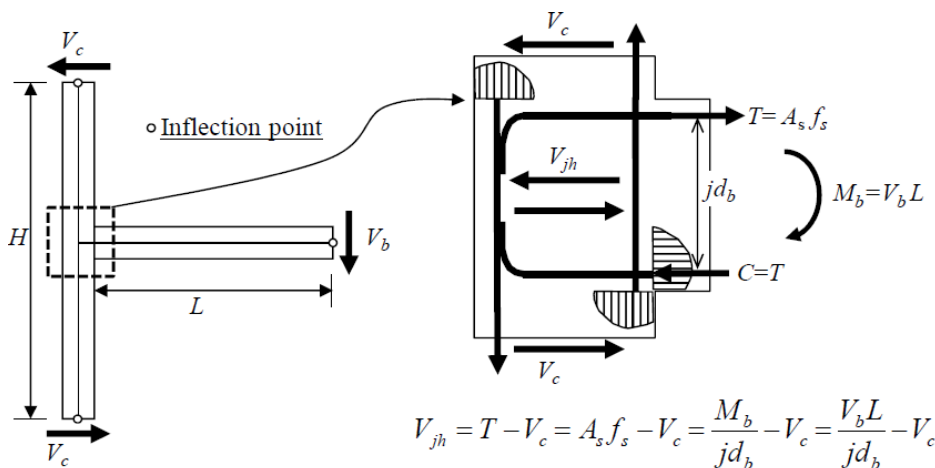


Fig. 3.17. Equilibrio globale di un nodo esterno (Park & Mosalam, 2012).

Sostituendo l'espressione (3.53) nella (3.54) e successivamente il termine V_c così ottenuto nell'equazione (3.55), si ha:

$$V_{jh} = A_s f_s \left(1 - \frac{L+h_c/2}{H} \frac{j d_b}{L} \right) \quad (3.56)$$

L'espressione (3.56) può essere semplificata considerando che:

$$d_b \cong 0,9 h_b \quad (3.57)$$

da cui:

$$j d_b \cong 0,8 h_b \Rightarrow V_{jh} \cong A_s f_s \left(1 - 0,85 \frac{h_b}{H} \right) \quad (3.58)$$

Gli autori calcolano il taglio resistente del nodo sommando i contributi resistenti dei due puntoni inclinati $ST1$ ed $ST2$:

$$V_{jh} = V_{jh,ST1} + V_{jh,ST2} \quad (3.59)$$

dove:

$$V_{jh,ST1} = A_s f_s - n\pi\phi_b \int_0^{l_h} \mu(f_s) dx \quad \text{taglio resistente del puntone } ST1 \quad (3.60)$$

$$V_{jh,ST2} = n\pi\phi_b \int_0^{l_h} \mu(f_s) dx - V_c \quad \text{taglio resistente del puntone } ST2 \quad (3.61)$$

con:

$\mu(f_s)$ distribuzione delle tensioni di aderenza lungo una barra longitudinale della trave (funzione della tensione di trazione $f_s = f_s(x)$ nella barra stessa - Fig. 3.16);

$l_h = h_c - a_c$ lunghezza della porzione di barra longitudinale della trave soggetta alle tensioni di aderenza $\mu(f_s)$ che generano il puntone $ST2$ (Fig. 3.16).

Come si osserva dalle eqq. (3.60) e (3.61), il taglio V_c del pilastro è stato incluso nell'equazione di equilibrio del solo puntone inclinato $ST2$: tale scelta viene giustificata dagli autori osservando che, a causa della fessurazione - di origine flessionale - dovuta all'azione ciclica dei carichi, gran parte del taglio agente nella sezione di interfaccia viene assorbita dalla sola porzione centrale del pilastro stesso.

Il taglio resistente dei due puntoni viene espresso utilizzando un "fattore di partecipazione" α , che lega il contributo di ognuno rispetto alla forza resistente totale V_{jh} :

$$V_{jh,ST1} = \alpha V_{jh} \quad \text{taglio resistente del puntone } ST1; \quad (3.62)$$

$$V_{jh,ST2} = (1 - \alpha) V_{jh} \quad \text{taglio resistente del puntone } ST2. \quad (3.63)$$

Il fattore di partecipazione α dipende dal degrado dell'aderenza tra l'armatura longitudinale della trave nel nodo e il calcestruzzo circostante: il contributo del puntone diagonale *ST1*, quindi, diventa sempre più rilevante all'aumentare della tensione f_s , a discapito della quota resistente offerta dal puntone *ST2* (*Booth et al.*, 1994).

Il modello ipotizza inoltre che non vi sia mai crisi dell'ancoraggio.

Dalle espressioni (3.58), (3.60) e (3.62), attraverso semplici passaggi algebrici, si ha:

$$\alpha = \frac{H}{H-0,85h_b} \left(1 - \frac{4}{\phi_b} \frac{\int_0^{l_h} \mu(f_s) dx}{f_s} \right) \quad (3.64)$$

Il modello proposto assume un comportamento incrudente dell'armatura, definito estendendo il modello di *Lehman e Moehle* (2000) per l'aderenza tra acciaio e calcestruzzo. Il contributo resistente dovuto all'aderenza delle barre longitudinali della trave viene quindi calcolato sulla base di un modello tri-lineare uniforme (Fig. 3.18 (b)).

In particolare:

$$\mu_E = 1,0 \sqrt{f'_c} [MPa^{0,5}] \quad \text{tensione di aderenza in condizioni elastiche } (f_s < f_y);$$

$$\mu_Y = 0,5 \mu_E \quad \text{tensione di aderenza per barra snervata } (f_y \leq f_s < f_p);$$

$$\mu_Y = 0,15 \mu_E \quad \text{tensione di aderenza residua } (f_p \leq f_s \leq f_r; \text{ da } CEB-FIP \text{ Model Code } 1990 \text{ (1993) - Fig. 3.18 (a)})$$

dove:

f_p tensione di trazione nell'armatura della trave quando lo snervamento della stessa si è propagato per l'intera lunghezza l_h (Fig. 3.19);

f_r tensione di trazione residua nell'armatura della trave (quando $\alpha = 1$) (Fig. 3.19).

Come indicato in Fig. 3.19, il contributo del puntone *ST1* è trascurato fino a quando la forza resistente dovuta all'aderenza (puntone *ST2*) non è più in grado di assorbire l'intero taglio orizzontale agente nel nodo.

La tensione di trazione $f_s = f_0$ nell'armatura della trave (interfaccia), oltre la quale si forma il puntone *ST1*, è:

$$V_{jh} = V_{ST2} \Rightarrow A_s f_0 = n \pi \phi_b \mu_E l_h \Rightarrow f_0 = \frac{4}{\phi_b} \mu_E l_h \quad (3.65)$$

Il fattore di partecipazione α_1 all'atto dello snervamento dell'armatura della trave ($f_s = f_y$) all'interfaccia con il pilastro, è:

$$\alpha_1 = \frac{H}{H-0,85h_b} \left(1 - \frac{4}{\phi_b} \frac{\mu_E}{f_y} l_h \right) \quad (3.66)$$

La tensione nell'armatura tesa della trave (sezione di interfaccia) quando lo snervamento della stessa si è propagato per l'intera lunghezza l_h ($f_s = f_p$; $\mu(f_s) = \mu_Y$) è:

$$f_p = f_y + \frac{4}{\phi_b} \mu_Y l_h \tag{3.67}$$

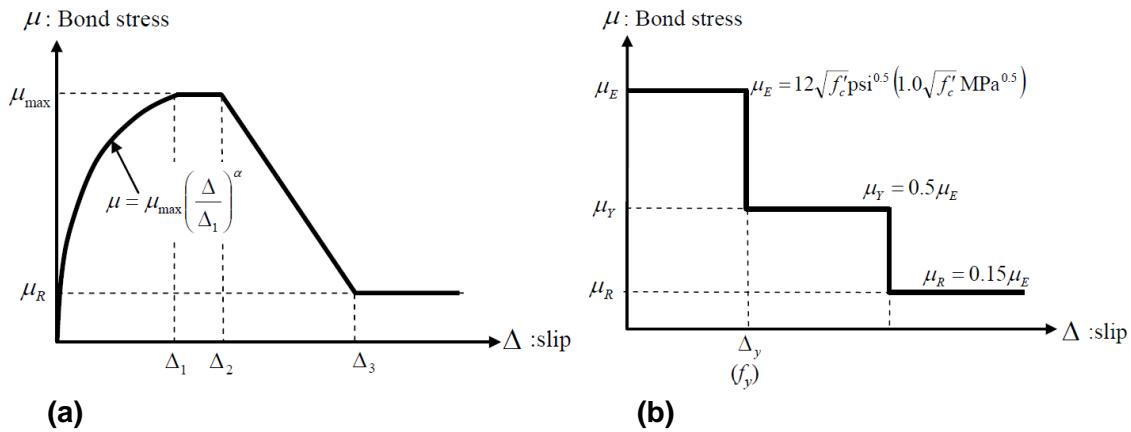


Fig. 3.18. Modelli resistenti per l'aderenza delle barre longitudinali della trave nel nodo: (a) CEB-FIP Model Code 1990 (1993); (b) legge *tensione di aderenza / allungamento della barra* adottato (Park & Mosalam, 2012).

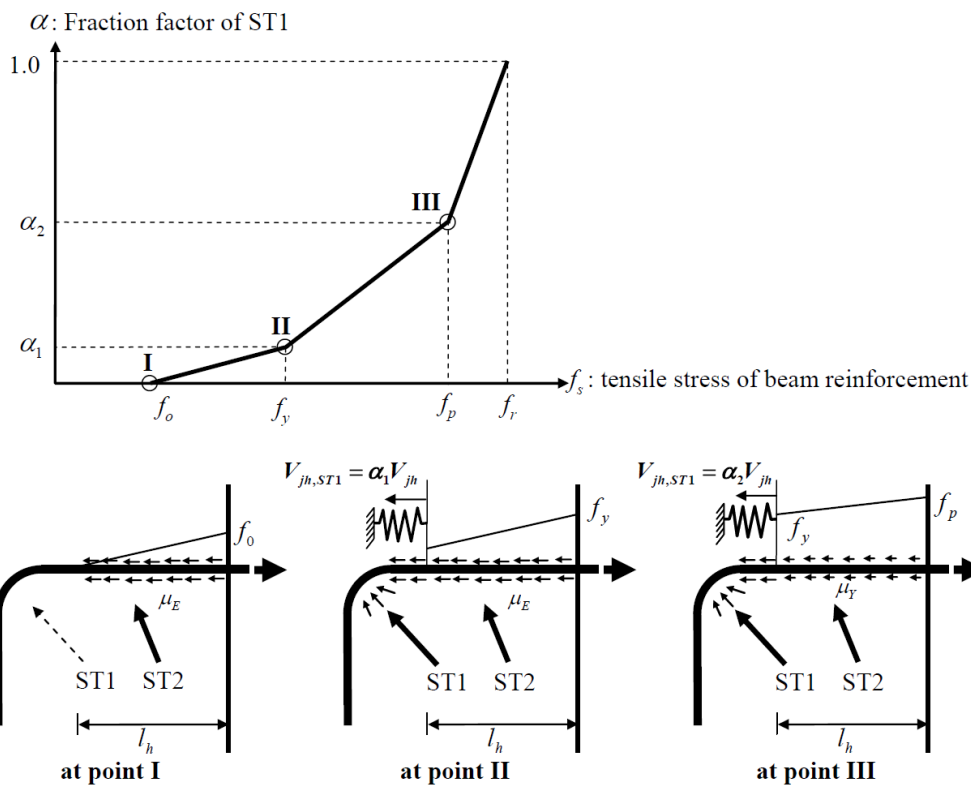


Fig. 3.19. Relazione trilineare per il calcolo del fattore di partecipazione α (Park & Mosalam, 2012).

Il fattore di partecipazione α_2 viene raggiunto quando lo snervamento dell'armatura della trave si è propagato per l'intera lunghezza l_h ($f_s = f_p$ nella sezione di interfaccia e $\mu(f_s) = \mu_Y$):

$$\alpha_2 = \frac{H}{H-0,85h_b} \left(1 - \frac{4}{\phi_b} \frac{\mu_Y}{\left(f_y + \frac{4}{\phi_b} \mu_Y l_h\right)} l_h \right) \quad (3.68)$$

La tensione di trazione residua nell'armatura della trave ($f_s = f_r$) viene calcolata attraverso l'eq. (3.64), imponendo $\alpha = 1$:

$$f_r = \frac{4}{\phi_b} \frac{H}{0,85 h_b} \int_0^{l_h} \mu(f_r) dx \geq f_p \quad (3.69)$$

La resistenza al taglio orizzontale del puntone *ST1* viene assunta pari a:

$$V_{jh,ST1,max} = c_0 D c \cos \theta \quad (3.70)$$

dove:

$D = \sigma b_j h_s$ forza resistente a compressione del puntone compresso;

$b_j = (b_b + b_c)/2$ profondità media del nodo;

$\theta = \tan^{-1} \left(\frac{h_b}{h_c} \right)$ angolo compreso tra l'asse del puntone *ST1* e l'orizzontale (Fig. 3.16);

$$h_s = \frac{a_c}{\sin \tilde{\theta}} = s h_c \quad \text{larghezza del puntone } ST1 \text{ (Fig. 3.16);} \quad (3.71)$$

c_0 coefficiente da determinare su base sperimentale;

a_c larghezza della zona compressa nel pilastro (interfaccia con il nodo - Fig. 3.16);

s coefficiente da determinare su base sperimentale;

$\tilde{\theta}$ angolo di inclinazione del nodo *C-C-T* (Fig. 3.16), da determinare su base sperimentale.

Sostituendo le espressioni (3.51), (3.52) e (3.71) nella (3.70), si ha:

$$V_{jh,ST1,max} = \bar{c} \frac{b_j h_c \sqrt{f_c'} \cos \theta}{1,31 + 0,085 \left(\frac{h_b}{h_c} \right)} \quad (3.72)$$

con:

\bar{c} coefficiente che raccoglie il contributo dei parametri c_0 , a_c , s , $\tilde{\theta}$, da determinare su base sperimentale.

La capacità resistente del puntone *ST1* può essere stimata come il minimo taglio resistente del nodo in assenza del contributo del puntone *ST2* ($\alpha = 1$).

Al fine di determinare il coefficiente \bar{c} , gli autori fanno riferimento alle indicazioni di *Hakuto, Park, & Tanaka* (2000), secondo i quali il taglio resistente di un nodo con fattore di forma $\frac{h_b}{h_c} = \frac{500}{460} \approx 1,1$ ($\theta = \frac{\pi}{3,8}$ rad) può essere calcolato come:

$$V_{jh} = \gamma b_j h_c \sqrt{f'_c}$$

con: $\gamma = 0,33 \text{ MPa}^{0,5} (= 4 \text{ psi}^{0,5})$.

Sostituendo tali valori nell'eq. (3.72) si ottiene $\bar{c} = 2,07 \cdot \gamma = 0,68$. Esprimendo le tensioni in MPa , si ha:

$$V_{jh,ST1,max} = 0,68 \frac{b_j h_c \sqrt{f'_c} \cos \theta}{1,31 + 0,085 \left(\frac{h_b}{h_c}\right)} \quad (3.73)$$

L'algoritmo risolutivo per il calcolo della resistenza a taglio di nodi esterni attraverso il metodo analitico semi-empirico proposto da *Park e Mosalam* è riportato in Fig. 3.20.

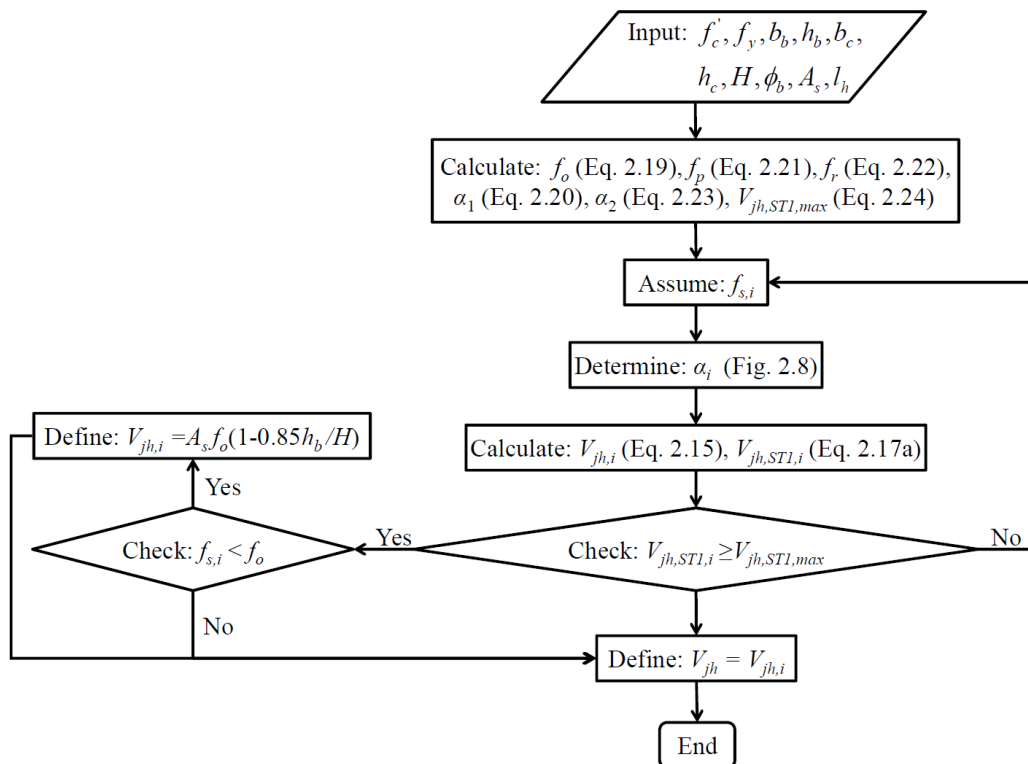


Fig. 3.20. Algoritmo risolutivo per il calcolo della resistenza a taglio di un nodo esterno (Park & Mosalam, 2012).

Gli autori propongono anche un altro metodo per il calcolo del taglio resistente dei medesimi pannelli nodali, che, rispetto al metodo sopra riportato, viene semplificato sulla base dell'osservazione dei risultati sperimentali raccolti dagli autori stessi.

In particolare, come mostrato in Fig. 3.21, il rapporto tra i tagli resistenti di due diversi nodi esterni (privi di armatura resistente a taglio) risulta simile al rapporto tra i coseni degli angoli di inclinazione dei rispettivi puntone $ST1$, ovvero:

$$\frac{V_{jh,ST1}^{(1)}}{V_{jh,ST1}^{(2)}} \approx \frac{\cos \theta_1}{\cos \theta_2} \quad (3.74)$$

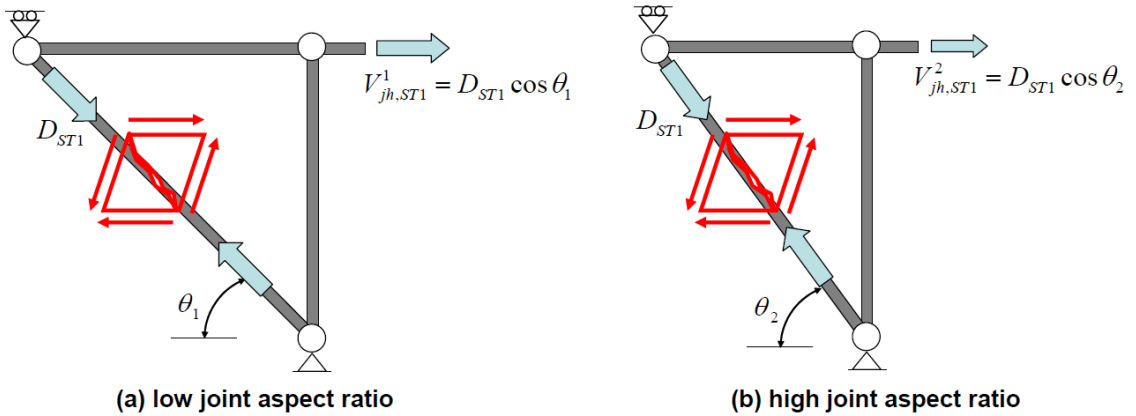


Fig. 3.21. Considerazioni sull'effetto dei fattore di forma (*joint aspect ratio*) $\frac{h_b}{h_c}$ nel modello semplificato (Park & Mosalam, 2012).

Per un fattore di forma $\frac{h_b}{h_c} = 1,0$ (ovvero $\theta = \frac{\pi}{4} rad$), si assume che il taglio resistente del puntone $ST1$ sia pari a:

$$V_{jh,ST1,max} = \gamma_{ST1} b_j h_c \sqrt{f'_c}$$

con:

$$\gamma_{ST1} = 0,33 MPa^{0,5} \quad \text{corrispondente al limite inferiore del taglio resistente normalizzato in Fig. 3.22.}$$

Utilizzando l'espressione (3.74) e, successivamente, l'eq. (3.62), il taglio resistente V_n del nodo risulta pari a:

$$V_{jh,ST1,max} = \gamma_{ST1} b_j h_c \sqrt{f'_c} \frac{\cos \theta}{\cos(\pi/4)} \Rightarrow V_n = \frac{1}{\alpha} \gamma_{ST1} b_j h_c \sqrt{f'_c} \frac{\cos \theta}{\cos(\pi/4)} \quad (3.75)$$

Il fattore di partecipazione α viene quindi sostituito da un nuovo "fattore di resistenza" k , definito come:

$$k = \frac{1}{\alpha} \frac{\gamma_{ST1} \sqrt{f'_c}}{\gamma_{ext}} \quad (3.76)$$

dove, per nodi con fattore di forma $\frac{h_b}{h_c} = 1,0$:

$\gamma_{ext} = 1,0 \text{ MPa}^{0,5}$ corrispondente al limite superiore del taglio resistente normalizzato (Fig. 3.22).

Il fattore di resistenza k risulta compreso tra i valori 0,4 ed 1,0 a cui corrispondono, rispettivamente, il massimo ed il minimo fattore di partecipazione ($0,33 \div 0,80$ – Fig. 3.22).

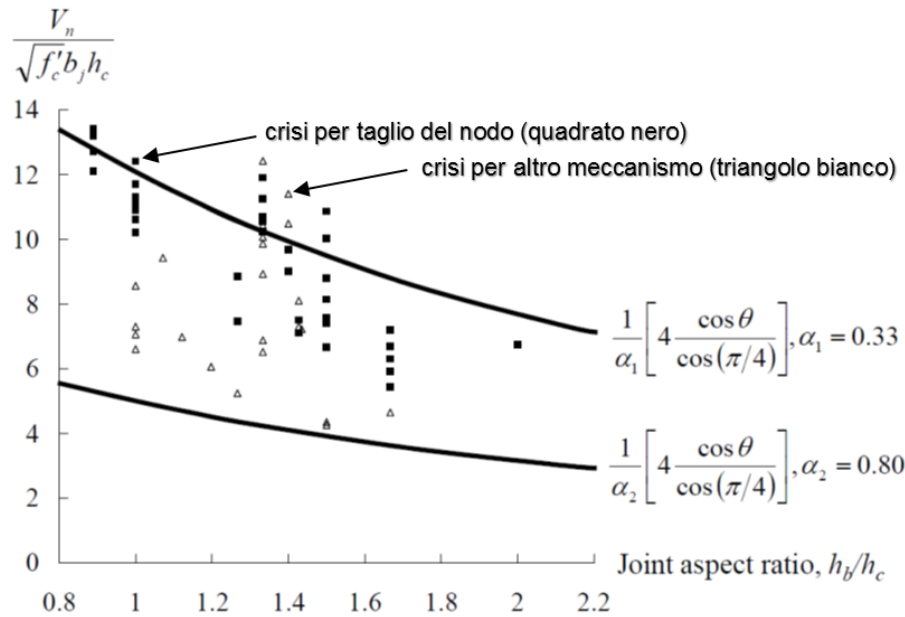


Fig. 3.22. Confronto tra i limiti superiore ed inferiore della resistenza a taglio calcolati con l'eq. (3.75) per diversi fattori di forma ed i risultati dei test sperimentali raccolti dagli autori. (Park & Mosalam, 2012).

Così come il fattore di partecipazione dipende dalla tensione di trazione nell'armatura della trave, la variazione del fattore di resistenza k può essere legata all'indice di taglio del nodo (SI_j), ottenuto dall'eq. (3.58) ipotizzando lo snervamento dell'armatura:

$$SI_j = \frac{A_s f_y}{b_j h_c \sqrt{f'_c}} \left(1 - 0,85 \frac{h_b}{H} \right) \tag{3.77}$$

Al crescere di SI_j si osserva come la crisi per taglio del nodo avvenga per tensioni di trazione, nelle barre longitudinali della trave, sempre più piccole. L'indice di taglio del nodo è quindi inversamente proporzionale alla tensione di trazione nelle barre longitudinali della trave all'inizio della crisi per taglio del nodo.

Il fattore di resistenza viene riscritto introducendo i due coefficienti X_1 e X_2 :

$$X_1 = \gamma_{ST1} \frac{\cos \theta}{\cos(\pi/4)}$$

$$X_2 = \gamma_{ext} \frac{\cos \theta}{\cos(\pi/4)};$$

$$k = 0,4 + 0,6 \left(\frac{SI_j - X_1}{X_2 - X_1} \right) \quad (3.78)$$

La resistenza a taglio del nodo, calcolata con il metodo semplificato di *Park* e *Mosalam*, risulta quindi:

$$V_n = k \left[\gamma_{ext} b_j h_c \sqrt{f_c'} \frac{\cos \theta}{\cos(\pi/4)} \right] \quad (3.79)$$

3.2.3 Formulazione proposta

La procedura di *Hwang e Lee* per il calcolo del taglio resistente del nodo, a causa del procedimento iterativo di risoluzione che la caratterizza, risulta piuttosto laboriosa, analogamente alla più accurata tra le due formulazioni proposte da *Park* e *Mosalam*, che, inoltre, non prevedono il contributo resistente offerto dell'armatura del pilastro nel nodo.

In questo senso, l'obiettivo della nuova formulazione proposta, che pure fa riferimento a soluzioni proposte da *Hwang e Lee*, e da *Park e Mosalam*, è stato ottenere una formula semplice e di immediata applicazione, in grado di tenere conto di tutti i diversi contributi resistenti.

Il modello proposto si basa quindi su:

- condizioni di equilibrio del meccanismo tirante-puntone;
- legame costitutivo "approssimato" per il calcestruzzo soggetto a stato tensionale biassiale;
- contributo resistente del solo calcestruzzo compresso;
- contributo resistente dovuto all'aderenza delle barre longitudinali della trave nel nodo;
- contributi resistenti dovuti alla presenza delle staffe orizzontali e/o delle barre verticali intermedie del pilastro nel nodo.

La partecipazione dei diversi meccanismi alla resistenza complessiva del nodo è stata valutata attribuendo ad ogni contributo resistente un coefficiente moltiplicativo calibrato sulla base di 61 *test* sperimentali, raccolti tra i soli che, nelle prove di laboratorio, abbiano evidenziato la crisi per taglio del nodo esterno prima dell'innescio di meccanismi di rottura di altro tipo.

Imponendo l'equilibrio delle forze agenti, schematizzate in Fig. 3.23, è possibile calcolare il taglio orizzontale agente nel nodo come:

$$V_{jh} = T_b - V_{c1} \quad (3.80)$$

dove:

T_b è la forza di trazione agente nelle barre longitudinali della trave all'interfaccia con il nodo;

V_{c1} è il taglio alla base del pilastro che si trova sopra il pannello nodale.

Con riferimento alla Fig. 3.23 ed alla Fig. 3.24, attraverso semplici considerazioni di equilibrio, il momento M_b ed il taglio V_b , agenti nella sezione della trave all'interfaccia con il nodo, possono essere calcolati come:

$$M_b = V_b L = A_{sb} f_b j_{bd} \Rightarrow V_b = \frac{A_{sb} f_b j_{bd}}{L} \quad (3.81)$$

$$V_b \left(L + \frac{h_c}{2} \right) = V_{c1} H \Rightarrow V_{c1} = \frac{L + \frac{h_c}{2}}{H} V_b \quad (3.82)$$

dove, con riferimento alle schematizzazioni illustrate in Fig. 3.23 e Fig. 3.24:

L distanza del punto di inflessione considerato nella trave dall'interfaccia con il pilastro Fig. 3.24 (a);

A_{sb} area totale dell'armatura longitudinale tesa nella trave nella sezione di interfaccia Fig. 3.24 (b);

f_b tensione agente nell'armatura longitudinale tesa della trave nella sezione di interfaccia;

j_{bd} braccio interno delle sollecitazioni risultanti nella sezione di interfaccia della trave;

h_c larghezza del pannello nodale;

H distanza tra i punti di inflessione considerati nel pilastro (Fig. 3.24 (a)).

Sostituendo l'eq. (3.81) nella (3.82) e, successivamente, l'eq. (3.82) nella (3.80), si ottiene:

$$V_{jh} = A_{sb} f_b \left[1 - \frac{\left(L + \frac{h_c}{2} \right) j_{bd}}{H L} \right] \quad (3.83)$$

Imponendo che il taglio resistente del nodo (V_n) sia uguale a quello agente all'atto della rottura (V_{jh}), si ha:

$$V_n = V_{jh} = V_{hc} + V_{hs} \quad (3.84)$$

dove V_{hc} è il contributo resistente del solo calcestruzzo, mentre il termine V_{hs} è il contributo resistente dovuto all'armatura presente nel nodo.

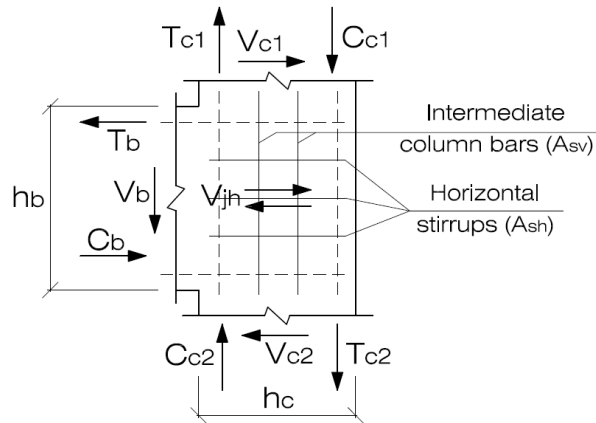


Fig. 3.23. Azioni esterne agenti su nodo esterno.

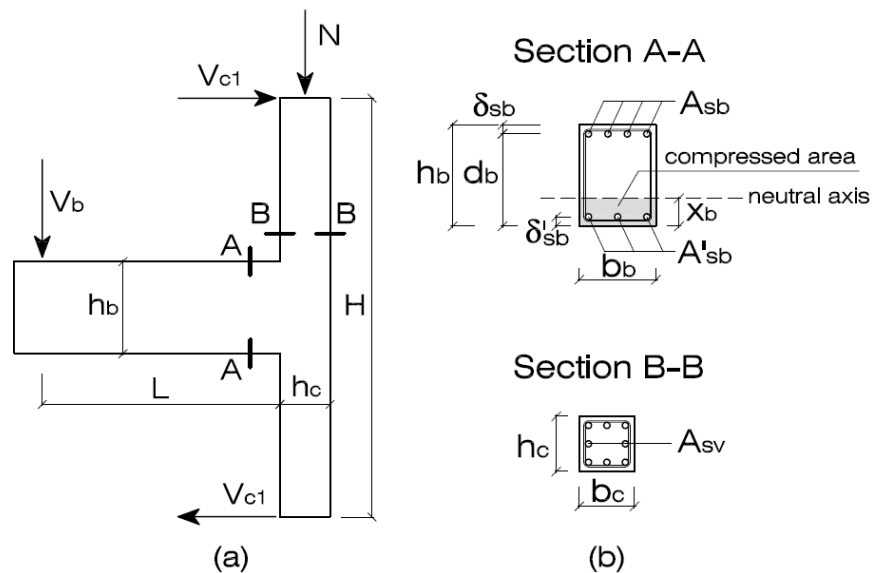


Fig. 3.24. (a) Forze agenti sul provino progettato per rappresentare un nodo esterno; (b) Sezione della trave (A-A) e del pilastro (B-B).

3.2.3.1 Meccanismo diagonale basato su puntoni di calcestruzzo

Il contributo resistente V_{hc} viene calcolato trascurando la presenza di armatura nel nodo.

Si impone quindi che la resistenza a taglio del nodo sia da attribuire a 2 diversi puntone diagonali di calcestruzzo, che agiscono contemporaneamente, ovvero: (a) puntone diagonale “ST1”, dovuto alla compressione trasmessa dalle membrature adiacenti (ipotizzando che non vi sia crisi dell’ancoraggio), e (b) puntone diagonale “ST2” la cui formazione è dovuta all’aderenza tra il calcestruzzo e l’armatura longitudinale tesa della trave (Fig. 3.25).

Il taglio resistente dovuto al contributo dei due meccanismi diagonali è pari a:

$$V_{hc} = V_{hc,ST1} + V_{hc,ST2} \quad (3.85)$$

dove:

$$V_{hc,ST1} = \alpha V_{hc}; \quad (3.86)$$

$$V_{hc,ST2} = (1 - \alpha)V_{hc}; \quad (3.87)$$

α "fattore di partecipazione" del puntone $ST1$, che rappresenta la percentuale di contributo resistente del puntone $ST1$ alla resistenza a taglio offerta dalla somma dei due meccanismi diagonali.

Dall'equazione (3.84) si ha:

$$V_{hc} = V_{jh} - V_{hs} \quad (3.88)$$

Sostituendo l'eq. (3.88) nella (3.86) si ottiene:

$$V_{hc,ST1} = \alpha(V_{jh} - V_{hs}) \quad (3.89)$$

Dalle eqq. (3.60) e (3.61) si ottiene:

$$V_{hc,ST1} = A_{sb}f_b - n_b\pi\phi_b \int_0^{l_h} \mu(f_b)dx; \quad (3.90)$$

$$V_{hc,ST2} = n_b\pi\phi_b \int_0^{l_h} \mu(f_b)dx - V_{c1} \quad (3.91)$$

Il contributo delle armature del pilastro nel nodo, non previsto nel modello proposto da *Park* e *Mosalam*, viene valutato sottraendo quote di V_{hs} , proporzionali ad α e $(1 - \alpha)$, ai termini $V_{hc,ST1}$ e $V_{hc,ST2}$ rispettivamente, calcolati con le eqq. (3.90) e (3.91):

$$V_{hc,ST1} = A_{sb}f_b - n_b\pi\phi_b \int_0^{l_h} \mu(f_b)dx - \alpha V_{hs}; \quad (3.92)$$

$$V_{hc,ST2} = n_b\pi\phi_b \int_0^{l_h} \mu(f_b)dx - V_{c1} - (1 - \alpha)V_{hs} \quad (3.93)$$

Rispettando l'equilibrio imposto dall'eq. (3.85), si osserva:

$$\text{se } \alpha = 0 \Rightarrow V_{hc,ST1} = 0; V_{hc,ST2} = n_b\pi\phi_b \int_0^{l_h} \mu(f_b)dx - V_{c1} - V_{hs}; \quad (3.94)$$

$$\text{se } \alpha = 1 \Rightarrow V_{hc,ST2} = 0; V_{hc,ST1} = A_{sb}f_b - n_b\pi\phi_b \int_0^{l_h} \mu(f_b)dx - V_{hs} \quad (3.95)$$

Uguagliando le eqq. (3.89) e (3.92) si ottiene:

$$\begin{aligned} \alpha V_{jh} - \alpha V_{hs} &= A_{sb}f_b - n_b\pi\phi_b \int_0^{l_h} \mu(f_b)dx - \alpha V_{hs} \\ \Rightarrow \alpha V_{jh} &= A_{sb}f_b - n_b\pi\phi_b \int_0^{l_h} \mu(f_b)dx \end{aligned} \quad (3.96)$$

Si ipotizza inoltre che il fattore di aderenza μ non sia influenzato dalla tensione presente nelle barre longitudinali della trave, ma, al contrario, che dipenda unicamente dal valore medio della resistenza a compressione f'_c del calcestruzzo.

Introducendo il coefficiente moltiplicativo k , da determinare sulla base dei risultati sperimentali raccolti in letteratura, si impone allora:

$$\mu(f_b) = k\sqrt{f'_c} \tag{3.97}$$

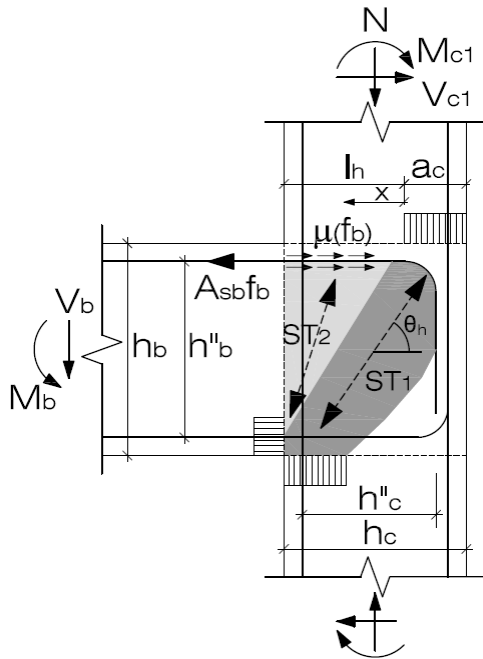


Fig. 3.25. Rappresentazione dei 2 puntoni inclinati ST1 ed ST2 in un nodo esterno non confinato.

Sostituendo le eqq. (3.83) e (3.97) nell'eq. (3.96) si ottiene:

$$\alpha = \frac{2HL}{2HL - (2L + h_c)j_{bd}} \left(1 - k \frac{4}{\phi_b} \frac{l_h \sqrt{f'_c}}{f_b} \right) \leq 1,0 \tag{3.98}$$

Il calcolo del fattore di partecipazione α richiede quindi la conoscenza del termine f_b , che rappresenta il valore della tensione presente nell'armatura tesa della trave all'atto della crisi per taglio del nodo.

Per evitare procedure iterative ed ottenere un'unica espressione per il calcolo della resistenza a taglio del nodo, si è scelto di valutare f_b sulla base delle osservazioni sperimentali raccolte in letteratura.

L'analisi di 61 test sperimentali (i cui dati sono riportati in *Appendice*) ha mostrato come la crisi per taglio del nodo avvenga con valori di trazione nell'armatura della trave inversamente proporzionali alla quantità di armatura longitudinale presente all'interfaccia con il nodo. E' stata quindi definita un'espressione in grado di legare la tensione f_b a:

- percentuale ω_b di armatura longitudinale tesa della trave in prossimità del nodo;
- tensione di snervamento f_{yb} delle barre longitudinali della trave.

Vagliando diverse soluzioni, la funzione che ha fornito i migliori risultati, illustrata in Fig. 3.26, è la seguente:

$$f'_b = (0,63\omega_b^{-0,21})f_{yb} \tag{3.99}$$

con:

$$\omega_b = \frac{A_{sb}f_{yb}}{b_b h_b f'_c} \tag{3.100}$$

Imponendo $f_b = f'_b$, l'eq. (3.98) può essere riscritta come:

$$\alpha = \frac{2HL}{2HL - (2L + h_c)j_{bd}} \left(1 - k \frac{4}{\phi_b} \frac{l_h \sqrt{f'_c}}{f'_b} \right) \leq 1,0 \tag{3.101}$$

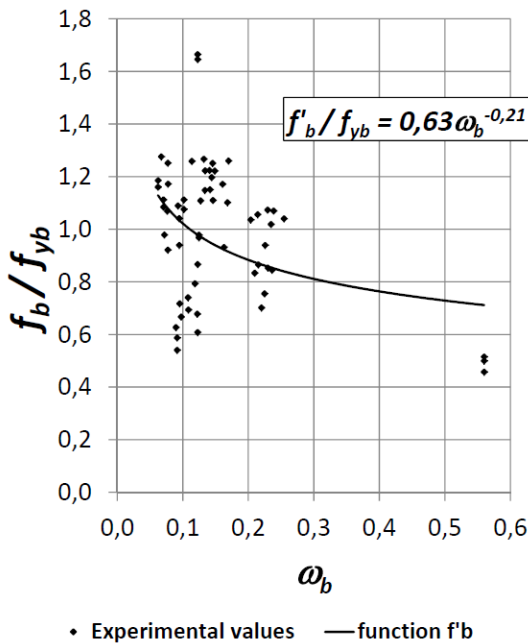


Fig. 3.26. Funzione interpolatrice f'_b per la tensione di trazione nelle barre longitudinali della trave all'atto della crisi per taglio del nodo.

Nota il fattore di partecipazione α , è possibile, attraverso l' eq. (3.86), calcolare il contributo resistente complessivo V_{hc} offerto dai 2 meccanismi diagonali:

$$V_{hc} = \frac{V_{hc,ST1}}{\alpha} \tag{3.102}$$

La resistenza a taglio, in direzione orizzontale, del puntone $ST1$ è stata valutata assumendo una sezione costante del puntone, di larghezza pari alla profondità a_c della zona compressa del pilastro in prossimità del nodo (lato superiore).

Dall'eq. (3.12) (Paulay & Priestley, 1992), si ha:

$$a_c = \left(0,25 + 0,85 \frac{N}{A_g f'_c} \right) h_c \quad (3.103)$$

La profondità b_j del nodo è stata assunta pari al valore minore tra la profondità b_b della trave e la profondità b_c del pilastro.

Imponendo l'equilibrio alla traslazione orizzontale del nodo all'altezza dello spigolo superiore compresso, per il puntone $ST1$ si può imporre la seguente equazione di equilibrio:

$$V_{hc,ST1} = C_{C,ST1} \cos \theta_h \quad (3.104)$$

dove:

$$C_{C,ST1} = -\sigma_{d,max} \cdot a_c \cdot b_j \quad (3.105)$$

forza di compressione nel puntone inclinato $ST1$;

$$\theta_h = \tan^{-1}(h''_b / h''_c) \quad (3.106)$$

angolo di inclinazione del puntone $ST1$ sull'orizzontale;

h''_b distanza tra i baricentri dell'armatura ai lembi opposti nella trave (Fig. 3.25);

h''_c distanza tra baricentro armatura longitudinale trave (lembo interno - lato trave) e baricentro porzione di armatura longitudinale della trave piegata per l'ancoraggio all'interno del pilastro (Fig. 3.25);

$$\sigma_{d,max} = -\zeta \cdot f'_c \quad (3.107)$$

tensione massima di compressione nella direzione principale di $ST1$;

$$\zeta = \frac{5.8}{\sqrt{f'_c}} \frac{1}{\sqrt{1+400\varepsilon_r}} \leq \frac{0.9}{\sqrt{1+400\varepsilon_r}} \quad (3.108)$$

con:

$$\varepsilon_r = \sigma_t / E_c \quad (3.109)$$

deformazione trasversale (lungo la direzione principale r - Fig. 3.27);

σ_t tensione di trazione nel calcestruzzo all'atto della crisi per taglio del nodo;

E_c modulo elastico del calcestruzzo.

Il termine incognito σ_t viene assunto pari al valore limite di resistenza a trazione per il calcestruzzo:

$$\sigma_t = \sigma_{t,lim} = f_{ct} \quad (3.110)$$

Sostituendo le equazioni (3.108), (3.109) e (3.110) nell'equazione (3.107) si ha:

$$\sigma_{d,lim} = \sigma_{d,max} \Big|_{\varepsilon_r = f_{ct}/E_c} = \begin{cases} -\frac{0.9f'_c}{\sqrt{1+400\frac{f_{ct}}{E_c}}} & \text{for } f'_c < 42 \text{ MPa} \\ -\frac{5.8\sqrt{f'_c}}{\sqrt{1+400\frac{f_{ct}}{E_c}}} & \text{for } f'_c \geq 42 \text{ MPa} \end{cases} \quad (3.111)$$

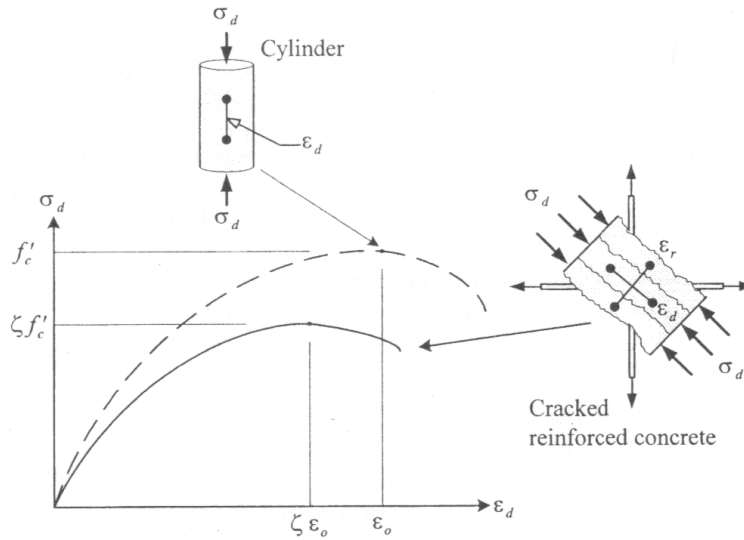


Fig. 3.27. Correzione del legame sforzo-deformazione del calcestruzzo in regime tensionale biassiale attraverso l'introduzione del parametro di softening ζ (Hwang & Lee, 1999) – ramo ascendente.

Per non considerare due diverse espressioni di $\sigma_{d,lim}$ a seconda del valore assunto da f'_c , è stata utilizzata l'approssimazione:

$$\sigma_{d,lim} \cong \sigma_{d,lim}^* = -\chi f'_c \quad (3.112)$$

dove χ è una funzione di interpolazione non lineare (Russo et al., 2005; Russo et al., 2006) così definita:

$$\chi = \left[0.74 \cdot \left(\frac{f'_c}{105}\right)^3 - 1.28 \cdot \left(\frac{f'_c}{105}\right)^2 + 0.22 \cdot 0.87 \right] \quad (3.113)$$

Dalle eqq. (3.104), (3.105), (3.111) e (3.112) si ha:

$$v_{hc,ST1,lim}^* = \frac{V_{hc,ST1,lim}^*}{b_j \cdot h_c} = \frac{\chi f'_c \cdot a_c \cdot \cos \theta_h}{h_c} \quad (3.114)$$

Poichè $v_{hc,ST1,lim}^*$ è ottenuto approssimando $v_{hc,ST1} = \frac{V_{hc,ST1}}{b_j \cdot h_c}$, si introduce il coefficiente moltiplicativo a_1 , da determinare sulla base dei risultati sperimentali raccolti:

$$v_{hc,ST1} = a_1 \cdot v_{hc,ST1,lim}^* = a_1 \frac{\chi f'_c \cdot a_c \cdot \cos \theta_h}{h_c} \quad (3.115)$$

Dalle eqq. (3.102) e (3.115) si ottiene quindi la resistenza a taglio orizzontale V_{hc} offerta complessivamente dai 2 meccanismi diagonali:

$$V_{hc} = a_1 \frac{\chi f_c' a_c \cos \theta_h}{\alpha h_c} \quad (3.116)$$

3.2.3.2 Meccanismi di confinamento

I contributi resistenti dei 2 meccanismi di confinamento vengono considerati all'interno di un'unica espressione, ottenuta imponendo l'equilibrio alla traslazione orizzontale delle forze agenti nel nodo:

$$\frac{V_{hs} - q_1 A_h f_{yh}}{q_2 A_v f_{yv}} = \tan \vartheta \Rightarrow V_{hs} = q_1 A_h f_{yh} + q_2 A_v f_{yv} \cdot \tan \vartheta \quad (3.117)$$

dove:

$A_h = \sum_{i=1}^m A_{h,i}$ area complessiva dell'armatura trasversale nel nodo (somma dell'area trasversale delle m -staffe del pilastro nel nodo);

$A_v = \sum_{j=1}^p A_{v,j}$ area complessiva dell'armatura longitudinale intermedia del pilastro nel nodo (somma dell'area trasversale delle p -barre longitudinali intermedia del pilastro nel nodo).

Il termine C_S in Fig. 3.28 rappresenta il contributo resistente alla compressione diagonale del calcestruzzo fornito dalle sole armature, ovvero:

$$C_S = C_{CS} - C_{C,ST1} - C_{C,ST2} \quad (3.118)$$

con:

C_{CS} forza di compressione diagonale totale nel calcestruzzo;

$C_{C,ST1}$ forza di compressione nel puntone inclinato $ST1$;

$C_{C,ST2}$ forza di compressione nel puntone inclinato $ST2$.

I termini $q_1 A_h f_{yh}$ e $q_2 A_v f_{yv}$ rappresentano le forze di trazione, al limite dello snervamento, agenti nelle staffe e nelle barre longitudinali intermedie del pilastro. I coefficienti q_1 e q_2 , minori di 1, saranno calibrati sulla base dei dati sperimentali raccolti per tenere conto del fatto che non tutte le staffe e non tutte le barre risulteranno snervate all'atto della rottura per taglio.

Il contributo resistente offerto dall'armatura presente nel nodo (eq. (3.117)) può essere riscritto come:

$$v_{hs} = c_2 \cdot \frac{V_{hs}}{h_c \cdot b_j} = c_2 \cdot \frac{q_1 A_h f_{yh} + q_2 A_v f_{yv} / \tan \theta_h}{h_c b_j} \quad (3.119)$$

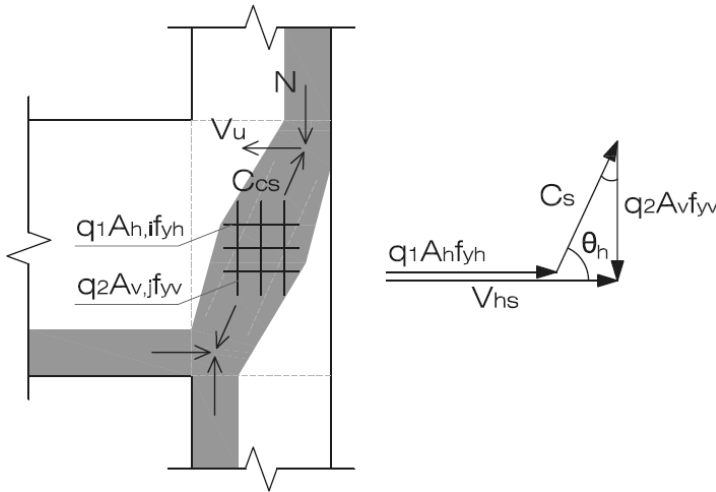


Fig. 3.28. Meccanismo a traliccio.

3.2.3.3 Nuova espressione proposta

Sommando il taglio resistente fornito dai contributi descritti in precedenza (eqq. (3.116) e (3.119)) si è ottenuta un'espressione per il calcolo della resistenza media a taglio dei nodi esterni:

$$v_n = \frac{a_1}{h_c b_j} \left[\frac{\chi f_c' b_j a_c \cos \theta_h}{\alpha} + a_2 A_h f_{yh} + \frac{a_3 A_v f_{yv}}{\tan \theta_h} \right] \quad (3.120)$$

dove:

$$a_2 = (c_2 \cdot q_1) / a_1;$$

$$a_3 = (c_2 \cdot q_2) / a_1.$$

L'espressione (3.120) è funzione di 4 parametri incogniti: k (necessaria al calcolo di α - eq. (3.101)), a_1 , a_2 , a_3 , da determinare sulla base dei 61 test sperimentali raccolti in letteratura (*Appendice*), scelti tra i soli che abbiano evidenziato crisi a taglio del nodo esterno prima della formazione di meccanismi di rottura altro tipo.

I coefficienti k , a_2 , a_3 sono stati determinati minimizzando il coefficiente di variazione (COV), calcolato come rapporto tra *deviazione standard* (STD) e *media* (AVG) dei rapporti tra i tagli misurati in laboratorio, nell'istante in cui si è registrata la crisi per taglio del nodo, ed i corrispondenti tagli teorici calcolati ($V_{jh, test} / V_n$).

Il coefficiente a_1 è stato determinato imponendo che la media di tali rapporti risultasse pari al valore unitario.

I valori ottenuti, ovvero $k = 0,25$, $a_1 = 0,71$, $a_2 = 0,79$, e $a_3 = 0,52$, hanno permesso di riscrivere le equazioni (3.101) e (3.120) rispettivamente come:

$$\alpha = \frac{2HL}{2HL - (2L + h_c)j_{ab}} \left(1 - \frac{l_h \sqrt{f'_c}}{\phi_b \cdot f'_b} \right) \leq 1,0; \quad (3.121)$$

$$V_n = 0,71 \left[\frac{\chi f'_c b_j a_c \cos \theta_h}{\alpha} + 0,79 A_h f_{yh} + 0,52 \frac{A_v f_{yv}}{\tan \theta_h} \right] \quad (3.122)$$

Sulla base dei risultati dei *test* sperimentali raccolti, l'espressione (3.122) restituisce un coefficiente di variazione (COV) pari a 0,157 ed una media (AVG) pari a 0,994 (Oss.: imponendo il raggiungimento del minimo coefficiente di variazione, si ottiene $AVG \neq 1$). Si osserva come il coefficiente a_2 , che si riferisce al contributo delle staffe orizzontali, risulti maggiore del 30% rispetto al coefficiente a_3 , che si riferisce al contributo delle barre intermedie nel nodo: il contributo delle staffe alla resistenza del nodo è quindi prevalente rispetto a quello delle barre verticali.

La forma dell'eq. (3.122) consente di valutare in quale modo si distribuisca la forza resistente tra i diversi meccanismi al variare dell'inclinazione del puntone di calcestruzzo compresso *ST1* e, quindi, della geometria del nodo.

Come evidenziato in Fig. 3.29, aumentando l'inclinazione del puntone *ST1* sull'orizzontale (e quindi aumentando la snellezza del pannello nodale), si ha:

- diminuzione del contributo dei meccanismi diagonali, che, fino ad un'inclinazione di 65° , sopportano la maggiore quota del taglio agente nel nodo;
- incremento del contributo delle staffe orizzontali, che diventano il principale elemento resistente quando l'inclinazione del puntone *ST1* è maggiore di 65° ;
- leggera diminuzione del contributo della percentuale di taglio sopportata dal meccanismo delle barre verticali che, per angoli superiori a 51° , rappresenta il contributo resistente meno significativo.

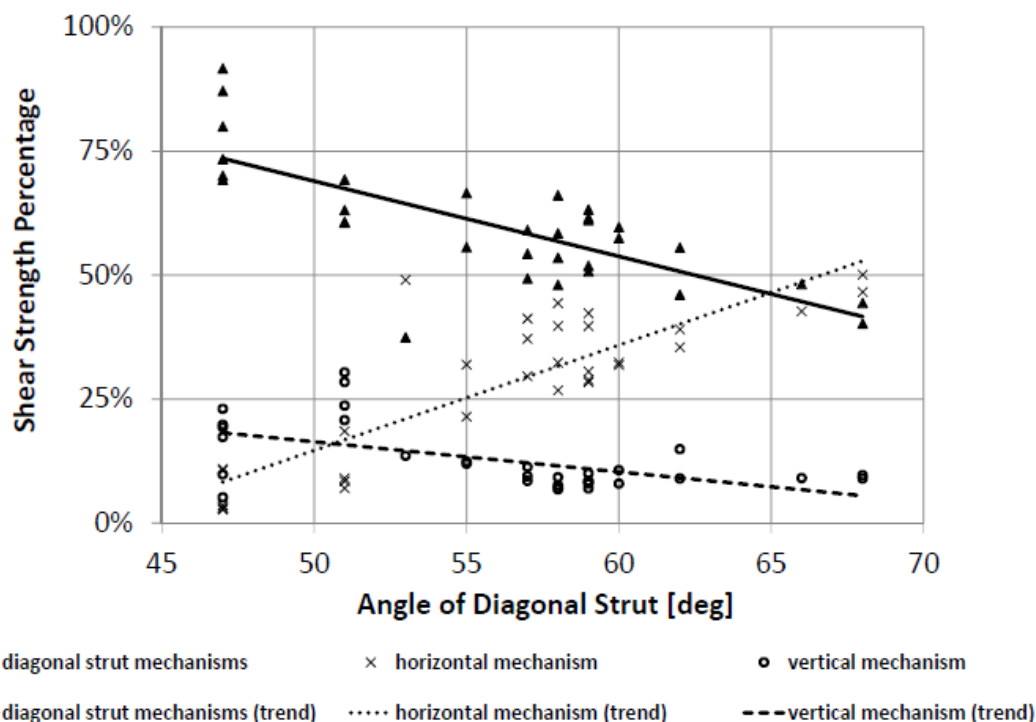


Fig. 3.29. Percentuale di distribuzione della forza tra i meccanismi resistenti al variare dell'inclinazione del puntone compresso *ST1* e quindi della geometria del nodo.

3.2.4 Confronto con modelli di riferimento

Al fine di valutare la bontà del modello proposto rispetto a quelli già esistenti, è stato effettuato un confronto con i risultati ottenuti attraverso l'applicazione delle procedure e delle formule proposte da *Hwang* e *Lee*, e da *Park* e *Mosalam*, che costituiscono i principali modelli di riferimento adottati.

Dal confronto sperimentale con il campione di 61 risultati di laboratorio (Fig. 3.30), selezionati come descritto in precedenza, si è osservato come l'applicazione della formula proposta per il calcolo della resistenza media a taglio esprima, oltre ad una maggiore semplicità applicativa, risultati più accurati (media: $AVG = 0,99$) e uniformi (coefficiente di variazione: $COV = 0,16$) rispetto ai corrispondenti valori calcolati attraverso il procedimento di *Hwang* e *Lee* ($AVG = 1,11$; $COV = 0,23$).

Per il confronto con la procedura proposta da *Park* e *Mosalam*, che non prevede la presenza di armature di rinforzo nel nodo, il campione sperimentale è stato ridotto ai soli nodi privi di tali armature ($n_{test} = 17$; *Appendice*).

In questo modo è stato possibile confrontare i tagli resistenti ottenuti applicando la formulazione proposta con i corrispondenti valori forniti sia dalla procedura di *Hwang* e *Lee* che da quella di *Park* e *Mosalam*.

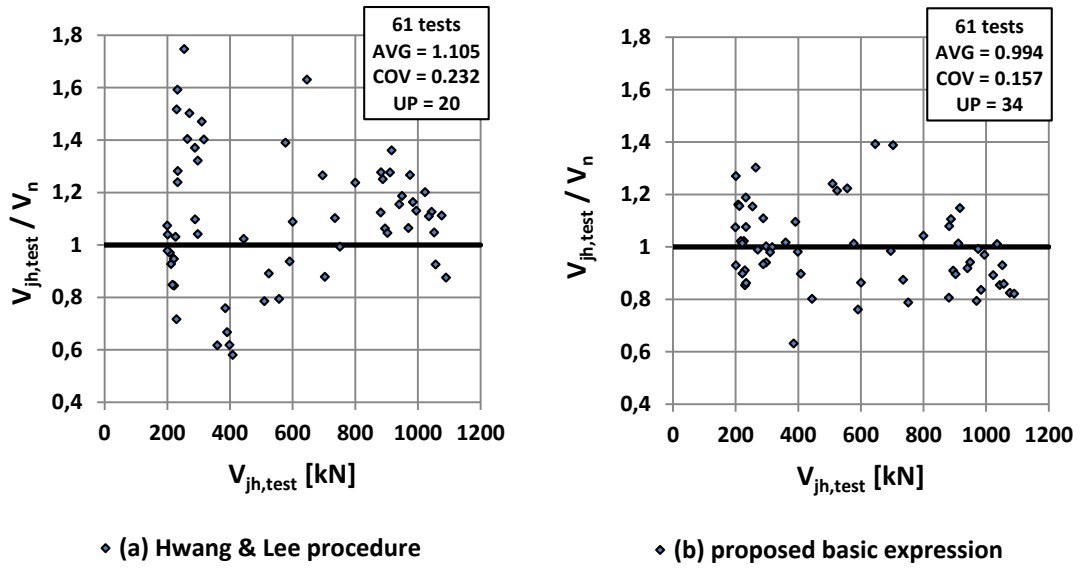
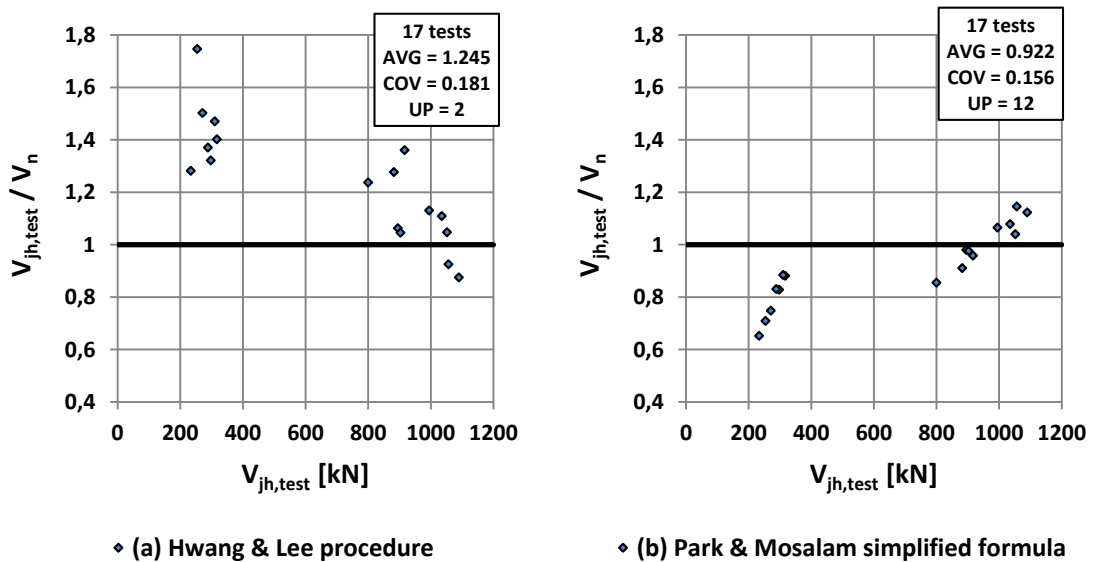
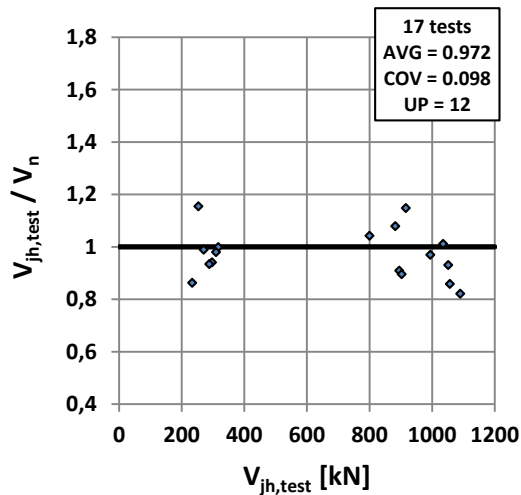


Fig. 3.30. Taglio ultimo calcolato applicando (a) procedura di Hwang e Lee e (b) formulazione proposta (3.122).

In Fig. 3.31 si evidenzia come l'espressione proposta (c) restituisca risultati più accurati e uniformi ($AVG = 0,97$; $COV = 0,10$) rispetto alle altre procedure considerate (Hwang e Lee (a): $AVG = 1,25$; $COV = 0,18$ e Park e Mosalam (b): $AVG = 0,92$; $COV = 0,16$).





♦ (c) proposed basic expression

Fig. 3.31. Taglio ultimo per nodi privi di armatura calcolato applicando (a) procedura di Hwang e Lee; (b) formula semplificata di Park e Mosalam (3.79); (c) formulazione proposta (3.122).

3.2.5 Formula di progetto

L'eq. (3.122) permette di predire la resistenza a taglio di nodi esterni in c.a. con buona approssimazione, perché il coefficiente di variazione (COV) ottenuto attraverso la sua applicazione è il più basso in tutti i casi considerati (nodi armati e non armati).

Tuttavia, tale espressione non può essere utilizzata a fini progettuali perché, avendo imposto che il valore della media sia $AVG = 1$, i risultati forniti non risultano sufficientemente conservativi rispetto alle osservazioni sperimentali (i.e. *Unsafe predictions: UP > 5%*).

Si osserva allora come il valore della media (AVG) possa essere modificato, moltiplicando l'eq. (3.122) per una costante, senza modificare il corrispondente valore del coefficiente di variazione (COV).

In questo senso, perché la formula di progetto restituisca valori resistenti inferiori alle corrispondenti osservazioni sperimentali in almeno il 95% dei casi (i.e. *Unsafe predictions: UP ≤ 5%*), è necessario moltiplicare l'espressione (3.122) per un coefficiente $a_4 = 0,62$, da cui:

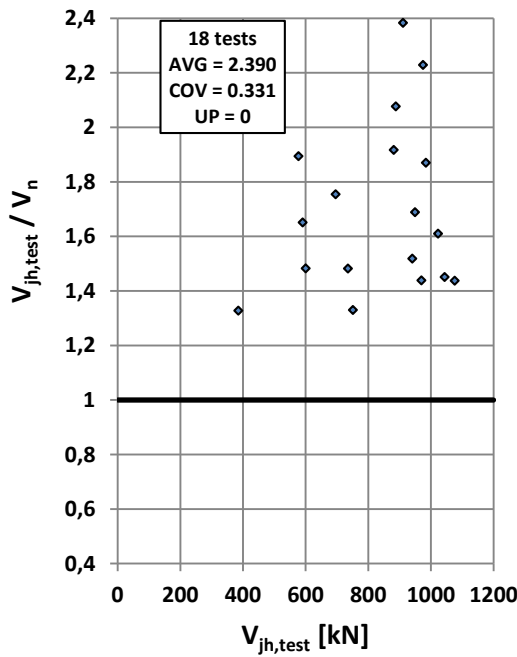
$$V_{n,d} = 0,44 \left[\frac{\chi f'_c b_j a_c \cos\theta_h}{\alpha} + 0,79 A_h f_{yh} + 0,52 \frac{A_v f_{yv}}{\tan\theta_h} \right] \tag{3.123}$$

Il confronto con i risultati sperimentali evidenzia come l'applicazione dell'eq.(3.123) restituisca una media (AVG) pari a 1,425 (*Unsafe predictions: UP = 0*).

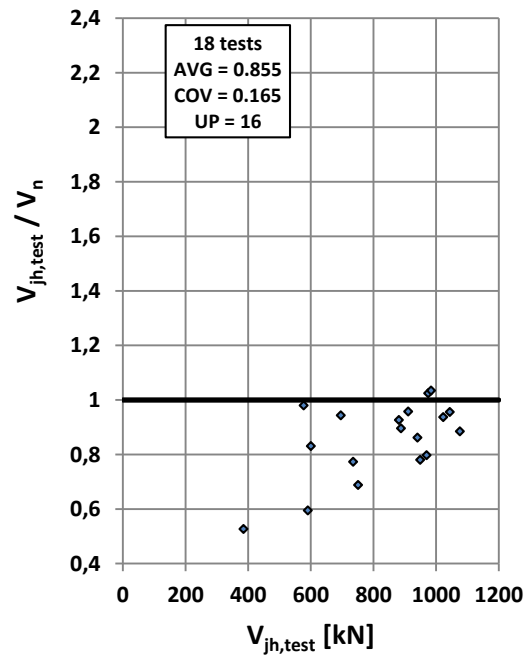
3.2.5.1 Confronto con espressioni normative

Il campione sperimentale utilizzato per il confronto è stato ridotto al fine di valutare i risultati dei soli *test* eseguiti su provini che rispettassero i requisiti progettuali previsti da *Eurocodice 8* (CEN C.E., 2004) e *ACI Code 318-11* (ACI Committee 318, 2011).

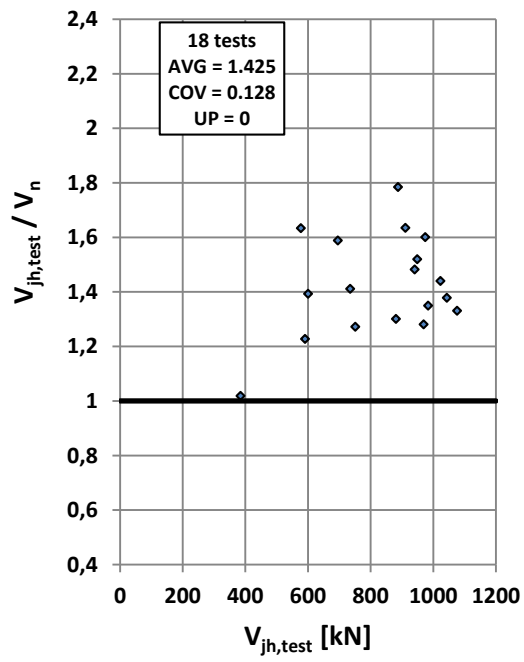
Il confronto, che come evidenziato in Fig. 3.32 è stato compiuto sulla base dei risultati di 18 *test* sperimentali (*Appendice*), ha evidenziato come la nuova formulazione proposta (c) predica il taglio resistente dei nodi esterni in c.a. con maggiore accuratezza e uniformità di predizione ($AVG = 1,40$; $COV = 0,13$) rispetto alle equivalenti espressioni riportate nell'*Eurocodice 8* (Fig. 3.32 (a): $AVG = 1,70$; $COV = 0,18$) e nell'*ACI Code 318-11* (Fig. 3.32 (b): $AVG = 0,86$; $COV = 0,17$).



◊ (a) EC8



◊ (b) ACI318-11



♦ (c) proposed design formula

Fig. 3.32. Taglio ultimo calcolato applicando espressioni (a) Eurocodice 8; (b) ACI Code 318-11; (c) formula di progetto (3.123).

4 Isolamento di edifici esistenti di valore storico-artistico-culturale

Nel caso di edifici aventi importanza strategica nell'immediato post-sisma (e.g. caserme e ospedali), luoghi soggetti ad affollamento (e.g. centri commerciali), sedi di attività ad alto rischio (e.g. centrali termiche e nucleari), oppure edifici di valore storico-artistico-culturale (anche del patrimonio ivi contenuto), il principale obiettivo della progettazione strutturale diviene la salvaguardia della funzionalità e del contenuto dell'opera. Il terremoto del 2009 all'Aquila ha evidenziato, infatti, come la maggior parte delle inagibilità sia dovuta proprio a danni alle componenti non strutturali degli edifici, in particolare alle tamponature ed ai controsoffitti (Magliulo et al., 2009).

Non di meno, è tristemente noto come la rottura degli elementi non-strutturali può essere causa di eventi drammatici, come il caso del crollo di un controsoffitto nel Liceo *Darwin* di Rivoli (2009), che uccise un ragazzo.

Gli edifici storici, realizzati in pietra o muratura, solitamente esibiscono grande rigidità e, di conseguenza, assorbono l'energia introdotta dal sisma già nei primi istanti, a fronte di gravi danneggiamenti strutturali. La mancanza di controllo dei meccanismi dissipativi (dovuta a dettagli costruttivi inadeguati) inoltre, può generare richieste di duttilità concentrate in elementi che tuttavia non posseggono simili riserve. In tale situazione, l'obbligatorio intervento di adeguamento dovrebbe forzatamente modificare l'impianto strutturale dell'edificio, inserendo nuovi elementi resistenti e rivedendo i dettagli costruttivi esistenti: interventi di questo genere risultano generalmente complicati, invasivi e spesso costosi.

Scopo dell'isolamento sismico è invece ridurre l'*input* sismico così da escludere, o comunque ridurre al minimo, i possibili danneggiamenti della sovrastruttura e del suo contenuto. Nel caso di isolamento alla base, in particolare, l'intervento di posa dei dispositivi coinvolge una parte dell'edificio poco visibile, al di sotto del piano di campagna, al contrario dei tradizionali interventi di adeguamento sismico.

Questa ricerca si dedica all'isolamento alla base di edifici in muratura esistenti, realizzato attraverso la posa di dispositivi elastomerici che, esibendo proprietà dissipative e ricentranti, evitano il ricorso a congegni ausiliari. In particolare, si analizza il comportamento di isolatori viscoelastici fibro-rinforzati non ancorati alla struttura (*U-*

FREIs: *Unbonded Fiber Reinforced Elastomeric Isolators*), non ancora disponibili in commercio, al fine di valutarne l'efficacia applicativa per edifici di modeste dimensioni, generalmente esclusi da simili interventi a causa degli alti costi associati all'uso dei convenzionali dispositivi elastomerici (*SREIs*: *Steel Reinforced Elastomeric Isolators*).

4.1 Isolatori elastomerici convenzionali (*SREIs*) e fibrorinforzati (*U-FREIs*)

Gli isolatori elastomerici convenzionali (*SREIs* - *Steel Reinforced Elastomeric Isolators*) sono costituiti dall'alternanza di strati in gomma, dalla bassa rigidezza orizzontale, e lamine di acciaio dall'elevata rigidezza verticale (Fig. 4.1).

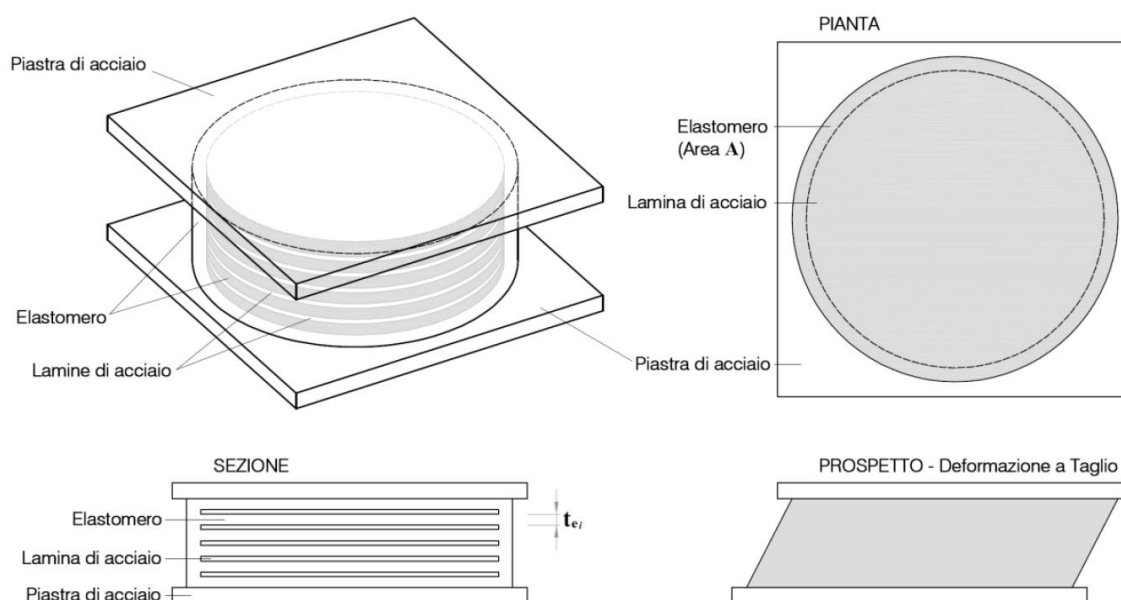


Fig. 4.1. Schematizzazione di un isolatore elastomerico convenzionale (*SREI*). In basso a destra la caratteristica deformazione del dispositivo per scorrimento dei piani di appoggio (Fig. 4.2 (a)).

Il processo di produzione di questi dispositivi è molto laborioso: l'acciaio deve essere tagliato, sabbiato, bagnato in acido e trattato con *primer* e mastice, successivamente l'incollaggio dei diversi strati avviene con un processo di vulcanizzazione in stampi ad alta pressione e temperatura. Inoltre gli isolatori devono essere dotati di grosse piastre d'acciaio alle estremità, opportunamente preparate con fori e alesaggi, per l'ancoraggio alla struttura. Per queste ragioni il prezzo del singolo dispositivo è rilevante ed il ricorso all'isolamento sismico è rimasto limitato, generalmente, ad edifici di significativa importanza strategica.

Tuttavia, sostituendo l'acciaio con strati di tessuto in fibra di carbonio e rinunciando alle spesse piastre di connessione alla struttura, si ottengono dispositivi di

isolamento (*Unbonded Fiber Reinforced Elastomeric Isolators – U-FREIs*) ugualmente efficaci, ma più economici (Kelly, 2002). Tali dispositivi, infatti, possono essere prodotti in larghi fogli da ritagliare a seconda della dimensione desiderata, mentre la posa consisterà nella loro semplice interposizione tra fondazione e sovrastruttura (applicazione *unbonded*): per quest'ultima ragione, l'unico veicolo di trasmissione degli sforzi di taglio è costituito dall'attrito tra la gomma di rivestimento dell'isolatore ed i suoi piani di appoggio.

L'assenza delle piastre di connessione permette alle estremità del dispositivo *U-FREI* di deformarsi diversamente dagli isolatori convenzionali a seconda dell'entità dello spostamento relativo orizzontale (par. 4.3): le facce verticali, infatti, inclinandosi tendono a recuperare la loro altezza iniziale, mentre la pressione verticale in quell'area diminuisce. Quando lo stato tensionale è annullo, si assiste alla perdita di contatto del lembo esterno con la superficie di supporto e le facce verticali possono ruotare liberamente (deformazione di *Roll Over* - Fig. 4.2 (b); a destra in Fig. 4.3 e Fig. 4.4), fino ad appoggiarsi eventualmente alla struttura (Fig. 4.21 (d)).

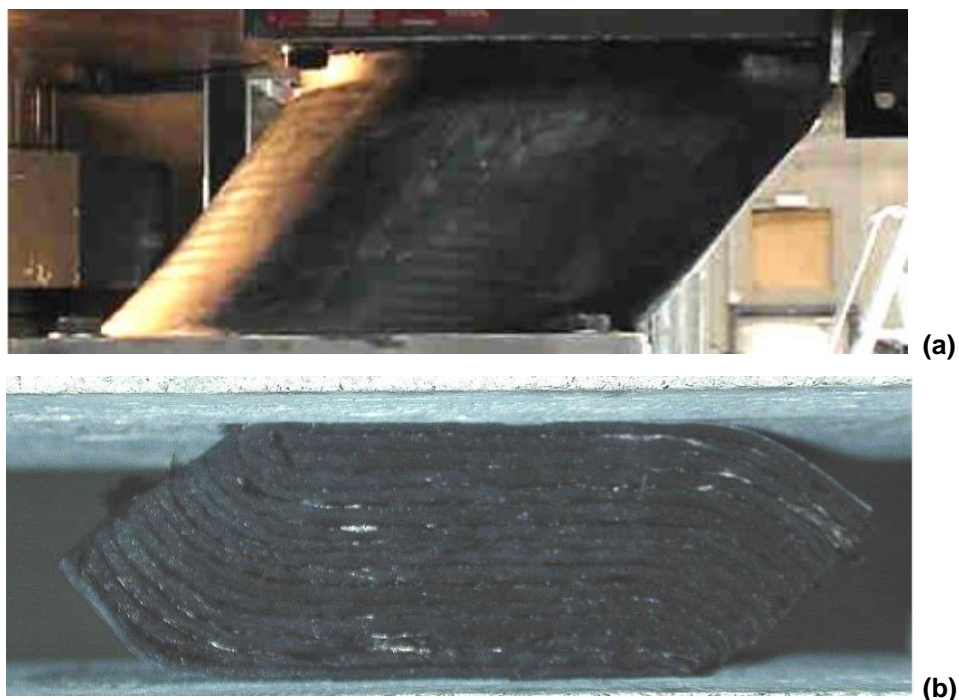


Fig. 4.2. Configurazioni deformate di isolatori elastomerici soggetti a scorrimento orizzontale dei piani di appoggio. (a) *SREI*: deformazione assimilabile al *puro scorrimento* (AGOM, 2008); (b) *U-FREI*: deformazione di *Roll Over*.

Questo meccanismo può essere descritto con un legame forza-spostamento non lineare, dove la rigidezza dell'isolatore diminuisce con lo spostamento (legame elasto-incrudente; par. 4.3.13) perché diminuisce la superficie di base a contatto con i piani di

appoggio: il periodo della struttura, quindi, aumenta con lo spostamento, migliorando così l'efficacia del sistema di isolamento.

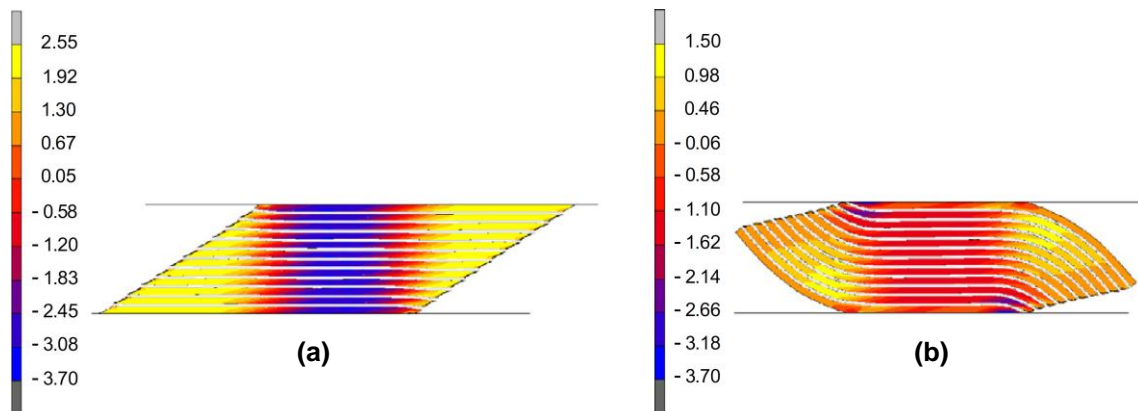


Fig. 4.3. Mappa delle tensioni S11 (direzione orizzontale) nei modelli ad elementi finiti di isolatori elastomerici sottoposti a deformazione laterale $\gamma = 200\%$: (a) SREI; (b) U-FREI. Valori negativi indicano tensioni di compressione (Toopchi-Nezhad et al. 2011).

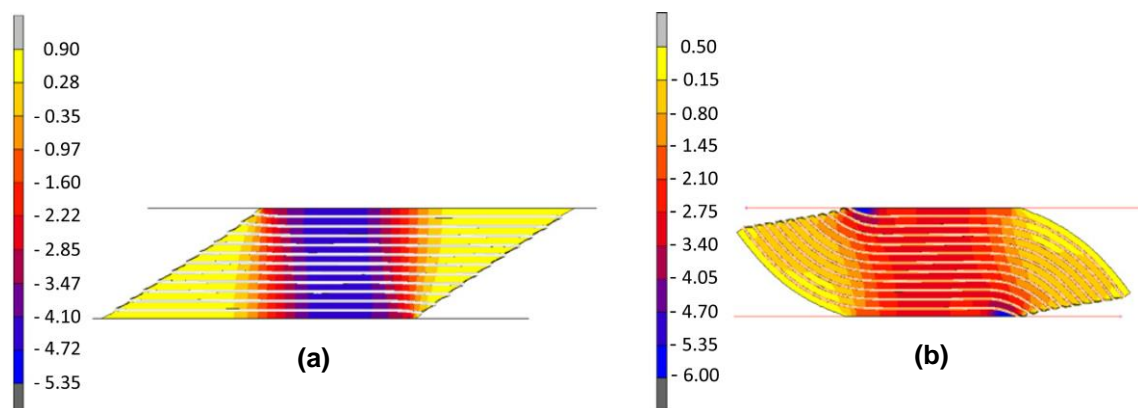


Fig. 4.4. Mappa delle tensioni S22 (direzione verticale) nei modelli ad elementi finiti di isolatori elastomerici sottoposti a deformazione laterale $\gamma = 200\%$: (a) SREI; (b) U-FREI. Valori negativi indicano tensioni di compressione (Toopchi-Nezhad et al. 2011).

4.1.1 Metodo di inserimento dei dispositivi U-FREIs

L'installazione di dispositivi di isolamento alla base di edifici esistenti richiede la definizione di una sequenza di fasi costruttive durante le quali è necessario soddisfare i seguenti requisiti (Moussalli, 2014):

- garantire una certa capacità sismica all'edificio durante il periodo necessario al completamento dell'intervento, evitando di creare indebolimenti localizzati o diffusi;
- ridurre la possibilità di effetti torsionali accidentali in caso di evento sismico, definendo a questo scopo fasi di lavoro simmetriche da un punto di vista strutturale;
- evitare stati di parziale isolamento, durante l'installazione dei dispositivi, che potrebbero causare comportamenti anomali in caso di sisma (e.g. usare vincoli temporanei);

- limitare gli spostamenti verticali degli elementi resistenti verticali (i.e. colonne o murature) durante la fase di trasferimento dei carichi verticali sui martinetti (per l'inserimento dei dispositivi), così da ridurre il rischio di danneggiamento degli elementi più fragili e delle finiture in elevazione;
- limitare gli spostamenti verticali dovuti all'accorciamento elastico dei dispositivi durante la fase della loro messa in carico.

Per quanto riguarda la modalità di inserimento di dispositivi *U-FREIs* alla base di un edificio in muratura, è possibile adattare una delle diverse tecniche già previste per i dispositivi *SREIs*, ma senza la necessaria presenza di elementi per l'ancoraggio alla struttura. In Fig. 4.5 viene riportato un esempio di posizionamento di isolatori convenzionali alla base di un edificio in muratura; tale intervento richiede: taglio e apertura della muratura sottofondale, getto dei poggioli in c.a., posa degli isolatori muniti di zanche, posizionamento contropiastra superiore per realizzazione della trave in c.a. di fasciatura della muratura, getto calcestruzzo di completamento per formazioni cordoli continui sotto e sovrastanti.

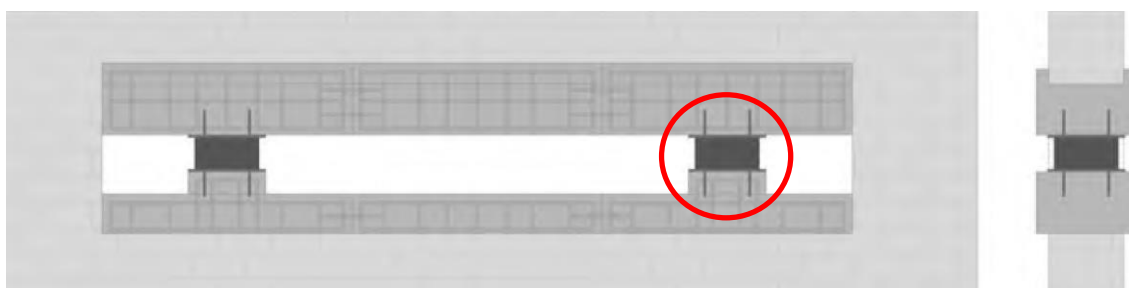


Fig. 4.5. Esempio di posizionamento di dispositivi *SREIs* alla base di un edificio in muratura - Moussalli (2014).

In questo caso si farà invece riferimento alla tecnica di intervento proposta per l'Oratorio di San Nicolò, presso Villa Lippomano a San Vendemiano di Conegliano (TV) (Moussalli, 2014), di cui verrà nel seguito progettato il sistema di isolamento (cap. 5).

L'intervento previsto consiste nelle seguente sequenza di fasi costruttive:

- scavo di una doppia trincea, all'esterno ed all'interno dell'edificio (previa asportazione del solaio al livello di calpestio), per garantire un sufficiente spazio di manovra nell'area di lavoro (Fig. 4.6);
- doppio getto fondale in c.a. all'esterno ed all'interno della fondazione esistente, ed a questa affiancato, per la creazione di una nuova sottofondazione rigida (Fig. 4.7);
- micro-carotatura con passo costante della muratura esistente, in prossimità dei giunti di malta, lungo tutto il perimetro dell'edificio. La foratura verrà eseguita il più possibile

- al di sotto del piano di campagna in modo da salvaguardare l'eventuale intonaco o decorazione di pregio (interna o esterna);
- inserimento di tondini in acciaio filettato, nei fori realizzati in precedenza, per la posa degli elementi in acciaio (presaldati e preforati) che costituiranno le travi di affiancamento murale. Tale soluzione è volta all'irrigidimento del muro esistente e all'incatenamento dell'intera struttura (Fig. 4.8; Fig. 4.9 (a));
 - inserimento di controventature metalliche a "X" (profilati *IPE180*) per la realizzazione del piano orizzontale rigido al livello di calpestio (Fig. 4.9 (b));
 - messa in opera di 38 martinetti idraulici, tra la trave in acciaio di affiancamento murale e l'anello fondale in c.a., necessari a sostenere la struttura durante il taglio della muratura, che verrà eseguito sotto la trave di affiancamento (come evidenziato in Fig. 4.10);
 - rimozione della muratura al di sotto del taglio e getto di calcestruzzo che, collegando gli anelli in c.a., completa la platea di sottofondazione sopra la quale verranno appoggiati i dispositivi *U-FRE/Is* (Fig. 4.10);
 - abbassamento della sovrastruttura per la messa in carico degli isolatori;
 - riformazione dell'impalcato di calpestio (posa del solaio e della pavimentazione asportata all'inizio; realizzazione dell'intercapedine di servizio/*gap* sismico - Fig. 4.11).

Nel caso di sisma dall'elevata magnitudo è possibile che si verifichino condizioni tali da annullare la compressione operata dai carichi gravitazionali su alcuni dispositivi (*uplift*): se privi di ancoraggio alla struttura, gli isolatori potrebbero quindi staccarsi dalla sottostruttura e scivolare in altra sede, per effetto dell'accelerazione sismica.

Come si vedrà nel seguito (par. 4.3.2), il verificarsi delle condizioni tensionali sopraindicate (i.e. compressione nulla nell'isolatore) va affrontato e scongiurato già nella fase di pre-dimensionamento del dispositivo *U-FRE/Is*; tuttavia, al fine di garantire un ulteriore margine di sicurezza, nella proposta di intervento menzionata (Moussalli, 2014), sono state proposte anche soluzioni che vincolano il dispositivo alla sottostruttura mediante barra filettata di piccolo diametro ($\phi 6$), come illustrato in Fig. 4.12.

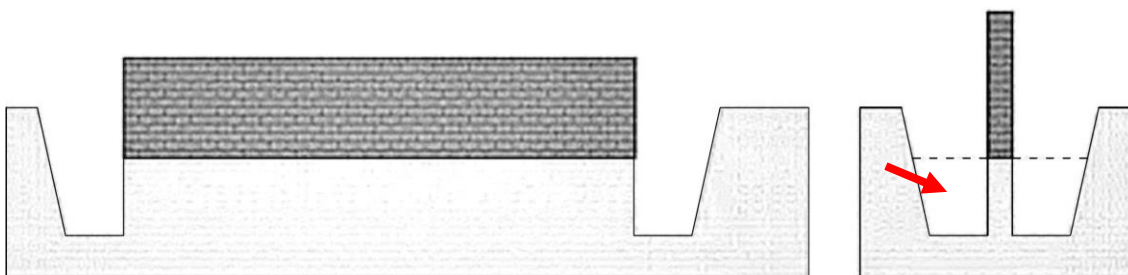


Fig. 4.6. Scavo della doppia trincea intorno alla muratura perimetrale dell'edificio - Moussalli (2014).

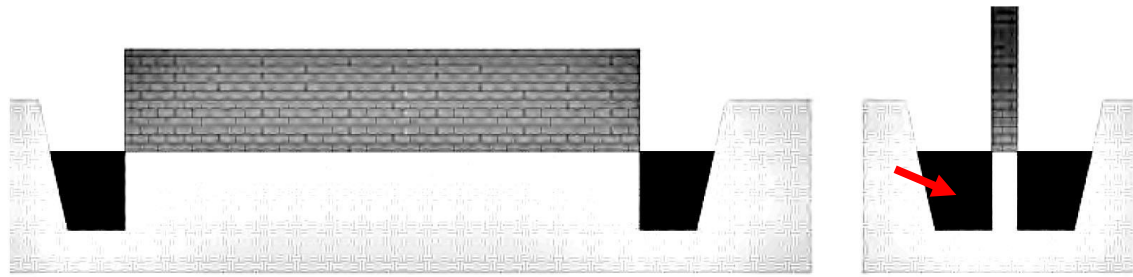


Fig. 4.7. Realizzazione di due anelli fondali in c.a. (in nero) – Moussalli (2014).

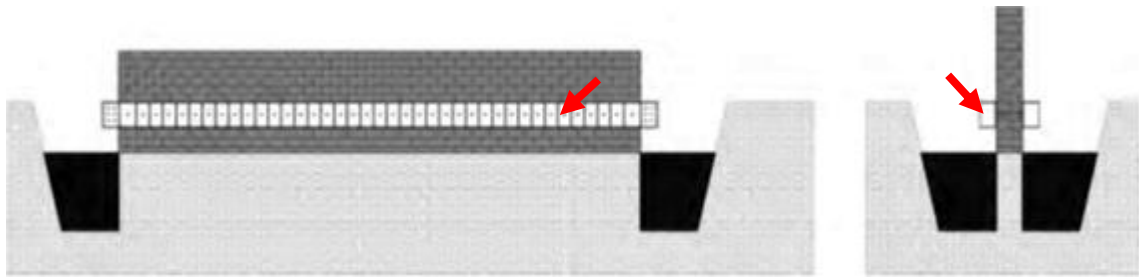


Fig. 4.8. Posa travi di affiancamento murali (evidenziate in rosso) previa foratura della muratura esistente (da tagliare al di sotto delle travi) - Moussalli (2014).

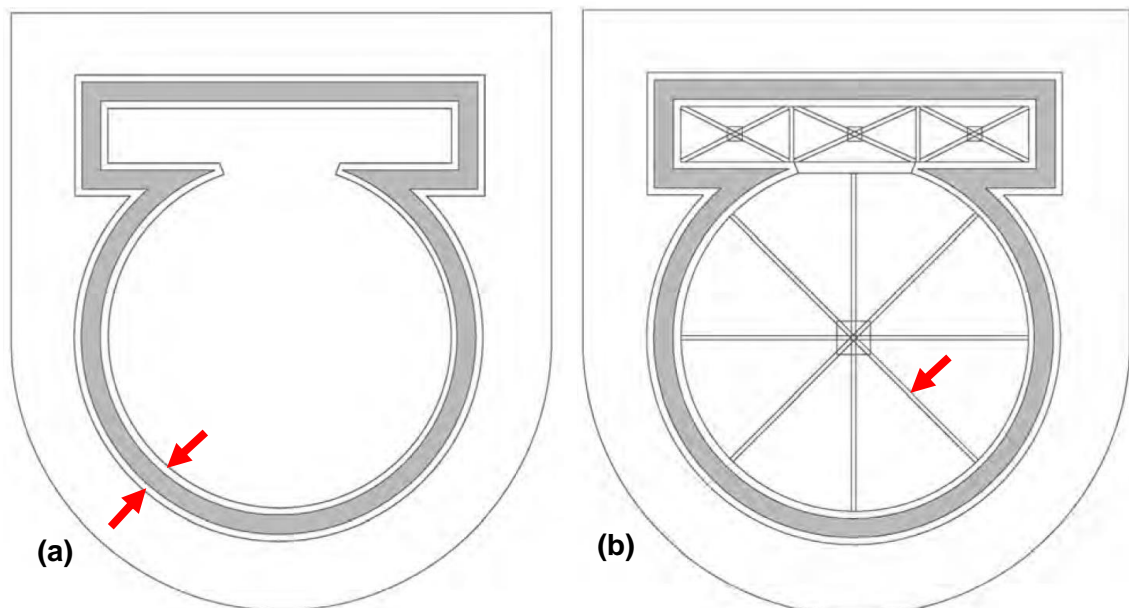


Fig. 4.9. Pianta dell'edificio. (a) Posa delle carpenterie metalliche a formare l'affiancamento murario; (b) installazione delle controventature in acciaio IPE180 - Moussalli (2014).

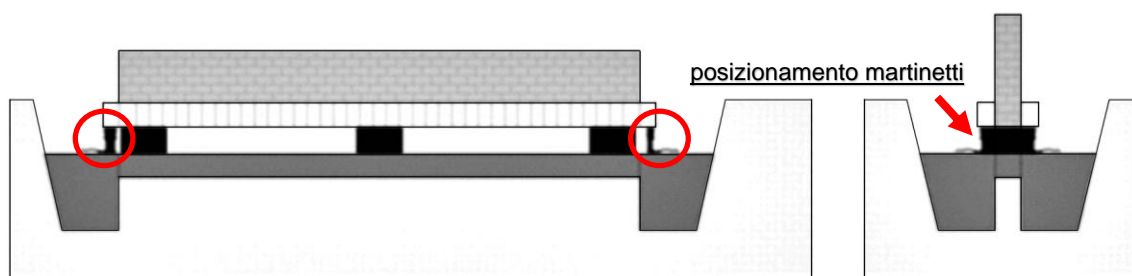


Fig. 4.10. Messa in opera dei dispositivi U-FREIs dopo il taglio della muratura ed il completamento della platea di sottofondazione - Moussalli (2014). In rosso si evidenziano i martinetti idraulici.

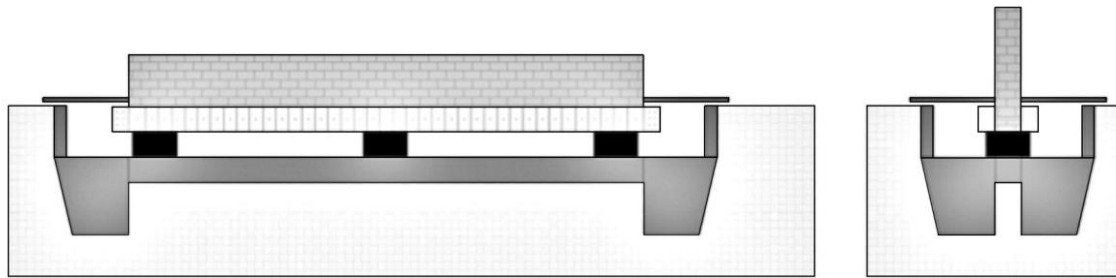


Fig. 4.11. Realizzazione intercapedine di ispezione e manutenzione attraverso muretto di contenimento e botole ispezionabili – Moussalli (2014).

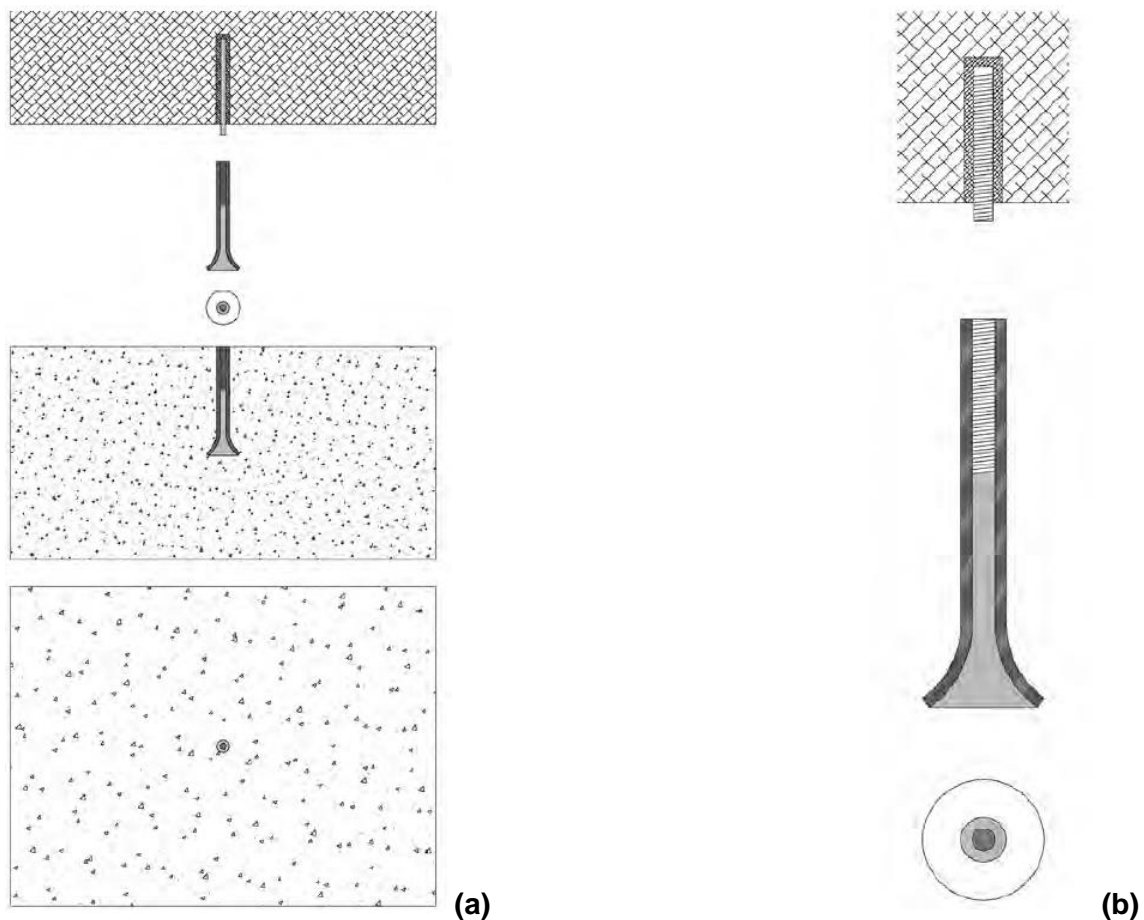


Fig. 4.12. (a) Ancoraggio dell'isolatore alla platea di fondazione mediante barra filettata, vulcanizzata e fissata a tubolare filettato (sezione e pianta); (b) particolare della barra filettata vulcanizzata nell'isolatore e avvitata a tubolare filettato in acciaio *inox* (sezione e pianta) - Moussalli (2014).

4.2 Progettazione Isolatori Elastomerici convenzionali (*SREIs*)

Il progetto di dispositivi *SREIs* fa riferimento ad alcune assunzioni contenute nelle CNR 10018 par. 5.1:

- incomprimibilità della gomma;
- modulo di elasticità tangenziale della gomma indipendente dalla deformazione raggiunta;

- inestensibilità delle lamiere di rinforzo in acciaio;
- deformazione parabolica delle sezioni verticali di gomma (ortogonali al piano medio degli strati in gomma);
- portanza e deformabilità del singolo strato di gomma dipendenti dalla sua geometria attraverso il *fattore di forma primario* S_1 , definito come:

$$S_1 = \frac{A'}{L} \quad (4.1)$$

dove:

A' superficie in pianta di uno strato di gomma, al netto dei ricoprimenti laterali;

L superficie laterale di uno strato di gomma (e.g. se isolatore quadrato di lato l_{IS} ed altezza di uno strato di gomma t_i : $L = 4 l_{IS} t_i$).

Durante un evento sismico, la deformazione a taglio dei dispositivi riduce l'area efficace al trasferimento dei carichi verticali: in tale condizione, nonostante carichi verticali di minore intensità, si osservano negli isolatori valori di compressione superiori al caso statico (*SLU*). Alla luce di questa considerazione, il dimensionamento dei dispositivi avviene con riferimento alla loro configurazione deformata, mentre il carico massimo va ricercato tra gli sforzi assiali calcolati in corrispondenza degli appoggi agli isolatori (i.e. alla base dei pilastri per edifici intelaiati isolati alla base).

4.2.1 Valutazione dei carichi verticali massimi sui dispositivi

Secondo la normativa vigente (D.M. 14 gennaio 2008 par. 3.2.4), la *combinazione sismica* delle azioni è:

$$G_k + E + \sum_i \psi_{2i} Q_{ki} \quad (4.2)$$

dove E rappresenta l'azione sismica G_k i carichi permanenti, Q_{ki} quelli variabili e ψ_{2i} i coefficienti di combinazione. L'azione sismica è valutata sulla base delle masse associate ai seguenti carichi gravitazionali:

$$G_k + \sum_i \psi_{2i} Q_{ki} \quad (4.3)$$

La *combinazione fondamentale* delle azioni (*SLU*), come indicato da D.M. 2008 par. 2.5.3, è:

$$\gamma_k G_k + \gamma_{Q1} Q_{k1} + \sum_i \gamma_{Qi} \psi_{0i} Q_{ki} \quad (4.4)$$

dove γ_k , γ_{Q1} e γ_{Qi} sono i coefficienti parziali di sicurezza.

Poiché in fase di pre-dimensionamento non è ancora noto lo sforzo normale indotto dall'azione sismica sul singolo dispositivo, la tensione di compressione minima calcolata su un isolatore verrà ridotta del 20%, mentre la tensione di compressione massima verrà incrementata del 20% (Zucchiatti, 2008; Cescutti, 2013).

4.2.2 Tensione verticale ammissibile su un isolatore

Per garantire il corretto funzionamento e la durabilità dei dispositivi, il trasferimento dei carichi verticali attraverso gli isolatori non deve comprometterne in alcun modo l'integrità, neanche durante il sisma. Per questa ragione si ipotizza che i carichi gravitazionali agiscano esclusivamente all'interno dell'area di sovrapposizione A_r , illustrata in Fig. 4.13.

Come riportato in letteratura (CNR 10018, 1999), dalle relazioni tra deformazione verticale, durezza della gomma e modulo di taglio, è stata definita una soglia limite alla tensione verticale agente sugli isolatori, pari a:

$$\sigma_{v,\max(SLU)} \leq 15 \text{ MPa} \quad (4.5)$$

4.2.3 Valutazione area di base A dell'isolatore

Dall'espressione (4.5) è possibile ottenere una prima stima dell'area ridotta efficace dell'isolatore A_r :

$$A_{r,\min} \geq \frac{P_{\max(SLU)} [N]}{15} [mm] \quad (4.6)$$

Il soddisfacimento dell'equazione (4.6) garantisce quindi che la tensione di compressione nell'isolatore non superi mai la soglia limite, imposta pari a 15 MPa, neanche per lo spostamento di progetto, cui corrisponde la massima deformazione del dispositivo.

Nota l'area ridotta efficace A_r , per determinare l'area effettiva A del dispositivo è possibile fare ricorso a relazioni semplificate presenti in letteratura:

$$\text{Fattore di Overlap: } A_r/A \geq 0,6 \quad (\text{Skinner, Robinson, \& McVerry, 1992}) \quad (4.7)$$

Il coefficiente espresso dal *fattore di overlap* descrive la relazione che intercorre fra l'area ridotta efficace A_r , ovvero l'area di sovrapposizione tra le proiezioni delle basi dell'isolatore a deformazione avvenuta, e quella effettiva A del dispositivo. Il *fattore di overlap* è influenzato dalla capacità portante e dai momenti alle estremità e, per questa ragione, andrebbe valutato da prove in laboratorio a seconda del tipo di dispositivo, tuttavia, il valore indicato nell'espressione (4.7) risulta il più delle volte adeguato.

In accordo con le indicazioni normative (D.M. 2008 par. 7.3.5), secondo le quali lo spostamento dovuto all'azione sismica si ottiene combinando gli effetti del sisma in una direzione con il 30% degli effetti nella direzione ortogonale, la definizione di area ridotta efficace deve tenere conto anche dell'arbitrarietà della direzione del sisma (Fig. 4.13).

Sulla base delle considerazioni sopra esposte, si ha:

- isolatore circolare (diametro D):

$$A_r = (\phi - \text{sen}\phi) \frac{D^2}{4} \tag{4.8}$$

con $\phi = 2\cos^{-1}\left(\frac{d_{Ed}}{D}\right)$;

- isolatore rettangolare (lati b_x, b_y):

$$A_r = \min \left\{ \begin{aligned} &(b_x - d_{rftx} - d_{Ex})(b_y - d_{rfty} - 0,3 d_{Ey}) \\ &(b_x - d_{rftx} - 0,3 d_{Ex})(b_y - d_{rfty} - d_{Ey}) \end{aligned} \right. \tag{4.9}$$

dove:

d_{Ex}, d_{Ey} spostamenti relativi tra le basi degli isolatori determinati dall'azione sismica agente nelle due direzioni considerate (x e y);

d_{rftx}, d_{rfty} spostamenti relativi fra le due facce (superiore ed inferiore) degli isolatori prodotti per effetto dei fenomeni di ritiro, *fluage* e variazioni termiche, quando rilevanti, ridotte del 50% (da prove sperimentali).

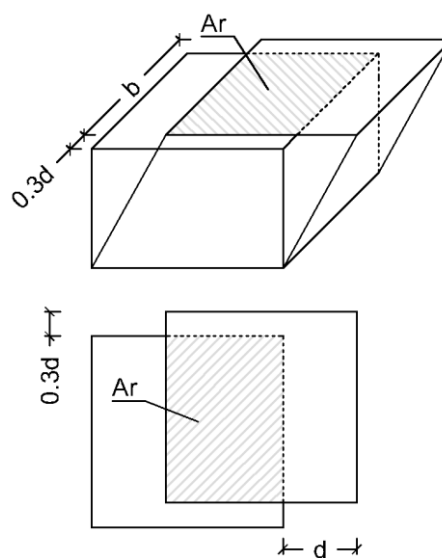


Fig. 4.13. Area ridotta di appoggio dell'isolatore secondo le indicazioni normative (D.M. 2008 par. 7.3.5).

4.2.4 Scelta del periodo di isolamento T_{is}

Fondamentale parametro progettuale, il periodo di isolamento T_{is} viene scelto cercando di conciliare l'esigenza di riduzione dell'azione sismica con la salvaguardia di tutte le componenti - strutturali e non - che attraversano il piano di isolamento (nonché delle costruzioni adiacenti a quella isolata). Per questa ragione il periodo di isolamento ottimale ricade generalmente nell'intervallo compreso tra 2 s e 3 s.

4.2.4.1 Valutazione della rigidezza K_{eq} richiesta

Per raggiungere il periodo *target* di isolamento T_{is} :

$$T_{is} = 2\pi \sqrt{\frac{P_{mean}/g}{K_{eq}}} \quad (4.10)$$

un isolatore dovrà possedere una rigidezza K_{eq} alla traslazione orizzontale pari a:

$$K_{eq} = \left(\frac{2\pi}{T_{is}}\right)^2 \cdot \frac{P_{mean}}{g} \quad (4.11)$$

Come si osserva dall'espressione (4.11), la rigidezza K_{eq} del dispositivo viene determinata sulla base del carico verticale medio P_{mean} atteso su un isolatore in condizione sismica:

$$P_{mean} = \frac{\sum_{i=1}^{n_{isolatori}} P_{min,i}}{n_{isolatori}} = \text{media}(P_{min,i}) \quad (4.12)$$

dove $P_{min,i}$ è lo sforzo normale minimo (da combinazione sismica delle azioni) sull'*i*-esimo isolatore.

4.2.5 Valutazione dello spessore totale degli strati di gomma t_e

Poiché la rigidezza equivalente K_{eq} di un isolatore può essere definita come rapporto fra la forza orizzontale applicata F_h e lo spostamento prodotto d (D.M. 2008 par. 11.9.7), si ricava:

$$K_{eq} = \frac{F_h}{d} \Rightarrow F_h = K_{eq} d \quad (4.13)$$

Per ridurre le incertezze sul controllo del reale comportamento dinamico del dispositivo, si introduce il *modulo dinamico equivalente a taglio* G_{din} , già adottato da precedenti norme sull'isolamento (CNR 10018, 1999). Il valore di G_{din} viene calcolato in corrispondenza di uno spostamento orizzontale d pari all'altezza totale degli strati in gomma t_e , ovvero per una deformazione a taglio del 100% (D.M. 2008 par. 11.9.7.2).

Trascurando il contributo alla deformazione a taglio γ dei lamierini di rinforzo in acciaio (poco deformabili nel loro piano), si ha:

$$G_{din} = \tau/\gamma = \frac{F_h \cdot t_e}{A \cdot d} \quad (\text{se miscela "normale": } G_{din(\gamma=100\%)} = 0,8 \text{ MPa}) \quad (4.14)$$

Sostituendo l'espressione (4.13) nella (4.14) è possibile calcolare lo spessore totale degli strati di gomma:

$$t_e = \frac{G_{din} \cdot A}{K_{eq}} \quad (4.15)$$

Una volta terminato il dimensionamento di massima del dispositivo *SREI*, sarà necessario confrontarne le caratteristiche, geometriche e meccaniche, con quelle degli isolatori commercializzati. Tali dispositivi presentano tutti valori dei fattori di forma S_1 ed S_2 compresi all'interno di un *range* consigliato, tuttavia si riporta nel seguito il controllo di tali parametri allo scopo di descriverne il significato.

4.2.6 Controllo fattore di forma primario S_1 e scelta della miscela

L'idoneità del tipo di miscela scelta avviene controllando che le caratteristiche geometriche e meccaniche del dispositivo permettano di soddisfare, implicitamente, la verifica a *dondolamento* del sistema di isolamento, evitando così l'innescò di vibrazioni in direzione verticale:

$$K_V \geq 800 K_{esi} \quad (4.16)$$

dove:

K_V rigidità verticale del sistema di isolamento;

K_{esi} rigidità equivalente orizzontale del sistema di isolamento;

se $n = n^\circ$ isolatori: $K_{esi} = \sum_n K_{eq,n}$.

Quanto sopra descritto trova riscontro nelle indicazioni fornite dalla normativa vigente (D.M. 2008) al par. 7.10.5.2, dove si ammette, infatti, la possibilità di trascurare la deformabilità verticale degli isolatori, in fase di modellazione, nel caso l'eq. (4.16) venga soddisfatta.

La rigidità verticale K_V di un isolatore può essere determinata facendo riferimento al modello proposto da Skinner et al. (1992), dove risulta scomposta in due contributi:

- contributo $K_V(\gamma)$: valutato in assenza di variazione di volume, è legato alle sollecitazioni taglienti che, in presenza di carico verticale, nascono a causa del vincolo all'espansione laterale della gomma operato dai lamierini in acciaio;

- contributo $K_V(V)$: tiene conto della variazione di volume dovuta alla compressione della gomma.

Da Skinner et al. (1992), si ha:

$$K_V = \frac{K_V(\gamma) \cdot K_V(V)}{K_V(\gamma) + K_V(V)} \quad (4.17)$$

dove:

$$K_V(\gamma) = \frac{6G_{din}S_1^2A}{t_e} \quad (\text{Kelly, 1996}) \quad (4.18)$$

$$K_V(V) = \frac{E_b A}{t_e} \quad (4.19)$$

$$E_b \quad \text{modulo di comprimibilità volumetrica della gomma} \quad (4.20)$$

(se miscela "normale": $E_b = 2.000 \text{ MPa}$)

Imponendo l'uguaglianza della disequazione (4.16) e sostituendo le espressioni (4.18) e (4.19) nella (4.17), attraverso semplici passaggi algebrici si ottiene:

$$S_1 = \sqrt{\frac{800 E_b}{6 (E_b - 800 G_{din})}} \quad (4.21)$$

La scelta del tipo di miscela per la gomma, cui corrispondono E_b e G_{din} , avviene quindi in funzione del fattore di forma primario: valori di S_1 compresi nell'intervallo [10 ÷ 20] permettono, infatti, di evitare che una delle due componenti della rigidezza verticale K_V (eq. (4.18) e (4.19)) prevalga eccessivamente sull'altra e soddisfano implicitamente la verifica a *dondolamento* (eq. (4.16)).

4.2.7 Valutazione altezza singolo strato in gomma t_i

Dalla definizione di fattore di forma primario S_1 (4.1) è possibile calcolare l'altezza t_i di un singolo strato di gomma (già definita dai produttori per i dispositivi in commercio):

$$\text{- Isolatore rettangolare (lati } a, b): \quad S_1 = \frac{a \cdot b}{2 t_i (a+b)} \Rightarrow t_i = \frac{a \cdot b}{2 S_1 (a+b)} \quad (4.22)$$

$$\text{- Isolatore circolare (diametro } D): \quad S_1 = \frac{D}{4 t_i} \Rightarrow t_i = \frac{D}{4 S_1} \quad (4.23)$$

4.2.8 Controllo fattore di forma secondario S_2

Il fattore di forma secondario S_2 è definito come:

$$S_2 = \frac{D}{t_e} \quad (4.24)$$

dove, in questo caso, D è la massima dimensione in pianta dell'isolare (diametro o lato).

L'intervallo di valori consigliato per il fattore di forma secondario è legato al carico verticale massimo agente sul dispositivo:

$$\begin{aligned} \text{se } P_{max} < 800 \text{ kN (dispositivi piccoli): } & 3 \leq S_2 \leq 5 \\ \text{se } P_{max} \geq 800 \text{ kN (dispositivi grandi): } & S_2 \leq 6 \end{aligned} \quad (4.25)$$

Tale controllo permette di ottimizzare il dimensionamento dell'isolatore e soddisfarne implicitamente la verifica a *ribaltamento* (con strappo degli ancoraggi o dell'isolatore).

4.2.9 Dimensionamento del rinforzo

- Rinforzi interni:

Invertendo l'espressione per il calcolo della tensione massima agente nella piastra, riportata nella *OPCM 3274 Allegato 10.A*, si ha:

$$t_s = \frac{1,3 P (t_1 + t_2)}{A_r f_{yk}} \geq 2 \text{ mm} \quad \text{spessore di uno strato di rinforzo in acciaio} \quad (4.26)$$

dove:

P sforzo normale massimo sull'isolatore (da combinazione sismica);

t_1, t_2 spessore strati di elastomero direttamente a contatto con la piastra di acciaio;

A_r area ridotta efficace dell'isolatore (eqq. (4.8) e (4.9));

f_{yk} tensione di snervamento dell'acciaio.

- Piastre esterne di ancoraggio: $t_s \geq 20 \text{ mm}$.

- Area minima A' della piastra in acciaio ($A' < A$):

Da CNR 10018 par. 5.2.2.2 e par. 5.2.4.2, attraverso semplici passaggi algebrici, si ottiene:

$$A' = \frac{F_{xy}}{0,5 G}$$

con:

$$F_{xy} = F_{xy}^p + 0,5 F_{xy}^q \quad \text{azione sismica orizzontale;}$$

$$F_{xy}^p \quad \text{azione sismica associata ai carichi permanenti;}$$

$$F_{xy}^q \quad \text{azione sismica associata ai carichi variabili;}$$

$$G \quad \text{modulo di elasticità tangenziale della gomma.}$$

4.2.10 Verifica deformazione a taglio e spostamento massimo degli isolatori

Come suggerito dalla normativa (Circ. 2 febbraio 2009, n.617 par. C11.9.7), benchè l'efficienza degli isolatori venga provata sperimentalmente, è opportuno che siano verificate le seguenti condizioni:

$$\gamma_t (= \gamma_c + \gamma_s + \gamma_\alpha) \leq 5; \quad \text{deformazione a taglio totale di progetto}; \quad (4.27)$$

$$\gamma_s \leq \frac{\gamma^*}{1,5} \leq 2 \quad \text{deformazione a taglio prodotta dallo spostamento} \quad (4.28)$$

sismico totale d_E (par. 4.2.11),

dove:

$$\gamma_c = \frac{1,5 P}{S_1 G_{din} A_r} \quad \text{deformazione a taglio dovuta alla compressione (da carico verticale } P\text{)};$$

$$\gamma_s = \frac{d_E}{t_E};$$

$$\gamma_\alpha = \frac{a^2}{2 t_i t_e} \quad \text{deformazione a taglio dovuta alla rotazione angolare};$$

$$a^2 = \begin{cases} \alpha_x b_x^2 + \alpha_y b_y^2 & \text{per isolatori rettangolari (lati } b_x \text{ e } b_y\text{)}; \\ 3 \alpha D^2/4 & \text{per isolatori circolari (diametro } D\text{)}; \end{cases}$$

α_x, α_y rotazione relativa tra le facce superiore ed inferiore dell'isolatore (con assi di rotazione x ed y rispettivamente);

γ^* valore massimo della deformazione a taglio raggiunto nelle prove di qualificazione relative all'efficacia dell'aderenza elastomero-acciaio (D.M. 2008 par. 11.9.7.2), senza che si verifichino segni di rottura.

Noto il valore limite della deformazione a taglio imposto dalla normativa, ovvero $\gamma_{s,lim} = \min(\frac{\gamma^*}{1,5}; 2)$, è possibile verificare che lo spostamento di progetto d_E (par. 4.2.11) degli isolatori (SLC), non superi il valore ammissibile d_{lim} :

$$d_{lim} = \gamma_{s,lim} \cdot t_e \leq d_E \quad (4.29)$$

4.2.11 Valutazione dello spostamento di progetto (SLC) d_E

Lo spostamento massimo di progetto (SLC) del sistema di isolamento può essere ottenuto, in via semplificata, attraverso *analisi statica equivalente* (Circ. NTC n.617 par. C7.10.5.3.1). In primo luogo viene calcolato lo spostamento d_{dc} del centro delle rigidezze del sistema di isolamento, assumendo che il piano orizzontale di collegamento delle teste degli isolatori sia infinitamente rigido (condizione necessaria per limitare possibili spostamenti sismici differenziali):

$$d_{dc} = \frac{F_{h,tot}}{K_{esi}} \quad (4.30)$$

dove:

$$F_{h,tot} = M_{tot} \cdot S_e(T_{is}; \xi_{esi}) \quad \text{taglio alla base della sovrastruttura;} \quad (4.31)$$

$$K_{esi} = \sum_{i=1}^{n_{IS}} K_{eq,i} = \left(\frac{2\pi}{T_{is}}\right)^2 M_{tot} \quad (4.32)$$

con:

M_{tot} massa della struttura sostenuta dal sistema di isolamento;

ξ_{esi} coefficiente di smorzamento viscoso equivalente (generalmente $\xi_{esi} = 10\%$);

$S_e(T_{is}; \xi_{esi})$ accelerazione spettrale definita al par. 3.2.3 (D.M. 14 gennaio 2008) per lo Stato Limite di Collasso (SLC).

Come già riportato al par. 4.2.3, secondo quanto indicato dalla normativa (D.M. 2008 par. 7.3.5), lo spostamento dovuto all'azione sismica si ottiene combinando gli effetti del sisma in una direzione con il 30% degli effetti nella direzione ortogonale:

$$d_{dc,max} = \sqrt{d_{dc}^2 + (0,3 d_{dc})^2} \quad (4.33)$$

Il calcolo dello spostamento massimo di progetto d_E (SLC) deve tenere conto anche dei possibili effetti torsionali, dovuti ad eccentricità accidentali delle masse; per questa ragione, lo spostamento calcolato con l'espressione (4.33) viene allora incrementato cautelativamente del 30% (Dolce et al., 2010), da cui:

$$d_E = 1,3 \sqrt{d_{dc}^2 + (0,3 d_{dc})^2} \quad (4.34)$$

4.2.12 Verifica di instabilità

In accordo con la normativa (Circ. NTC n.617 par. C11.9.7), il carico critico euleriano di un isolatore elastomerico (SRE) può essere calcolato come:

$$P_{cr} = G_{din} A_r S_1 b_{min} / t_e \quad (4.35)$$

dove:

$$b_{min} = \begin{cases} \min(b_x; b_y) & \text{se isolatori rettangolari;} \\ D & \text{se isolatori circolari.} \end{cases}$$

La verifica si ritiene soddisfatta se (Circ. NTC n.617 par. C11.9.7): $\frac{P_{cr}}{P_{max}} \geq 2,0$.

4.2.13 Verifica deformazione massima a taglio

Con riferimento alle indicazioni normative (Circ. NTC n.617 par. C11.9.7), la deformazione a taglio dell'elastomero γ_s per lo spostamento sismico totale deve risultare:

$$\gamma_s = \frac{d_2}{t_e} \leq \gamma_{s,max} = \min\left(\frac{\gamma^*}{1,5}; 2,0\right) \quad (4.36)$$

con:

γ^* valore massimo della deformazione a taglio raggiunto nelle prove di qualificazione relative all'efficacia dell'aderenza elastomero-acciaio, senza segni di rottura.

Assumendo $\gamma^* = 2,5$ (D.M. 2008 par. 11.9.7.2), l'eq. (4.101) diventa:

$$\gamma_s \leq 1,667 \quad (4.37)$$

Inoltre, la deformazione totale di progetto γ_t dell'isolatore deve risultare:

$$\gamma_t = \gamma_c + \gamma_s + \gamma_\alpha \leq 5 \quad (4.38)$$

dove:

$$\gamma_c = 1,5 P_{\max(sism)} / (S_1 G_{din} A_r) \quad \text{deformazione di taglio dell'elastomero} \quad (4.39)$$

dovuta a compressione;

$P_{\max(sism)}$ forza di compressione massima agente su un isolatore in condizione sismica (par. 4.2.1);

$$\gamma_\alpha = a^2 / (2t_i t_e) \quad \text{deformazione di taglio dovuta a rotazione angolare;} \quad (4.40)$$

$$a^2 = 3\alpha D^2 / 4 \quad (\text{se } SREI \text{ circolare di diametro } D); \quad (4.41)$$

$$\alpha = (\alpha_x^2 + \alpha_y^2)^{1/2} \quad (4.42)$$

con:

α_x, α_y rotazioni rispetto alle direzioni principali X e Y .

4.2.14 Legame $F_H - d$ non lineare

Il comportamento di un isolatore elastomerico durante un terremoto può essere descritto definendo opportunamente i legami forza-spostamento associati ai suoi diversi gradi di libertà: in particolare, il comportamento a taglio orizzontale di tali dispositivi può essere modellato attraverso un legame bilineare con legge di *incrudimento cinematico* (i.e. traslazione rigida del dominio elastico nello spazio delle tensioni).

I parametri progettuali forniti con i dispositivi in commercio, tuttavia, sono generalmente sufficienti all'esecuzione di sole analisi lineari: gli isolatori vengono quindi modellati utilizzando rigidità secanti e coefficienti di smorzamento viscoso equivalente, insufficienti a descriverne accuratamente il comportamento durante l'evento sismico.

Nel corso di studi precedenti (Zucchiatti, 2008; Cescutti, 2013), sono stati utilizzati i risultati di *test* su isolatori elastomerici (*SREI*s) in scala per definire il legame forza orizzontale (F_H) - spostamento laterale (d) di un dispositivo *SREI* qualsiasi.

A tale scopo, si è ipotizzato che se lo spostamento orizzontale d varia linearmente con l'altezza totale t_e degli strati in gomma, allora la forza F_H da applicare per ottenere tale spostamento varia linearmente con l'area di base A del dispositivo.

Tale argomento si traduce nelle seguenti relazioni, che legano l'isolatore progettato con quello in scala (*SREI*) attraverso il *fattore di trasformazione delle forze* n ed il *fattore di trasformazione degli spostamenti* m :

$$A = n A_S \Rightarrow A = n A_S ; \quad (4.43)$$

$$t_e = m t_{e,S} \quad (4.44)$$

dove il pedice "S" attribuisce la grandezza all'isolatore in scala (i.e. A_S e $t_{e,S}$ sono rispettivamente l'area di base e l'altezza totale degli strati in gomma del dispositivo elastomerico in scala).

Invertendo l'eq. (4.15) ed utilizzando le espressioni (4.43) e (4.44), è possibile mettere in relazione la rigidità laterale equivalente (secante) K_{eq} del dispositivo progettato con quella dell'isolatore in scala $K_{eq,S}$:

$$K_{eq} = \frac{G_{din} A}{t_e} = \frac{G_{din} n A_S}{m t_{e,S}} = r \left(\frac{n}{m} \right) K_{eq,S} \quad (\text{per } \gamma = 100\%) \quad (4.45)$$

dove:

$$r = \frac{G_{din}}{G_{din,S}} \quad (4.46)$$

$G_{din,S}$ modulo dinamico equivalente a taglio dell'isolatore in scala.

Analogamente, dalle eqq. (4.13), (4.43), (4.44) e (4.45), per una deformazione $\gamma = 100\%$ (i.e. $d_2 \approx t_e$):

$$F_2 = K_{eq} d_2 = r \left(\frac{n}{m} \right) K_{eq,S} m t_{e,S} = r n K_{eq,S} d_{2,S} = r n F_{2,S} \quad (4.47)$$

dove $F_{2,S}$ è la forza che ha indotto lo spostamento massimo $d_{2,S}$ ($\gamma_S = 100\%$).

Per definire le relazioni che intercorrono tra i punti di snervamento (i.e. passaggio dal ramo elastico a quello incrudente) al variare della dimensione dell'isolatore, è necessario identificare due punti caratteristici nel grafico che descrive il legame $F_H - d$.

Sulla base delle indicazioni normative (D.M. 2008 par. 11.9.7), come illustrato in Fig. 4.14, si ha:

$$d_{el} = \frac{d_{2(III\ ciclo)}}{20} = \text{da eq. (4.44)} = \frac{m d_{2,S(III\ ciclo)}}{20} = m d_{el,S} \quad \text{ramo elastico;} \quad (4.48)$$

$$d_3 = \frac{d_{2(III\ ciclo)}}{4} = \text{da eq. (4.44)} = \frac{m d_{2,S(III\ ciclo)}}{4} = m d_{3,S} \quad \text{ramo incrudente.} \quad (4.49)$$

dove:

$d_{2(III\ ciclo)}$ spostamento massimo dell'isolatore registrato al terzo ciclo di carico ($\gamma \approx 100\%$).

Indicando con:

$$K_{1,S} = \frac{F_{el,S}}{d_{el,S}} \text{ rigidezza del ramo elastico per l'isolatore in scala;} \quad (4.50)$$

$$K_{2,S} = \frac{F_{3,S}}{d_{3,S}} \text{ rigidezza del ramo incrudente per l'isolatore in scala;} \quad (4.51)$$

$F_{el,S}$ forza che induce lo spostamento $d_{el,S} = \frac{d_{2,S(III\ ciclo)}}{20}$ nell'isolatore in scala;

$F_{3,S}$ forza che induce lo spostamento $d_{3,S} = \frac{d_{2,S(III\ ciclo)}}{4}$ nell'isolatore in scala,

lo spostamento d_1 e la forza F_1 in corrispondenza del punto di snervamento, per l'isolatore progettato, sono:

$$d_{1,S} = \frac{F_{3,S} - K_{2,S}}{K_{1,S} - K_{2,S}} \Rightarrow \text{per analogia con le eqq. (4.48) e (4.49): } d_1 = m d_{1,S}; \quad (4.52)$$

$$F_1 = n F_{1,S} . \quad (4.53)$$

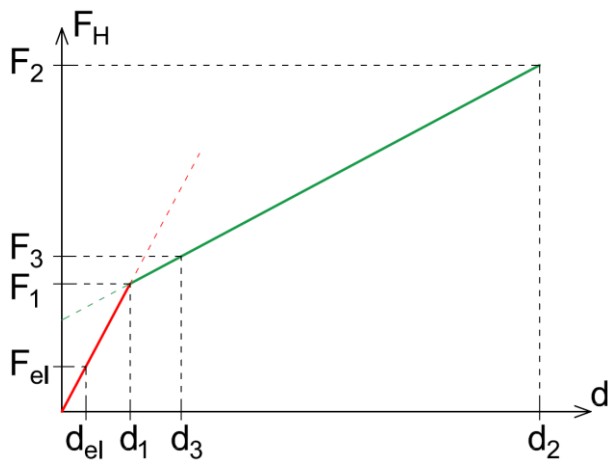


Fig. 4.14. Legame bilineare per un isolatore elastomerico. In rosso il tratto elastico; in verde il tratto plastico.

4.3 Proposta metodo per la progettazione di Isolatori Fibro-Rinforzati (*U-FREIs*)

La seguente procedura di dimensionamento assume che il comportamento meccanico di isolatori *U-FREIs* (*Unbonded Fiber Reinforced Elastomeric Isolators*), di forma rettangolare, sotto carichi verticali soddisfi le ipotesi formulate da Tsai e Kelly (2002), ovvero:

- perfetta aderenza tra la gomma e gli strati di tessuto in fibra;
- deformata parabolica delle sezioni inizialmente verticali.

La deformabilità flessionale degli strati di rinforzo in fibra, associata alla mancanza dei piatti di ancoraggio alla struttura, fa sì che i dispositivi *U-FREIs* assumano una diversa configurazione deformata, rispetto agli isolatori di tipo *SREI* (Fig. 4.2), per spostamenti relativi orizzontali (d) superiori alla soglia μ_0 , detta *spostamento di primo distacco* (Fig. 4.15).

Come evidenziato in Fig. 4.15, all'aumentare dello spostamento relativo orizzontale dei piani di appoggio, le facce verticali dell'isolatore tendono a recuperare l'altezza originaria H , (Fig. 4.15 (b)) inizialmente ridotta di $\eta = H - h$ a causa dei carichi verticali (Fig. 4.15 (a)).

All'aumentare dello spostamento orizzontale, quindi, l'isolatore tende a scaricarsi da un punto di vista tensionale in prossimità degli spigoli lungo la diagonale maggiore (Fig. 4.15 (b)).

Quando la compressione si annulla ($d \geq \mu_0$; Fig. 4.15 (b)-(c)), si assiste al distacco del materiale dalla superficie di supporto in prossimità di tali spigoli, mentre le facce verticali iniziano a ruotare (deformazione di *Roll Over*).

In Fig. 4.15 (b) si osserva come lo *spostamento di primo distacco* μ_0 di un dispositivo *U-FREI* sia pari a:

$$\mu_0 = \sqrt{H^2 - h^2} = \sqrt{H^2 - (H - \eta)^2} \approx \sqrt{t_e^2 - (t_e - \eta)^2} \quad (4.54)$$

Come descritto più approfonditamente nel seguito (par. 4.3.5.2), l'abbassamento verticale η dell'isolatore, dovuto ai carichi gravitazionali (Fig. 4.15 (a)), verrà calcolato attraverso una procedura iterativa (par. 4.3.7).

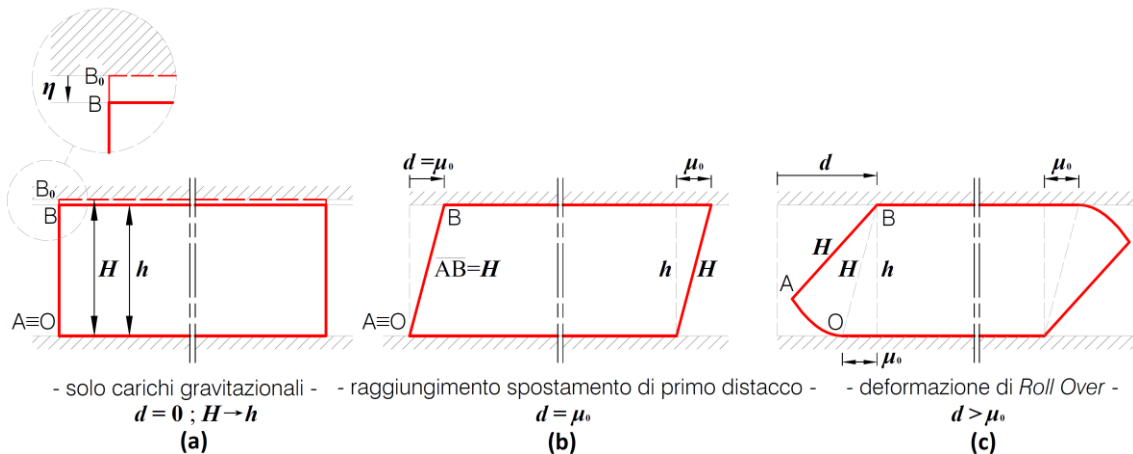


Fig. 4.15. Configurazioni deformate assunte da un dispositivo *U-FREI* soggetto a: (a) carico verticale ($d = 0$); (b) carico verticale e spostamento relativo dei piani di appoggio ($d = \mu_0$; spostamento di primo distacco); (c) carico verticale e spostamento relativo dei piani di appoggio ($d > \mu_0$). Oss.: (a) in alto: dopo l'applicazione del carico verticale l'isolatore è soggetto ad un abbassamento $\eta = H - h$.

4.3.1 Valutazione dei carichi verticali sui dispositivi

La procedura per il pre-dimensionamento degli isolatori fibro-rinforzati (*U-FREIs*) procedere inizialmente in modo analogo a quella descritta al par. 4.2 per i dispositivi tradizionali (*SREIs*); i carichi verticali agenti sui dispositivi sono stati valutati utilizzando le combinazioni delle azioni riportate al par. 4.2.1.

Analogamente, per tenere conto cautelativamente del possibile effetto sismico, incognito in fase di pre-dimensionamento, la tensione di compressione minima calcolata su un isolatore verrà ridotta del 20%, mentre la tensione di compressione massima verrà incrementata del 20%.

4.3.2 Tensioni verticali limite sui dispositivi

I dispositivi *U-FREIs* vengono semplicemente interposti tra sotto e sovrastruttura e quindi solo la presenza di una certa forza d'attrito ne evita lo *slittamento* (par. 4.3.12).

Per questa ragione, oltre ai carichi massimi agenti sugli isolatori, è necessario prestare particolare attenzione a quelli minimi.

A questo proposito, le indicazioni CNR 10018 par. 5.2.4.4 suggeriscono un valore tensionale minimo per la compressione di isolatori elastomerici (*SREIs*) privi di resistenza a trazione:

$$\sigma_{min} \geq 1,5 \text{ MPa} \quad (4.55)$$

Da prove di laboratorio compiute presso l'Università degli Studi di Udine (Gallina, 2008), si è osservato tuttavia come i dispositivi *U-FREIs*, appoggiati a superfici di

calcestruzzo, reso adeguatamente scabro, non sono soggetti a fenomeni di *slittamento* se:

$$\sigma_{min} \geq 0,375 \text{ MPa} \quad (4.56)$$

Analogamente, la sperimentazione su tali dispositivi ha evidenziato come la l'integrità della gomma è garantita se:

$$\sigma_{max(SLU)} \leq 10 \text{ MPa} \quad (4.57)$$

4.3.3 Valutazione area di base A dell'isolatore

Procedendo analogamente a quanto riportato al par. 4.2.2, l'area di sovrapposizione delle superfici di appoggio dell'isolatore, nella sua configurazione deformata, può essere stimata tenendo conto della limitazione imposta dalle espressioni (4.56) e (4.57), da cui:

$$\frac{P_{max(SLU)} [N]}{10} \leq A_r [mm^2] \leq \frac{P_{min(Sism)} [N]}{\sigma_{min}} \quad (4.58)$$

Ricorrendo nuovamente alla relazione (4.7), la superficie di base A del dispositivo è:

$$A \cong \frac{A_r}{0,6} \quad (4.59)$$

4.3.4 Scelta del periodo di isolamento T_{is}

La scelta del periodo di isolamento T_{is} è volta alla massima riduzione dell'azione sismica; tuttavia, come indicato al par. 4.2.4, gli spostamenti relativi tra sotto e sovra struttura devono essere compatibili con la salvaguardia degli elementi che attraversano il piano di isolamento ed evitare, inoltre, il *martellamento* delle costruzioni adiacenti. Per questa ragione il periodo di isolamento ottimale ricade generalmente nell'intervallo compreso tra 2 s e 3 s.

4.3.4.1 Valutazione della rigidità K_{eq} richiesta

Il raggiungimento del periodo *target* di isolamento T_{is} , richiede che ogni isolatore possenga una rigidità alla traslazione orizzontale K_{eq} non superiore a:

$$T_{is} = 2\pi \sqrt{\frac{P_{mean}/g}{K_{eq}}} \Rightarrow K_{eq} = \left(\frac{2\pi}{T_{is}}\right)^2 \cdot \frac{P_{mean}}{g} \quad (4.60)$$

Come si osserva, la rigidezza K_{eq} del singolo isolatore viene determinata sulla base del carico verticale medio P_{mean} (eq. (4.12)) atteso su un isolatore in condizione sismica.

Ipotizzando che il piano orizzontale di collegamento delle teste degli isolatori sia infinitamente rigido, la rigidezza K_{esi} alla traslazione orizzontale dell'intero sistema di isolamento è:

$$K_{esi} = \sum_{i=1}^{n^{\circ} \text{ isolatori}} K_{eq,i} \quad (4.61)$$

4.3.5 Valutazione dello spessore totale degli strati di gomma t_e

Come riportato al par. 4.2.5, l'altezza totale t_e degli strati in gomma di un dispositivo *SREI* è pari a: $t_e = \frac{G_{din} \cdot A}{K_{eq}}$ (4.15). Tale espressione è ottenuta assumendo una deformazione di puro taglio $\gamma = \frac{d}{t_e}$ (4.14) che, nel caso di un dispositivo *U-FREI*, è osservabile solo fino allo spostamento di primo distacco ($d = \mu_0$; Fig. 4.15 (b)), mentre per $d > \mu_0$ si assiste al fenomeno di *Roll Over* (Fig. 4.15 (c)). Per questa ragione, l'espressione (4.15), nel caso di dispositivi *U-FREIs*, diventa:

$$t_e = \frac{G_{din} \cdot A^*}{K_{eq}} \quad (4.62)$$

dove:

G_{din} modulo dinamico equivalente a taglio, calcolato in corrispondenza di uno spostamento orizzontale d pari all'altezza totale degli strati in gomma t_e (per miscela normale $G_{din} = 0,8 \text{ MPa}$);

A^* è la superficie di contatto "media" dell'isolatore durante la sua storia deformativa (par. 4.3.5.1).

4.3.5.1 Area di contatto A^* di un dispositivo *U-FREI* quadrato

Come noto (par. 4.2.11), la superficie di contatto minima A_{min} dell'isolatore si riferisce alla configurazione deformata assunta in corrispondenza dello spostamento di progetto (*SLC*). Tenendo conto degli effetti torsionali, in fase preliminare si ha:

$$d_2 = 1,3 d_{dc} \quad \text{spostamento di progetto lungo una direzione principale} \quad (4.63)$$

dove d_{dc} può essere calcolato attraverso l'espressione (4.30).

Poiché la direzione del sisma non è nota, per un isolatore quadrato di lato $l_{IS} = \sqrt{A}$, si assume, in accordo con la normativa (D.M. 2008 par. 7.3.5; Fig. 4.13):

$$A_{min} = [l_{IS} - (d_2 - \mu_0)] \cdot [l_{IS} - 0,3(d_2 - \mu_0)] \quad (4.64)$$

Considerando l'intera storia deformativa del dispositivo, tuttavia, utilizzare il valore minimo della superficie di contatto in fase di dimensionamento, ovvero porre $A^* = A_{min}$ nell'eq. (4.62), risulterebbe molto penalizzante; per questa ragione, la superficie di contatto A^* dell'isolatore durante la sua storia degli spostamenti viene imposta pari a:

$$A^* = \frac{A + A_{min}}{2} \quad (\text{Cescutti, 2013; Zucchiatti, 2008}) \quad (4.65)$$

4.3.5.2 Abbassamento η del dispositivo *U-FREI*

Dalle espressioni (4.54), (4.64) e (4.65), si osserva come il calcolo della superficie di contatto A^* di un dispositivo *U-FREI* richieda la valutazione preliminare dell'abbassamento η (Fig. 4.15 (a)).

A questo scopo viene utilizzata una funzione polinomiale (Cescutti, 2013) che approssima l'andamento di curve forza-spostamento derivanti da prove di compressione ciclica su dispositivi *U-FREI* in scala, con fibre quadridirezionali (di dimensione $240 \times 240 \text{ mm}$ ed altezza totale degli strati in gomma $t_e = 50 \text{ mm}$), invecchiati e non (De Poi, 2008):

$$p = -0,2568\eta_s^6 - 0,7992\eta_s^5 + 4,2456\eta_s^4 - 2,9784\eta_s^3 + 2,1744\eta_s^2 + 0,0528\eta_s \quad (4.66)$$

dove:

p [MPa] tensione di compressione agente (combinazione sismica), calcolata come media dei valori minimi registrati su tutti gli isolatori, ridotta cautelativamente del 20% per tenere conto di un possibile effetto sismico (incognito in questa fase);

η_s [mm] abbassamento del dispositivo *U-FREI* in scala.

Trascurando il contributo degli strati di tessuto in fibre, l'abbassamento η , dovuto alla compressione p di un dispositivo *U-FREI*, può essere stimato utilizzando il Teorema dei Lavori Virtuali:

$$\eta = \frac{p}{E_c} t_e \quad (4.67)$$

con

E_c modulo di compressione apparente dell'isolatore reale (par. 4.3.5.3).

Invertendo l'espressione (4.67) ed imponendo che l'isolatore in scala e quello reale (da progettare) siano soggetti allo stesso sforzo di compressione $p = p(\eta_s)$, è possibile calcolare l'abbassamento η dell'isolatore reale come:

$$\eta = \frac{E_{c,S}}{E_c} = \frac{t_e}{t_{e,S}} \quad (4.68)$$

dove:

$E_{c,S} = 480 \text{ MPa}$ modulo di comprimibilità apparente dell'isolatore in scala
(De Poi, 2008);

$t_{e,S} = 50 \text{ mm}$ altezza totale degli strati in gomma dell'isolatore in scala;

E_c modulo di comprimibilità apparente dell'isolatore reale (da progettare; par. 4.3.5.3).

Il calcolo dell'abbassamento η quindi, come indicato nell'espressione (4.68), richiede la conoscenza dell'altezza totale degli strati in gomma t_e che, tuttavia, può essere calcolata se è già noto l'abbassamento η (come si può vedere sostituendo l'eq. (4.54) nella (4.64), da inserire poi nella (4.65)): questa considerazione spiega il successivo ricorso ad una procedura iterativa per il calcolo dell'altezza totale degli strati in gomma di un dispositivo *U-FREI* (par. 4.3.7).

4.3.5.3 Modulo di comprimibilità apparente E_c

La procedura per il calcolo del modulo elastico equivalente a compressione, o *modulo di comprimibilità apparente* E_c , di un dispositivo *U-FREI* rettangolare, è stata definita scomponendo il dispositivo in più elementi (Paschini, 2007): in particolare, si considera una porzione di isolatore costituita da uno strato in gomma (spessore t_i ; lati $2a$ e $2b$) compreso tra due strati di rinforzi in fibre di carbonio bidirezionali (entrambi di spessore $t_f/2$).

Quando l'elemento viene sottoposto a compressione, la conseguente dilatazione degli strati di gomma, nel piano orizzontale, è parzialmente impedita dalla resistenza a trazione degli strati di fibre che, quindi, aumentano la rigidità assiale del dispositivo.

Facendo riferimento alla Fig. 4.16, si definiscono le seguenti grandezze:

u, v, z spostamenti assoluti della gomma lungo x, y e z rispettivamente;

u_1, v_1 spostamenti delle estremità delle fibre in direzione x e y rispettivamente.

L'andamento della pressione interna sull'elemento di riferimento (Fig. 4.16) può essere descritto attraverso la seguente espressione (Cortesia, 2007):

$$p(x, y) = \varepsilon_c \left(1 + \frac{a}{b}\right)^2 \frac{48GS_1^2}{\pi^2} \sum_{n,m=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1} \cdot (-1)^{m-1}}{\left(n - \frac{1}{2}\right) \cdot \left(m - \frac{1}{2}\right)} \frac{\cos \gamma_n x \cdot \cos \gamma_m y}{\left[(\gamma_n a)^2 + (\gamma_m a)^2 + 2(\alpha a)^2 + (\beta a)^2\right]} \quad (4.69)$$

dove:

$$\gamma_n = \left(n - \frac{1}{2}\right) \frac{\pi}{a} \quad \text{con: } n = 1, \dots, \infty; \quad (4.70)$$

$$\gamma_m = \left(m - \frac{1}{2}\right) \frac{\pi}{b} \quad \text{con: } m = 1, \dots, \infty; \quad (4.71)$$

ε_c deformazione assiale;

G rigidezza a taglio della gomma (generalmente $G = 1,0 \text{ MPa}$);

$$\alpha = \sqrt{\frac{24G}{E_f t_f t_i}} \quad \text{parametro proporzionale al rapporto tra rigidezza a taglio} \quad (4.72)$$

della gomma e rigidezza assiale delle fibre di rinforzo;

$$\beta = \sqrt{\frac{18(1-2\nu)}{(1+\nu)t_f^2}} = \sqrt{\frac{12G}{E_b t_i^2}} \quad \text{indice di comprimibilità della gomma} \quad (4.73)$$

con:

E_b modulo di comprimibilità della gomma;

ν modulo di Poisson;

E_f modulo elastico delle fibre;

t_f spessore di uno strato di tessuto in fibre (valore per tessuto in fibra quadridirezionale:

$$t_f = 0,212 \text{ mm (Zucchiatti, 2008)};$$

t_i spessore di uno strato in gomma.

Il modulo elastico equivalente di comprimibilità dell'isolatore fibro-rinforzato è, inoltre, pari a:

$$E_c = \frac{P}{A \varepsilon_c} \quad (4.74)$$

La forza di compressione P è pari all'integrale delle pressioni sull'area dell'isolatore:

$$P \cong \int_{-a}^a \int_{-b}^b p(x, y) dx dy \quad (4.75)$$

Sostituendo l'espressione (4.69) nella (4.75) ed aggiornando l'equazione (4.74), si ottiene (Cortesia, 2007):

$$E_c = \left(1 + \frac{a}{b}\right)^2 \frac{48GS_1^2}{\pi^2} \sum_{n,m=1}^{\infty} \frac{1}{\left(n - \frac{1}{2}\right)^2 \left(m - \frac{1}{2}\right)^2 [(\gamma_n a)^2 + (\gamma_m a)^2 + 2(\alpha a)^2 + (\beta a)^2]} \quad (4.76)$$

Dall'espressione (4.76) si nota come il calcolo di E_c richieda la valutazione preliminare dei termini S_1 (eq. (4.76)) e t_i (eqq. (4.72) e (4.73)), legati fra loro (eq. (4.1)), ma ancora incogniti: le 3 variabili verranno determinate attraverso la procedura iterativa (Zucchiatti, 2008; Cescutti, 2013) descritta nel seguito (par. 4.3.6).

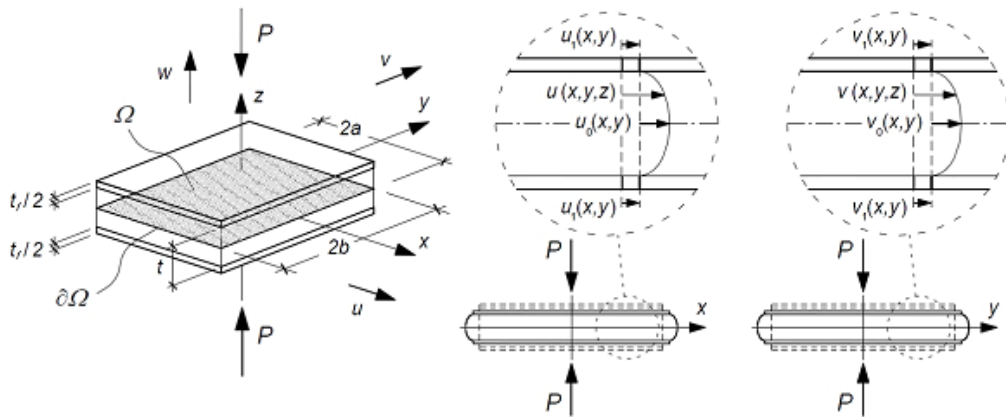


Fig. 4.16. Campo di spostamenti di un elemento in gomma rinforzato da tessuti bidirezionali in fibre di carbonio (Paschini, 2007).

4.3.6 Prima procedura iterativa (valutazione di S_1 , t_i ed E_c)

Per ridurre il numero di incognite nell'espressione (4.76), sulla base delle indicazioni normative (D.M. 2008 par. 7.10.5.2), viene adottata una prima stima di $E_c (= E_{c,I})$ tale da evitare fenomeni di *dondolamento* verticale dovuto a bassa rigidezza verticale. In prima battuta si assegneranno, inoltre, valori nulli ai parametri α e β , ovvero, si ipotizza rigidezza assiale delle fibre \gg rigidezza a taglio della gomma (da eq. (4.72)) ed incomprimibilità della gomma (da eq. (4.73)).

Per trascurare l'azione sismica verticale, un singolo isolatore deve soddisfare la seguente disequazione (D.M. 2008 par. 7.10.5.2):

$$K_v \geq 800 K_{eq} \tag{4.77}$$

dove:

$$K_v = \frac{E_c A}{t_e} \quad \text{rigidezza verticale equivalente del dispositivo } U-FREI; \tag{4.78}$$

$$K_{eq} = \frac{G_{din} A^*}{t_e} \quad \text{rigidezza traslazionale equivalente del dispositivo } U-FREI \tag{4.79}$$

da cui:

$$\frac{K_v}{K_{eq}} = \frac{A^* E_c}{A G_{din}} \tag{4.80}$$

Ponendo inizialmente $A \approx A^*$, dalle espressioni (4.77) e (4.80) si ottiene:

$$\frac{E_c}{G_{din}} \approx \frac{K_v}{K_{eq}} \geq 800 \Rightarrow E_c \rightarrow E_{c,I} (= E_{c,min}) = 800 G_{din} \tag{4.81}$$

Come premesso, in prima battuta si impone inoltre:

$$\alpha = \alpha_I = 0; \tag{4.82}$$

$$\beta = \beta_I = 0 \quad (4.83)$$

Sostituendo le espressioni (4.81), (4.82) e (4.83) nella (4.76), si osserva come l'unica incognita rimasta sia il fattore di forma primario S_1 , di cui è possibile quindi calcolare la prima stima $S_{1,I}$; dalla definizione di fattore di forma primario (eq. (4.1)) è possibile poi valutare lo spessore di uno strato in gomma $t_i (= t_{i,I}$; da eqq. (4.22) e (4.23)).

Nota la prima stima $t_{i,I}$ dello spessore di uno strato di gomma, il secondo ciclo iterativo inizierà con il calcolo dei parametri α (da eq. (4.72)) e β (da eq. (4.73)), cui inizialmente erano stati assegnati valori nulli (eq. (4.82) e (4.83)). Nota la seconda stima dei parametri $\alpha (= \alpha_{II})$ e $\beta (= \beta_{II})$, assumendo ancora $E_c = E_{c,min} = E_{c,I}$, dall'eq. (4.76) è possibile aggiornare il fattore di forma primario $S_1 (= S_1(E_{c,I}) = S_{1,II})$ e quindi lo spessore di uno strato in gomma $t_i = t_{i,II}$ (eq. (4.22)-(4.23)), con cui inizierà il terzo ciclo iterativo (calcolo in successione di: $\alpha_{III}, \beta_{III} \rightarrow S_{1,III}(E_{c,I}) \rightarrow t_{i,III}$). I cicli proseguiranno poi allo stesso modo fino alla stabilizzazione delle variabili (e.g. N -cicli iterativi):

$$\begin{aligned} \alpha_{N-1} &\cong \alpha_N = \alpha(E_{c,I}); \\ \beta_{N-1} &\cong \beta_N = \beta(E_{c,I}); \\ S_{1,N-1} &\cong S_{1,N} = S_1(E_{c,I}); \\ t_{i,N-1} &\cong t_{i,N} = t_i(E_{c,I}). \end{aligned} \quad (4.84)$$

Sostituendo i termini della (4.84) nell'eq. (4.76), è possibile stimare il valore del *modulo di comprimibilità apparente* $E_c (= E_{c,II} > E_{c,I})$, con cui la procedura iterativa potrà ricominciare fino ad ottenere nuovamente la convergenza delle variabili (e.g. N -cicli iterativi - (4.85)):

$$\begin{aligned} \alpha_{N-1} &\cong \alpha_N = \alpha(E_{c,II}); \\ \beta_{N-1} &\cong \beta_N = \beta(E_{c,II}); \\ S_{1,N-1} &\cong S_{1,N} = S_1(E_{c,II}); \\ t_{i,N-1} &\cong t_{i,N} = t_i(E_{c,II}). \end{aligned} \quad (4.85)$$

In *output* si osserverà:

$$S_1(E_{c,j}) \geq S_1(E_{c,j-1}); \quad t_i(E_{c,j}) \leq t_i(E_{c,j-1}) \quad \text{con } j = 2, \dots, n.$$

L'iterazione su E_c (eq. (4.84) \rightarrow eq. (4.85)) dovrà quindi essere interrotta una volta ottenuti valori accettabili del fattore di forma primario S_1 e dell'altezza t_i di uno strato in gomma: in particolare S_1 dovrà risultare compreso nel *range* $10 \leq S_1 \leq 20$ (par. 4.2.6).

Se $S_1 > 20$, sarà necessario modificare opportunamente l'area di base A dell'isolatore e/o, eventualmente, il periodo *target* di isolamento T_{IS} .

In Fig. 4.17 si riporta la schematizzata della procedura sopra descritta.

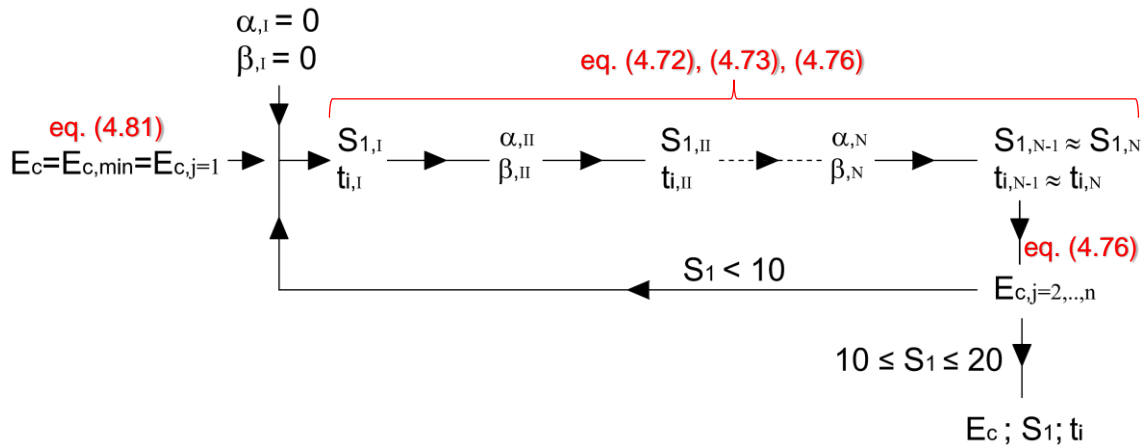


Fig. 4.17. Schematizzazione della procedura iterativa per il calcolo di E_c, S_1 e t_i .

4.3.7 Seconda procedura iterativa (valutazione μ_0, A^* e t_e per U-FREI quadrato)

Come illustrato al par. 4.3.5, l'altezza totale degli strati in gomma di un isolatore può essere calcolata con l'eq. (4.62): $t_e = \frac{G_{din} \cdot A^*}{K_{eq}}$.

Dalle espressioni (4.54), (4.64) e (4.65), tuttavia, si osserva come il calcolo della superficie di contatto A^* , necessaria a determinare t_e , richieda la conoscenza dell'abbassamento $\eta = \frac{E_c S}{E_c} = \frac{t_e}{t_{e,S}}$ (4.68), funzione di t_e . Le due variabili t_e ed A^* , reciprocamente dipendenti quindi, vengono calcolate ricorrendo ad una procedura iterativa (Zucchiatti, 2008; Cescutti, 2013), descritta nel seguito per un dispositivo U-FREI quadrato.

Come illustrato nel seguito, lo svolgimento della procedura richiederà la conoscenza preliminare del *modulo elastico apparente* E_c e, quindi, andrà eseguita successivamente alla procedura iterativa descritta al par. 4.3.6.

Imponendo inizialmente un valore nullo allo spostamento di primo distacco $\mu_0 (= \mu_{0,I} = 0)$, dall'eq. (4.64) è possibile calcolare la prima stima dell'area minima di contatto $A_{min} (= A_{min,I})$ e quindi, dall'eq. (4.65), la prima stima dell'area di contatto $A^* (= A_I^*)$.

Per un dispositivo *U-FREI* quadrato (di lato $l_{IS} = \sqrt{A}$; eq. (4.59)), si ha:

$$A_{min,I} = (l_{IS} - d_2) \cdot (l_{IS} - 0,3 d_2); \quad (4.86)$$

$$A_I^* = \frac{A + A_{min,I}}{2} \quad (4.87)$$

con:

d_2 spostamento di progetto lungo una direzione principale (eq. (4.63)).

Sostituendo le espressioni (4.86) e (4.87) nell'eq. (4.62), si ottiene la prima stima dell'altezza totale degli strati in gomma dell'isolatore $t_e (= t_{e,I})$:

$$t_{e,I} = \frac{G_{din} \cdot A_I^*}{K_{eq}} \quad (4.88)$$

con:

K_{eq} rigidità alla traslazione orizzontale di un dispositivo *U-FREI* (da eq. (4.60)).

Sostituendo l'eq. (4.88) nella (4.68), viene valutata la prima stima dell'abbassamento $\eta (= \eta_I)$ del dispositivo *U-FREI*, attraverso il quale è possibile valutare lo spostamento di primo distacco $\mu_0 (= \mu_{0,II}$; eq. (4.54)), cui inizialmente era stato assegnato valore nullo:

$$\eta_I = \frac{E_{c,S}}{E_c} = \frac{t_{e,I}}{t_{e,S}}; \quad (4.89)$$

$$\mu_{0,II} = \sqrt{t_{e,I}^2 - (t_{e,I} - \eta_I)^2} \quad (4.90)$$

dove $E_{c,S}$ e $t_{e,S}$ sono stati definiti al par. 4.3.5.2, mentre E_c può essere calcolato attraverso la procedura iterativa descritta al par. 4.3.6.

Dall'eq. (4.64) viene calcolata nuovamente l'area minima di contatto $A_{min} (= A_{min,II})$ e, quindi, l'area di contatto $A^* (= A_{II}^*$; da eq. (4.65)):

$$A_{min,II} = [l_{IS} - (d_2 - \mu_{0,II})] \cdot [l_{IS} - 0,3(d_2 - \mu_{0,II})]; \quad (4.91)$$

$$A_{II}^* = \frac{A + A_{min,II}}{2} \quad (4.92)$$

Procedendo analogamente al primo ciclo iterativo, ovvero sostituendo le espressioni (4.91) e (4.92) nella (4.62), si ottiene la nuova stima di $t_e (= t_{e,II})$:

$$t_{e,II} = \frac{G_{din} \cdot A_{II}^*}{K_{eq}} \quad (4.93)$$

Sostituendo l'eq. (4.93) nella (4.68) si valuta nuovamente l'abbassamento η ($= \eta_{II}$) e, quindi, lo spostamento di primo distacco μ_0 ($= \mu_{0,III}$; eq. (4.54)).

$$\eta_{II} = \frac{E_{c,S}}{E_c} = \frac{t_{e,II}}{t_{e,S}}; \tag{4.94}$$

$$\mu_{0,III} = \sqrt{t_{e,II}^2 - (t_{e,II} - \eta_{II})^2} \tag{4.95}$$

I cicli proseguiranno poi allo stesso modo fino alla stabilizzazione delle variabili, che assumeranno quindi i loro valori definitivi (e.g. N -cicli iterativi):

$$\begin{aligned} \mu_{0,N} &\cong \mu_{0,N+1} = \mu_0; \\ A_{N-1}^* &= A_N^* = A^*; \\ t_{e,N-1} &= t_{e,N} = t_e; \\ \eta_{N-1} &\cong \eta_N = \eta. \end{aligned} \tag{4.96}$$

La procedura iterativa sopra descritta è schematizzata in Fig. 4.18.

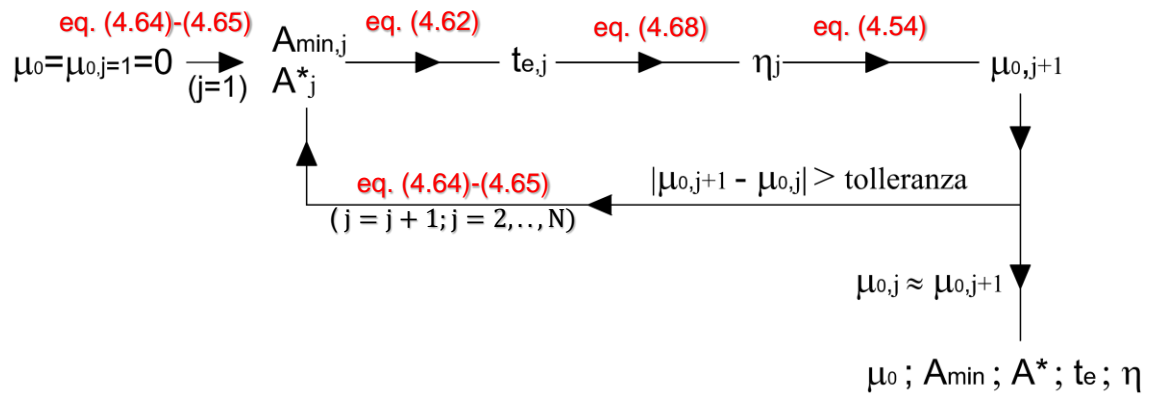


Fig. 4.18. Schematizzazione della procedura iterativa per il calcolo di μ_0, A_{min}, A^*, t_e e η .

Nota l'altezza t_i di un singolo strato in gomma (par. 4.3.6) e la loro altezza totale t_e (par. 4.3.7), vengono automaticamente determinati il numero di strati, opportunamente approssimato ad un numero intero, e l'altezza totale H del dispositivo $U-FREI$:

$$H = t_e + \text{int} \left(\frac{t_e}{t_i} - 1 \right) \cdot t_f \tag{4.97}$$

dove $t_f = 0,212 \text{ mm}$ è lo spessore di uno strato di tessuto in fibre di carbonio.

4.3.8 Validazione procedura di pre-dimensionamento

Il controllo del fattore di forma primario S_1 e della rigidezza verticale K_V del dispositivo $U-FREI$ possono essere utilizzati per verificare la corretta esecuzione della procedura di pre-dimensionamento descritta ai paragrafi 4.3.6 e 4.3.7.

In particolare deve risultare (par. 4.2.6):

- $10 \leq S_1 \leq 20$;
- $\frac{K_V}{K_H} \geq 800$ (nella configurazione deformata).

Assumendo $K_V = \frac{E_c A^*}{t_e}$ e $K_H = \frac{G_{din} A^*}{t_e}$, è possibile riformulare il secondo requisito

come:

$$E_c \geq 800 G_{din}.$$

4.3.9 Fattore di forma secondario S_2 e *Roll Out*

Le particolari caratteristiche meccaniche di un dispositivo *U-FREI* implicano la necessità di valutare l' idoneità all'uso di alcune verifiche previste per gli isolatori elastomerici convenzionali (*SREI*).

Il controllo del fattore di forma secondario ($S_2 \geq 3$; par. 4.2.8) è utile per evitare che il dispositivo *SREI* possa incorrere in problemi di *ribaltamento* (con strappo degli ancoraggi) a causa dell'eccessiva snellezza (Dolce et al., 2010).

Per quanto riguarda i dispositivi *U-FREIs*, prove cicliche a controllo di spostamento (Toopchi-Nezhad et al., 2008) hanno evidenziato come, in corrispondenza di grandi spostamenti laterali, gli isolatori con fattori di forma secondario $S_2 = 2,5$ manifestassero un comportamento stabile, al contrario degli isolatori con $S_2 = 1,9$.

In Fig. 4.19 viene riportata la risposta di un dispositivo *U-FREI* quadrato ($S_2 = 2,5$) soggetto a *test* ciclici con spostamenti imposti lungo una direzione principale: si osservano incrementi di rigidezza (i.e. della pendenza della curva) alle estremità del grafico: tale effetto è dovuto al contatto delle superfici laterali dell'isolatore con le superfici della struttura di contenimento (Fig. 4.21 (d)).

La risposta di un dispositivo *U-FREI* con $S_2 = 1,9$, soggetto ai medesimi *test* ciclici, è riportato in Fig. 4.20, dove è possibile osservare il fenomeno di *softening* alle due estremità del grafico (pendenza della curva ≤ 0 per spostamenti laterali $|d| > 75 \text{ mm}$). Tale comportamento indica un rischio reale proprio dei dispositivi *U-FREIs*: non disponendo di alcun vincolo in grado di contrastarne il possibile rotolamento (*roll on*), l'isolatore potrebbe perdere la capacità di ricentraggio e non contribuire più all'isolamento sismico della sovrastruttura (instabilità di *Roll Out*).

Il controllo del fattore di forma secondario viene quindi sostituito da due controlli: (a) controllo di *Roll Out* e (b) verifica di *stabilità euleriana*, quest'ultima da svolgere con riferimento alla superficie ridotta dell'isolatore.

In analogia con il controllo del fattore di forma secondario S_2 e sulla base di numerose prove, la verifica di *Roll Out* suggerisce il rispetto del seguente requisito geometrico (Cescutti, 2013):

$$\frac{l_{IS,min}}{h} \geq 2,1 \quad (\text{valido per deformazione a taglio massima } \gamma = 150\%) \quad (4.98)$$

dove $l_{IS,min}$ è la dimensione minore della sezione di base A dell'isolatore.

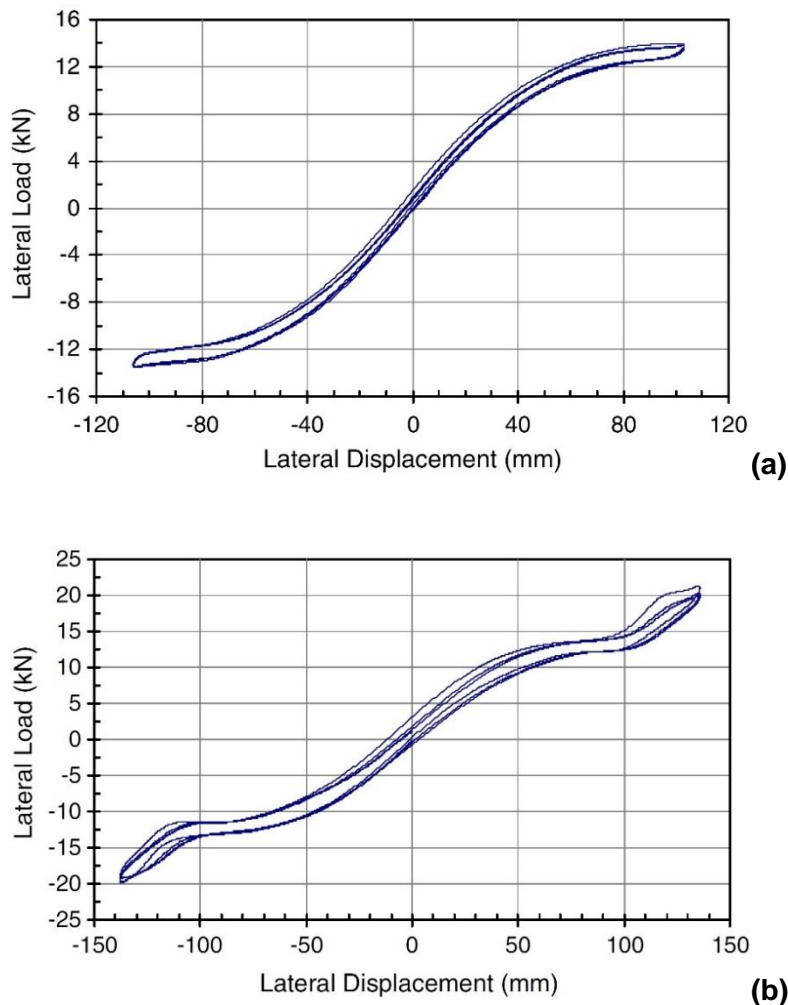


Fig. 4.19. Comportamento di un dispositivo *U-FREI* quadrato, dimensionato con $S_2 = 2,5$, soggetto a test ciclici con spostamenti imposti lungo una direzione principale: (a) $\gamma = 150\%$; (b) $\gamma = 200\%$ - Toopchi-Nezhad et al. (2008).

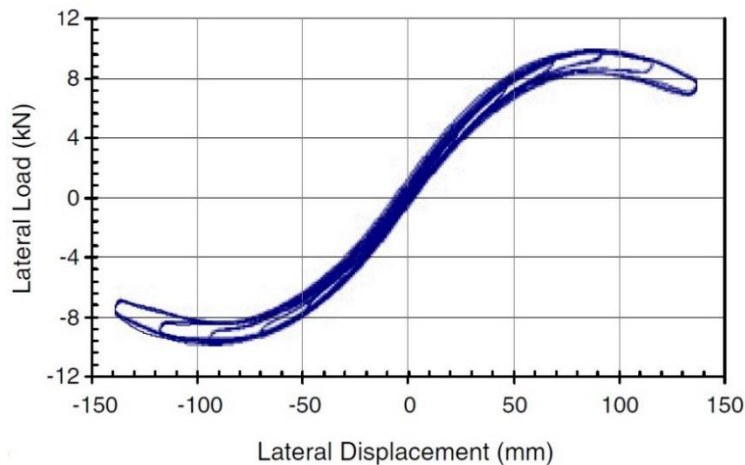


Fig. 4.20. Comportamento di un dispositivo *U-FREI* quadrato, dimensionato con $S_2 = 1,9$, soggetto a test ciclici con spostamenti imposti lungo una direzione principale ($\gamma = 25, 50, 75, 100, 125, 150\%$). - Toopchi-Nezhad et al. (2008).

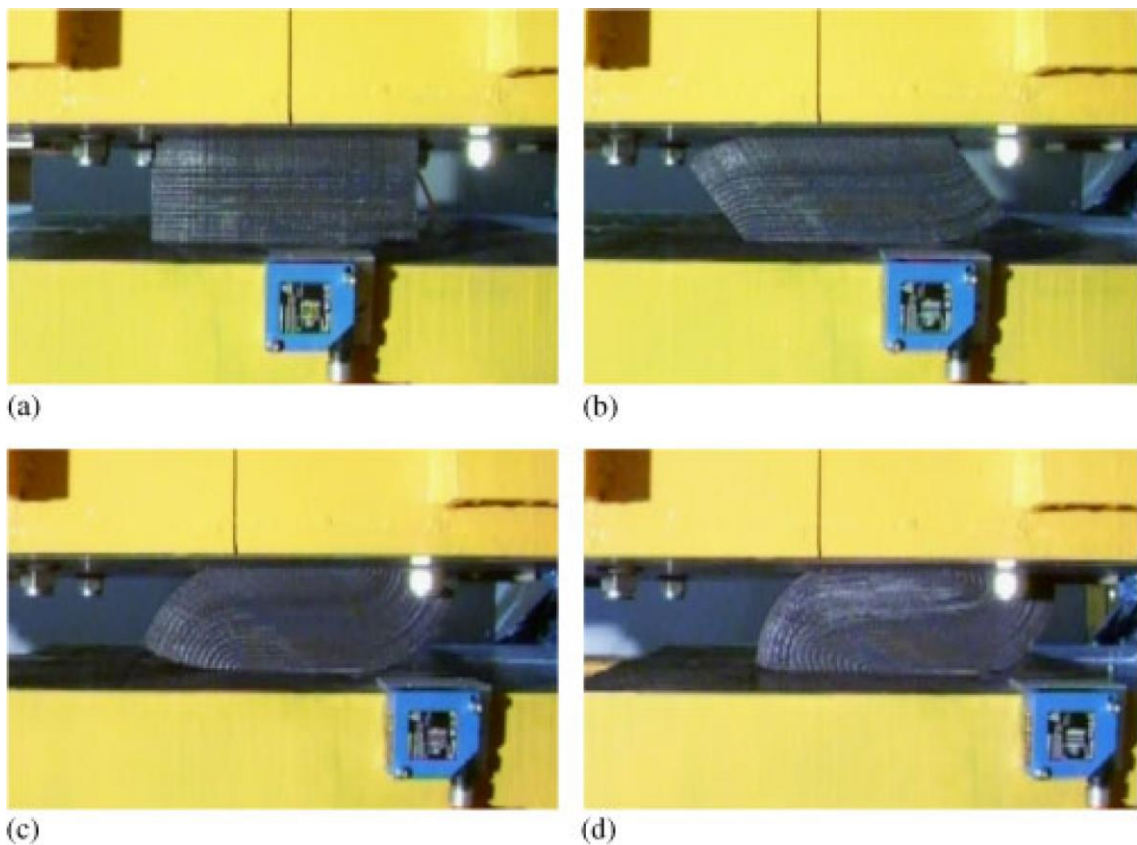


Fig. 4.21. Dispositivi *U-FREIs* ($S_2 = 2, 5$) soggetti a spostamenti laterali crescenti lungo una direzione principale: (a) $\gamma = 0\%$; (b) $\gamma = 75\%$; (c) $\gamma = 150\%$; (d) $\gamma = 200\%$. Si osserva come le superfici laterali, inizialmente verticali (a), ruotino (b)-(c) fino ad appoggiarsi (d) alle superfici della struttura di contenimento (Toopchi-Nezhad et al., 2008).

4.3.10 Valutazione del carico critico per dispositivi *U-FREIs*

Il carico critico euleriano di un dispositivo *U-FREI* può valutato attraverso l'espressione proposta da Tsai e Kelly (2005).

Tale formulazione tiene conto della flessibilità degli strati di rinforzo e, quindi, dei possibili fenomeni di *warping* (distorsione) delle sezioni orizzontali (Fig. 4.22).

Trascurando la porzione di materiale soggetta a distacco dai piani di appoggio, scarica da un punto di vista tensionale (Fig. 4.3 e Fig. 4.4), in presenza di *Roll Over*, si ha:

$$\begin{aligned} & \frac{(EI)_{eff}}{(EJ)_{eff}} \left[\frac{f_C}{A_{rid}} - \left(\frac{f_B}{A_{rid}} \right)^2 \right] \left(\frac{P_{cr}}{GA_{rid}} \right)^3 + \left\{ \frac{(EI)_{eff}}{(EJ)_{eff}} \left(\frac{C}{A_{rid}} + \frac{f_C}{A_{rid}} - 2 \frac{f_{BB}}{A_{rid}^2} \right) + \pi^2 \rho \right\} \left[1 + \right. \\ & \left. + \frac{(EI)_{eff}}{(EJ)_{eff}} \left(\frac{f_B}{A_{rid}} \right)^2 \right] \left\{ \frac{P_{cr}}{GA_{rid}} \right\}^2 + \left\{ \frac{(EI)_{eff}}{(EJ)_{eff}} \left(\frac{C}{A_{rid}} - \left(\frac{B}{A_{rid}} \right)^2 \right) + \pi^2 \rho \right\} \left[1 + \right. \\ & \left. + \frac{(EI)_{eff}}{(EJ)_{eff}} \left(2 \frac{f_{BB}}{A_{rid}^2} - \frac{f_C}{A_{rid}} \right) \right] \left\{ \frac{P_{cr}}{GA_{rid}} \right\} - \left\{ \pi^2 \rho \frac{(EI)_{eff}}{(EJ)_{eff}} \left[\frac{C}{A_{rid}} - \left(\frac{B}{A_{rid}} \right)^2 \right] + \pi^4 \rho^2 \right\} = 0 \end{aligned} \quad (4.99)$$

dove (considerando l'isolatore come una striscia rettangolare di lunghezza infinita):

$(EI)_{eff}$ è la rigidezza flessionale equivalente (valutata per 1 strato di elastomero compreso tra 2 strati di rinforzo);

$(EJ)_{eff}$ è la rigidezza di *warping* equivalente (valutata per 1 strato di elastomero compreso tra 2 strati di rinforzo);

B, C, f_B, f_C, ρ sono parametri che tengono conto delle dimensioni degli strati, del fattore di forma primario dell'isolatore, delle proprietà meccaniche dell'elastomero e degli strati di rinforzo (Tsai e Kelly, 2005).

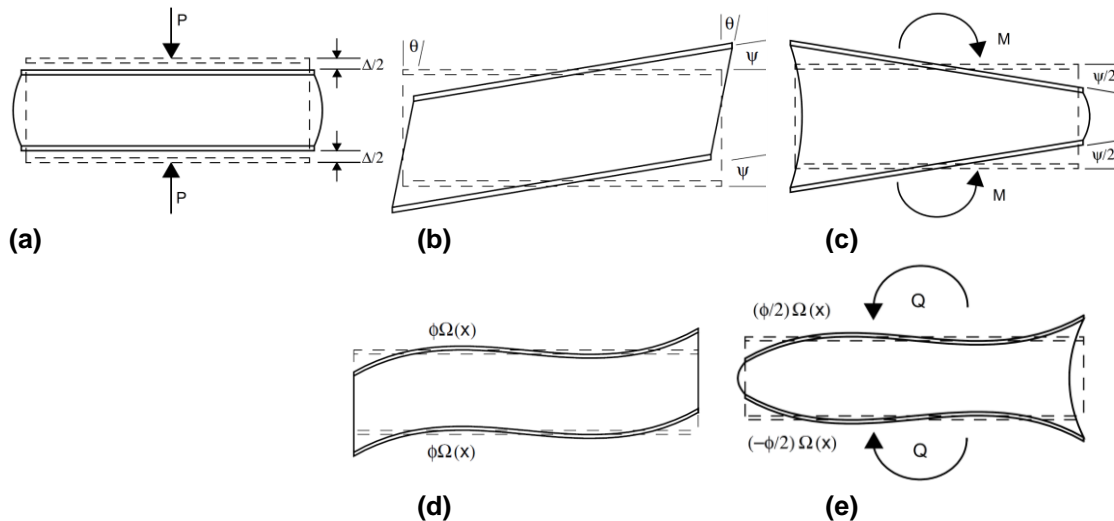


Fig. 4.22. Deformazione assunta da uno strato di gomma compresso tra 2 strati di rinforzo (flessibile) per: (a) compressione assiale; (b) puro taglio; (c) momento flettente; (d) taglio di *warping*; (e) momento di *warping* (Kelly & Tsai, 2005).

La verifica si ritiene soddisfatta se (Circ. NTC n.617 par. C11.9.7):

$$\frac{P_{cr}}{P_{max}} \geq 2,0 \quad (4.100)$$

4.3.11 Verifica deformazione massima a taglio

Con riferimento alle indicazioni normative (Circ. NTC n.617 par. C11.9.7), si impone il seguente limite alla deformazione massima a taglio dell'elastomero ($\gamma_s + \gamma_c$) di un dispositivo *U-FREI*:

$$(\gamma_s + \gamma_c) \leq \gamma_{s,max} = \min\left(\frac{\gamma^*}{1,5}; 2,0\right) \quad (4.101)$$

dove:

$$\gamma_s = \frac{\mu_0}{(t_e - \eta)} \quad \text{deformazione a taglio dell'elastomero per lo spostamento di progetto } d_2 \quad (\text{eq. (4.63)});$$

μ_0 spostamento di primo distacco (eq. (4.54));

η abbassamento dell'isolatore dovuto ai carichi gravitazionali (eq. (4.67));

$$\gamma_c = 1,5 P_{\max(sism)} / (S_1 G_{din} A^*) \quad \text{deformazione a taglio dell'elastomero} \quad (4.102)$$

dovuta a compressione;

$P_{\max(sism)}$ forza di compressione massima agente su un isolatore in condizione sismica (par. 4.3.1);

γ^* valore massimo della deformazione a taglio raggiunto nelle prove di qualificazione relative all'efficacia dell'aderenza elastomero-acciaio (tessuto in fibre per *U-FREIs*), senza segni di rottura.

Assumendo $\gamma^* = 2,5$ (Cescutti, 2013; Zucchiatti, 2008), il limite dell'eq. (4.101) diventa:

$$\gamma_{s,max} = 1,667 \quad (4.103)$$

4.3.12 Verifica a slittamento

Come già premesso al par. 4.3.2, per evitare lo slittamento dei dispositivi *U-FREIs* rispetto alle superfici di appoggio, è necessario verificare che la tensione minima di compressione nell'isolatore (in condizioni sismiche) sia superiore al limite indicato.

In particolare, da prove sperimentali su *U-FREIs* in scala (Gallina, 2008), si è osservato come nel caso i dispositivi vengano posizionati tra piani di calcestruzzo adeguatamente irruvidito (coeff. di attrito statico: $\mu = 0,93$), deve risultare:

$$\sigma_{min}^* = \frac{N_{\min(sism)}}{A^*} \geq 0,375 \text{ MPa} \quad (4.104)$$

dove σ_{min}^* è la tensione minima di compressione agente sull'isolatore in condizioni sismiche (par. 4.3.1) e viene quindi calcolata rispetto all'area di contatto A^* .

4.3.13 Legame $F_H - d$ non lineare

Il comportamento di un dispositivo *U-FREI* soggetto a cicli di carico/scarico in direzione trasversale (i.e. orizzontale), può essere modellato attraverso un legame bilineare con legge di *incrudimento cinematico* (i.e. traslazione rigida del dominio elastico nello spazio delle tensioni).

Per definire i parametri del legame elasto-incrudente di un dispositivo *U-FREI* quadrato di dimensioni qualsiasi, sono stati utilizzati i risultati di *test* su dispositivi in scala (Zucchiatti, 2008; Cescutti, 2013).

In analogia a quanto svolto per i dispositivi *SREI*s (par. 4.2.14), si è ipotizzato che, se lo spostamento orizzontale d dell'isolatore varia linearmente con l'altezza totale t_e degli strati in gomma, allora la forza F_H da applicare per ottenere tale spostamento varierà linearmente con la variazione dell'area di contatto A^* : il dispositivo progettato e quello in scala possono allora essere messi in relazione attraverso il *fattore di trasformazione delle forze* n ed il *fattore di trasformazione degli spostamenti* m :

$$A^* = n A_S^*; \quad (4.105)$$

$$t_e = m t_{e,S} \quad (4.106)$$

dove il pedice "S" attribuisce la grandezza all'isolatore in scala (i.e. A_S^* e $t_{e,S}$ sono l'area di contatto e l'altezza totale degli strati in gomma del dispositivo *U-FREI* in scala).

Utilizzando le eqq. (4.79), (4.105) e (4.106), è possibile esprimere la rigidezza laterale equivalente (secante) K_{eq} del dispositivo *U-FREI* progettato in funzione di quella dell'isolatore in scala $K_{eq,S}$:

$$K_{eq} = \frac{G_{din} A^*}{t_e} = \frac{G_{din} (n A_S^*)}{m t_{e,S}} = r \left(\frac{n}{m} \right) K_{eq,S} \quad (G_{din} \text{ per } \gamma = 100\%) \quad (4.107)$$

dove $r = \left(\frac{G_{din}}{G_{din,S}} \right)$.

Analogamente, dalla definizione di rigidezza equivalente e dalle eqq. (4.105), (4.106) e (4.107), per una deformazione $\gamma = 100\%$ (i.e. $d_2 \approx t_e$), si ha:

$$F_2 = K_{eq} d_2 = r \left(\frac{n}{m} \right) K_{eq,S} m t_{e,S} = r n K_{eq,S} d_{2,S} = r n F_{2,S} \quad (4.108)$$

dove $F_{2,S}$ è la forza che ha indotto lo spostamento massimo $d_{2,S}$ nell'isolatore in scala ($\gamma_S = 100\%$).

Per definire le relazioni che intercorrono tra i punti di snervamento (i.e. passaggio dal ramo elastico a quello incrudente) al variare della dimensione dell'isolatore, vengono identificati due punti caratteristici nel grafico che descrive il legame $F_H - d$:

$$d_{el} = \frac{d_{2(III \text{ ciclo})}}{20} = \text{da eq. (4.106)} = \frac{m d_{2,S(III \text{ ciclo})}}{20} = m d_{el,S} \quad \text{ramo elastico;} \quad (4.109)$$

$$d_3 = \frac{d_{2(III \text{ ciclo})}}{4} = \text{da eq. (4.106)} = \frac{m d_{2,S(III \text{ ciclo})}}{4} = m d_{3,S} \quad \text{ramo incrudente.} \quad (4.110)$$

dove, sulla base delle indicazioni normative (D.M. 2008 par. 11.9.7):

$d_{2(III \text{ ciclo})}$ spostamento massimo dell'isolatore registrato al terzo ciclo di carico ($\gamma \approx 100\%$).

Indicando con:

$$K_{1,S} = \frac{F_{el,S}}{d_{el,S}} \quad \text{rigidezza del ramo elastico per l'isolatore in scala;} \quad (4.111)$$

$$K_{2,S} = \frac{F_{3,S}}{d_{3,S}} \quad \text{rigidezza del ramo incrudente per l'isolatore in scala;} \quad (4.112)$$

$$F_{el,S} \quad \text{forza che induce lo spostamento } d_{el,S} = \frac{d_{2,S(III \text{ ciclo})}}{20} \quad \text{nell'isolatore in scala;}$$

$$F_{3,S} \quad \text{forza che induce lo spostamento } d_{3,S} = \frac{d_{2,S(III \text{ ciclo})}}{4} \quad \text{nell'isolatore in scala,}$$

lo spostamento d_1 e la forza F_1 in corrispondenza del punto di snervamento, per il dispositivo *U-FREI* progettato, sono:

$$d_{1,S} = \frac{F_{3,S} - K_{2,S}}{K_{1,S} - K_{2,S}} \Rightarrow \text{per analogia con le eq. (4.109) e (4.110): } d_1 = m d_{1,S}; \quad (4.113)$$

$$F_1 = r n F_{1,S} \quad (4.114)$$

4.3.14 Legame $\sigma - \eta$ non lineare

La definizione del legame forza-spostamento in direzione assiale per un dispositivo *U-FREI* prevede l'utilizzo dei risultati di *test* su dispositivi in scala (Zucchiatti, 2008; Cescutti, 2013).

Dall'eq. (4.74) si ottiene:

$$\varepsilon_c = \frac{P}{A E_c} \Rightarrow \eta = \frac{P}{t_e E_c} \quad \text{abbassamento dell'isolatore per compressione.} \quad (4.115)$$

Imponendo che l'isolatore in scala e quello progettato siano soggetti alla stessa tensione di compressione σ , è possibile valutare l'abbassamento η del dispositivo in funzione dell'abbassamento η_s registrato per il provino in laboratorio:

$$\sigma = \eta \frac{t_e E_c}{A} \Rightarrow \eta_s \frac{t_{e,S} E_{c,S}}{A_s} = \eta \frac{t_e E_c}{A} \Rightarrow \eta = \eta_s \left(\frac{t_{e,S}}{t_e} \right) \left(\frac{E_{c,S}}{E_c} \right) \left(\frac{A}{A_s} \right) \quad (4.116)$$

dove:

$E_{c,s} = 480 \text{ N/mm}$ modulo di comprimibilità apparente dell'isolatore in scala;

$t_{e,s} = 50 \text{ mm}$ altezza totale degli strati in gomma dell'isolatore in scala;

$A_s = 57.600 \text{ mm}^2$ area di base dell'isolatore in scala.

Il legame stress ($\sigma_{c,s} > 0$ se compressione) – abbassamento verticale (η_s) del dispositivo *U-FREI* soggetto a prove di laboratorio (Gallina, 2008) è illustrato in Fig. 4.23.

Sulla base del comportamento osservato nei dispositivi in scala, quindi, è possibile stimare il comportamento assiale di un dispositivo *U-FREI* generico (i.e. definire la curva $\sigma - \eta$ per il dispositivo progettato); la rigidezza assiale equivalente può quindi essere stimata calcolando l'inclinazione della retta che interseca la curva $\sigma - \eta$ nel punto corrispondente alla tensione di compressione media nei dispositivi.

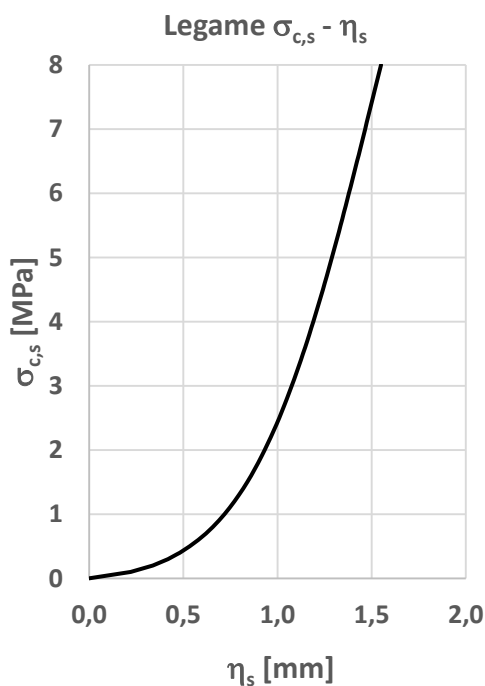


Fig. 4.23. Legame *stress* ($\sigma_{c,s} > 0$ se compressione) – *abbassamento* (η_s) per il dispositivo *U-FREI* soggetto a prove di laboratorio (Gallina, 2008).

5 Caso di studio

Come confermato dai recenti e drammatici eventi nella regione dello *Yunnan*, in Cina (agosto 2014; Fig. 5.1), Nepal (aprile 2015) ed al confine tra Afghanistan e Pakistan (ottobre 2015), le popolazioni che, a causa di un sisma, pagano il maggiore tributo in termine di vite umane, sono quelle dei Paesi in via di sviluppo ed in particolare gli abitanti delle aree più povere.

La maggiore economicità dei dispositivi *U-FREIs* rispetto ai convenzionali isolatori elastomerici (*SREIs*) ed a quelli pendolari ad attrito (*FPS*; par. 2.2.1), potrebbe ampliare il bacino d'utenza in grado di accedere a tale tecnologia.

Ad esclusione dei casi in cui la risposta sismica locale non ne consente l'utilizzo (come ad esempio nella valle di *Kathmandu* (Nepal), caratterizzata da periodi di oscillazione compresi tra 1 e 2 s; Acharya, 2015), l'isolamento garantisce alti livelli di sicurezza anche nelle regioni dotate di minori risorse economiche (Kelly, 2002).

Anche in quest'ottica, si è voluta valutare l'efficacia dei dispositivi *U-FREIs* per l'isolamento alla base di edifici in muratura di medio-piccole dimensioni.



Fig. 5.1. Macerie della città di *Longtoushan*, distrutta dal sisma dell'agosto 2014 (Provincia dello *Yunnan*, Cina); foto di *Andy Wong/AP*.

Tale tipologia, caratterizzata da periodi fondamentali di vibrazione che rientrano nell'intervallo proprio del sisma, appare particolarmente diffusa in Italia, dove spesso, inoltre, assume significativo valore storico, architettonico e culturale, meritevole di particolare tutela.

Il caso studio è stato quindi scelto allo scopo di approfondire la conoscenza e favorire lo sviluppo di una tecnologia che, in Italia, dove sono circa 300 gli edifici dotati di isolamento sismico (Fig. 5.2), potrebbe trovare una ancora maggiore diffusione, sia per edifici residenziali nuovi, sia per edifici esistenti di importanza storico-artistico-culturale.

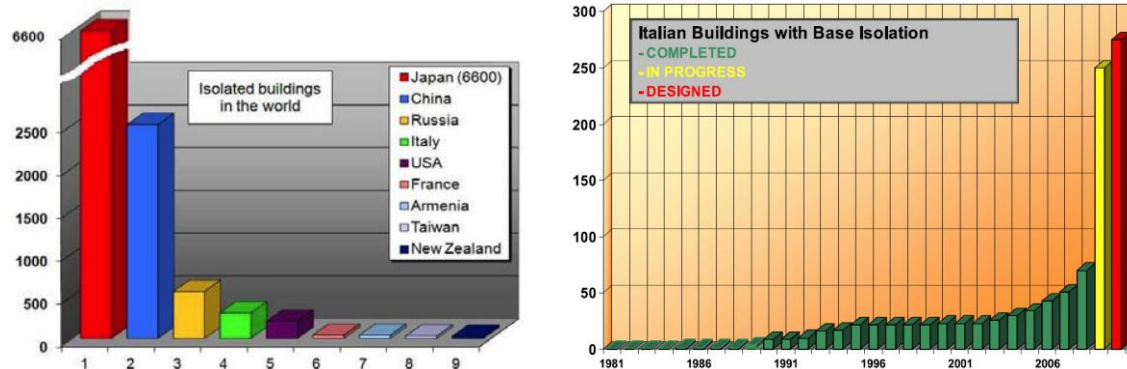


Fig. 5.2. Applicazione dell'isolamento sismico fino al 2009: (sinistra) nel mondo; (destra) in Italia (Martelli et al., 2012).

Contrariamente a quanto possa apparire, la scelta di studiare edifici più piccoli non riduce implicitamente il problema ingegneristico: le modeste masse in gioco, infatti, vincolano il dimensionamento dei dispositivi elastomerici (al contrario dei dispositivi FPS, ad esempio) e, di conseguenza, pongono un limite superiore al periodo di isolamento raggiungibile dal sistema, a discapito della sua efficacia (par. 2.2).

Per comprendere velocemente le problematiche connesse al dimensionamento di isolatori elastomerici per edifici di piccola dimensione, è possibile, ipotizzando rigidità infinita della sovrastruttura, schematizzare il comportamento del sistema isolato con quello di un pendolo semplice (1 *gdl*), il cui periodo proprio di oscillazione è pari a:

$$T_1 \approx 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \tag{5.1}$$

dove:

m massa della sovrastruttura;

k rigidità laterale equivalente del sistema di isolamento.

Dall'eq. (5.1) si comprende come il raggiungimento del convenzionale periodo di isolamento $T_{IS}(= T_1) = 2 \div 3 \text{ s}$ (par. 4.2.4 e par. 4.3.4), nel caso di un edificio di piccola mole (i.e. modeste masse portate *m*), richiede una rigidità laterale *k* particolarmente piccola.

Invertendo le eqq. (4.15) e (4.62), la rigidezza laterale equivalente K_{eq} di un isolatore elastomerico risulta pari a:

$$SREI: K_{eq} = \frac{G_{din} \cdot A}{t_e}; \quad U-FREI: K_{eq} = \frac{G_{din} \cdot A^*}{t_e} \quad (5.2)$$

L'eq. (5.2) evidenzia come la rigidezza laterale del sistema di isolamento $K_{esi}(= \sum_n K_{eq,n})$ dipenda dalle caratteristiche meccaniche e geometriche dei singoli dispositivi elastomerici: per ridurre la rigidezza K_{eq} è possibile utilizzare una mescola più morbida (i.e. ridurre il modulo G_{din}), diminuire l'area di base A (area di contatto A^* se dispositivo *U-FREI*) ed aumentare l'altezza totale t_e , ma sempre garantendo che le diverse verifiche previste (*SREIs*: par. 4.2; *U-FREIs*: par. 4.3) siano soddisfatte. In questo senso, con particolare riferimento ai dispositivi *U-FREIs*, la riduzione della rigidezza K_{eq} potrebbe ad esempio incontrare le seguenti problematiche:

- riduzione eccessiva dell'area di base A : *danneggiamento della gomma* (par. 4.3.2);
- incremento eccessivo dell'altezza t_e (i.e. snellezza eccessiva): *instabilità euleriana* (par. 4.3.10) e/o per *Roll Out* (par. 4.3.9);
- accettabile snellezza grazie all'incremento simultaneo di t_e ed A , ma eccessivo incremento dell'area di base A (e quindi dell'area di contatto A^*) rispetto ai carichi verticali agenti: *slittamento* (par. 4.3.12).

L'edificio considerato in questo studio è il seicentesco Oratorio di San Nicolò di Villa Lippomano, realizzato a San Vendemiano, sul colle trevigiano di Monticella (comune di Conegliano - TV).

Di dimensioni contenute, ma significativo valore storico, l'edificio dispone già, come descritto al par. 4.1.1, di un progetto per la posa di dispositivi *U-FREIs* alla base, realizzato nel corso di altra tesi di dottorato (Moussalli, 2014).

Come verrà descritto più approfonditamente al par. 5.3, si tratta di una costruzione in muratura con tetto in legno, costituita dall'unione di un volume prismatico a *sud* (zona di ingresso) ed uno cilindrico a *nord* (cappella gentilizia).

Per comprendere con maggiore cognizione le peculiarità dell'edificio considerato ed i principi che hanno governato la modellazione dello stesso, vengono di seguito richiamate alcune caratteristiche della risposta sismica degli edifici in muratura.

5.1 Comportamento sismico degli edifici in muratura

Durante un evento sismico, un edificio in muratura esibisce una diversa duttilità a seconda del tipo e dalla sequenza dei meccanismi di danno coinvolti: l'assenza di

efficace ammorsamento tra le pareti ortogonali e tra le pareti ed i solai, ad esempio, impedisce di sfruttare al meglio la capacità resistente dei diversi elementi, che, di conseguenza, risponderanno in maniera indipendente (Fig. 5.3 (a)). In tale condizione, la scarsa capacità resistente di una singola parete al ribaltamento fuoripiano potrebbe implicare il collasso dell'edificio.

L'osservazione post-sisma del danneggiamento subito da diverse tipologie di edifici in muratura ha permesso di dividere i meccanismi di danno in due grandi categorie (Giuffrè, 1993):

- *meccanismi di primo modo*: danneggiamento della muratura dovuto alla formazione di cinematismi di collasso di tipo *rocking* (rigido) o flessionale (comportamento fuori piano delle pareti - Fig. 5.3 (a) e Fig. 5.4);
- *meccanismi di secondo modo*: danneggiamento dei pannelli murari nel proprio piano, per taglio, scorrimento o flessione (Fig. 5.5).

Per evitare il pericoloso meccanismo di primo modo, che, come già accennato, potrebbe innescare l'improvviso collasso dell'edificio, i codici normativi orientano il progetto delle strutture in muratura al conseguimento del cosiddetto "*comportamento scatolare*" (Fig. 5.3 (c)). Tale requisito è tuttavia raramente riprodotto dagli edifici storici che, al contrario, necessitano sovente di interventi per la riabilitazione dei solai, la realizzazione di cordoli, l'incatenamento delle pareti, il miglioramento degli ammorsamenti.

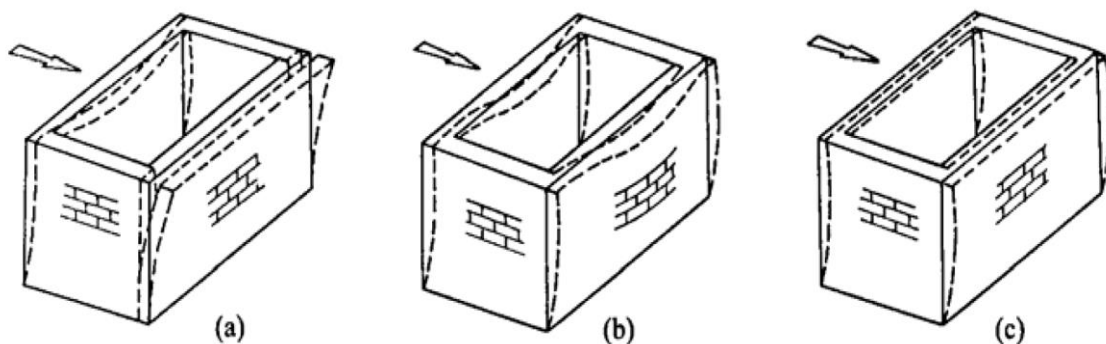


Fig. 5.3. Schematizzazione della risposta sismica di un edificio in muratura in funzione del grado di vincolo tra le pareti ortogonali e della rigidità degli orizzontamenti nel proprio piano: (a) pareti non ammorsate; (b) pareti ammorsate e solaio flessibile; (c) pareti ammorsate e solaio rigido (Macchi & Magenes, 2002).

L'importanza del controllo della duttilità globale, in particolare per gli edifici storici, rende quindi poco significativi i risultati ottenuti da schematizzazioni semplificate che, generalmente, ipotizzano il comportamento rigido degli orizzontamenti (nel loro piano) ed un efficace mutuo collegamento tra muri portanti, muri di controventamento e solai (e.g. *metodo POR*). A questo proposito, la normativa vigente indica come, per le

costruzioni in muratura ordinaria (D.M. 2008 par. 7.8.2), nel caso in cui le aperture praticate nei muri non siano allineate verticalmente “*deve essere prestata particolare attenzione sia alla definizione di un adeguato modello strutturale sia nelle verifiche*”, e pone successivamente in rilievo come “*in assenza di valutazioni più accurate, si prendono in considerazione nel modello strutturale e nelle verifiche esclusivamente le porzioni di muro che presentino continuità verticale dal piano oggetto di verifica fino alle fondazioni*”.

Si evidenzia quindi come la scelta del tipo di modellazione e l'accuratezza della stessa debba avvenire in funzione dell'obiettivo dell'analisi e delle caratteristiche della struttura. Sulla base delle considerazioni sopra esposte, la valutazione delle vulnerabilità sismica degli edifici storici in muratura, in particolare se caratterizzati da geometria irregolare, suggerisce l'utilizzo di modelli globali e tridimensionali, possibilmente in grado di cogliere l'evoluzione del danneggiamento strutturale.



Fig. 5.4. Ribaltamento semplice di parete (Milano et al., 2011).

5.2 Comportamento meccanico della muratura

Ipotizzando il comportamento scatolare dell'edificio, ovvero trascurando le azioni ortogonali alle pareti, che risulteranno perciò soggette solo a carichi orizzontali e verticali agenti nel piano medio, è possibile identificare 3 meccanismi di danneggiamento principali, ovvero:

- rottura per *flessione/ribaltamento* (Fig. 5.5 (a)): tipica dei pannelli snelli, può essere identificata dalla presenza di fessurazione alla base (zona tesa);
- rottura per *scorrimento* (Fig. 5.5 (b)): dovuto alla poca resistenza a taglio dei giunti di malta, evidenzia un piano di scorrimento orizzontale alla base, in corrispondenza dei letti di malta;
- rottura per *taglio* (Fig. 5.5 (c)): tipica dei pannelli tozzi, la rottura inizia nella zona centrale della parete per poi estendersi diagonalmente verso gli angoli.

Il raggiungimento di condizioni limite di taglio, trazione e compressione nei blocchi o nel legante, genera la rottura locale del pannello murario; l'osservazione dello stato fessurativo permette spesso di distinguere il regime tensionale causa del danneggiamento:

- se la malta si trova in regime di compressione triassiale, il mattone sarà sottoposto a trazione bilaterale e compressione assiale e, di conseguenza, si osserverà una fessurazione parallela alla direzione del carico esterno;
- se agiscono compressioni normali ai letti malta, o trazioni parallele, la rottura può avvenire sia per raggiungimento della resistenza limite di trazione nel mattone che per distacco dei mattoni dalla malta (in quest'ultimo caso potrebbe osservarsi una fessurazione "a gradini").

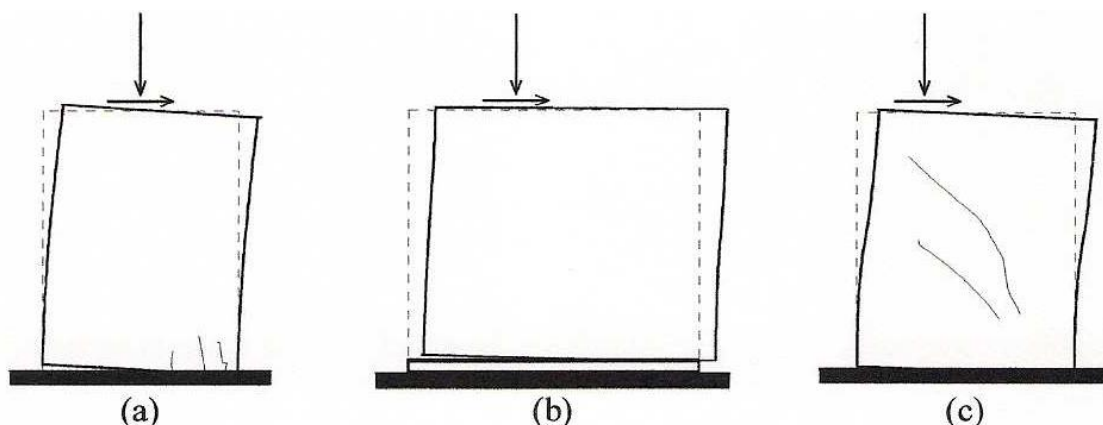


Fig. 5.5. Meccanismi di rottura del pannello murario soggetto ad azioni agenti nel piano: (a) flessione/ribaltamento; (b) scorrimento; (c) taglio .

Per i materiali compositi, come la muratura, la descrizione del comportamento del materiale può avvenire utilizzando modelli *discreti* (o “*micro-models*”), nei quali le caratteristiche geometriche e meccaniche dei singoli costituenti vengono descritte esplicitamente, oppure *continui* (“*macro-models*”), in cui il materiale è trattato come un continuo omogeneo dotato di opportune proprietà medie che permettono di descriverne il comportamento macroscopico.

Nel caso in esame, l’analisi è volta a valutare al meglio l’efficacia dei dispositivi *FREIs* per l’isolamento sismico alla base: si è scelto quindi di utilizzare una modellazione continua, che permette di studiare il comportamento globale della struttura (a base fissa e isolata) senza eccessivi costi computazionali.

Il comportamento meccanico del “*materiale muratura*”, trattato come un continuo, omogeneo e macroscopicamente equivalente al materiale composito, presenta le seguenti caratteristiche:

- *disomogeneità*: dovuta al diverso comportamento meccanico degli elementi costituenti (mattoni e giunti di malta);
- *anisotropia*: dovuta alla diversa disposizione, proporzione e forma degli elementi resistenti;
- *asimmetria*: dovuta alla scarsa resistenza agli sforzi di trazione rispetto all’elevata resistenza a compressione;
- prevalente *non linearità del legame sforzi-deformazioni* (Fig. 5.6): dovuta essenzialmente alle diverse caratteristiche sopraelencate.

In Fig. 5.6 si evidenzia il comportamento di un pannello murario, in mattoni pieni, soggetto ad azione ciclica applicata in direzione orizzontale: (a) parallela al piano (rottura per taglio); (b) ortogonale al piano (collasso per ribaltamento).

Per entrambe le modalità di rottura, l’involuppo dei cicli di carico evidenzia un breve tratto lineare iniziale, cui fa seguito il degrado della rigidità (i.e. decremento dell’inclinazione della curva) a causa della scarsa resistenza a trazione dei giunti di malta ed alla progressiva plasticizzazione delle sezioni.

Il pannello evidenzia cicli di isteresi più ampi (i.e. maggiore dissipazione energetica) quando soggetto a taglio nel proprio piano; si osserva inoltre come, a causa della scarsa resistenza a trazione dei giunti di malta, le sollecitazioni di taglio generino la progressiva disarticolazione del pannello e, di conseguenza, la diminuzione della forza da applicare per generare spostamenti crescenti (*softening*).

La resistenza a taglio risulta inoltre influenzata, attraverso l’attrito, dalla compressione agente normalmente ai giunti di malta.

Da un punto di vista normativo, la muratura viene classificata in base ad alcune proprietà fondamentali, da definire mediante prove di laboratorio (D.M. 2008 par. 4.5.3 e par. 11.10.5):

- resistenza caratteristica a compressione f_k ;
- resistenza caratteristica a taglio in assenza di sforzo normale f_{vk0} ;
- modulo di elasticità normale (secante) E ;
- modulo di elasticità tangenziale secante G .

Per costruzioni esistenti, in assenza di prove sperimentali, la normativa fornisce i parametri meccanici della muratura a seconda della sua tipologia (Circ. NTC n.617, 2009 Tab. C8A.2.1): i valori indicati dovranno essere assunti in funzione del livello di conoscenza (LC) acquisitivo per l'edificio in esame ed, in funzione di questo, eventualmente ridotti attraverso i relativi *Fattori di Confidenza* (Circ. NTC n.617 par. C8A.1.A.4).

Le indagini eseguite in occasione del restauro conservativo dell'Oratorio di Villa Lippomano si sono limitate all'analisi delle finiture (Moussalli, 2014); non disponendo di maggiori informazioni sulle reali caratteristiche meccaniche della muratura e solo di una limitata conoscenza dei dettagli costruttivi (e.g. copertura), il livello di conoscenza acquisito rientra nella categoria $LC1$, che la normativa suggerisce di studiare in campo lineare (mediante analisi statiche o dinamiche); tale indicazione impone il ricorso a strumenti convenzionali che forniscono risultati estremamente cautelativi, come richiesto dalla comune pratica progettuale; tuttavia, in funzione degli obiettivi del presente studio, già descritti in precedenza, si è scelto di realizzare una modellazione continua con elementi finiti in grado di descrivere il comportamento non lineare del materiale (par. 5.4.3).

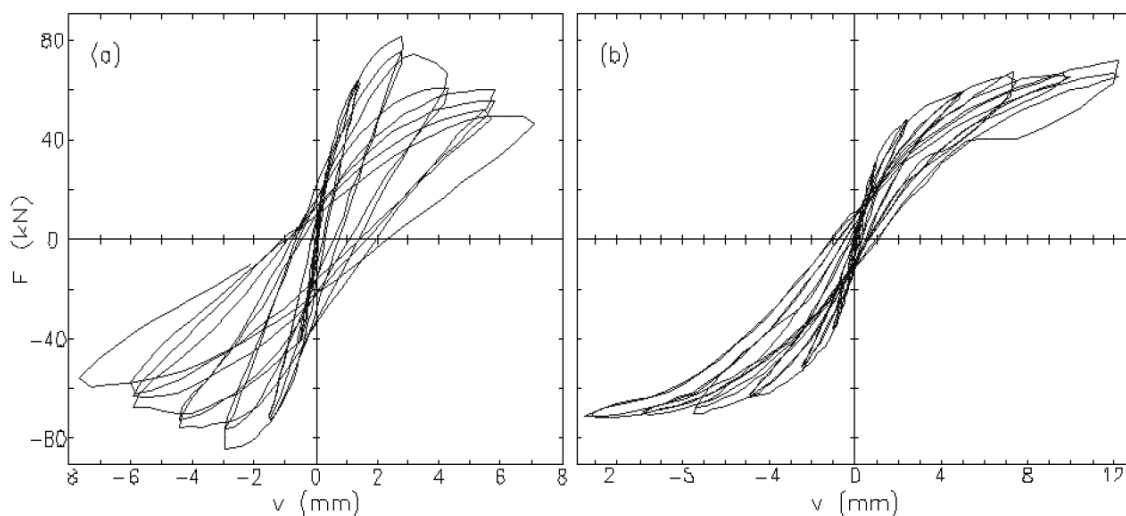


Fig. 5.6. Curve forza-spostamento per: (a) rottura a taglio; (b) ribaltamento (Anthoine et al., 1995).

5.2.1 Modelli elasto-plastici per la muratura

La sperimentazione ha evidenziato come, in generale, i materiali solidi manifestino un comportamento *elasto-plastico*, osservabile quando la tensione supera, già per intervalli di tempo brevi, determinati livelli tipici del materiale stesso.

Poiché in una modellazione continua del materiale si cerca di descriverne il comportamento attraverso un unico criterio, viene fatto riferimento alla *teoria tecnica della plasticità*, che si rivolge alla definizione di un legame costitutivo “*incrementale*” (necessario perché ad uno stesso valore di deformazione possono corrispondere diversi stati tensionali) in grado di riprodurre i principali caratteri del fenomeno osservato macroscopicamente.

Il fenomeno *elasto-plastico* è caratterizzato in generale dalle seguenti proprietà:

- scarico elastico;
- insorgere di deformazioni permanenti (plastiche);
- indipendenza dalla velocità di applicazione dei carichi;
- effetto *Bauschinger* (traslazione della superficie di snervamento se legame incrudente cinematico).

Vista la complessità dei fenomeni descritti in precedenza, la descrizione del comportamento del materiale avverrà, in modo semplificato, assumendo che si comporti isotropicamente (per il caso in esame tale scelta appare confortata dal notevole spessore dei paramenti murari).

Per un corpo isotropico, il dominio elastico (istantaneo) del materiale può essere definita, in funzione delle tensioni principali $(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)$, come:

$$f(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, k_1, \dots, k_n) \leq 0 \quad (5.3)$$

dove le variabili interne k_h (con $h = 1, \dots, n$) sono legate alle n -specifiche proprietà del materiale (i.e. controllano le modifiche del dominio elastico indotte dalla plasticizzazione).

Ponendo $f = 0$, l’eq. (5.3) definisce, come si osserva in Fig. 5.7, , una superficie geometrica nello spazio delle tensioni (*superficie di snervamento istantanea*), all’interno della quale il comportamento del materiale è elastico ($f < 0$).

Nel caso in cui il comportamento del materiale sia elastico – perfettamente plastico, il dominio elastico è fisso nello spazio delle tensioni e la funzione di plasticità f

(eventualmente più di una) è indipendente dalle variabili interne; in caso di incrudimento (*hardening*), la funzione di plasticità dipenderà invece da una o più variabili interne.

Riferendosi al caso uniassiale, per maggiore semplicità, il dominio elastico istantaneo può essere definito in modo equivalente all'eq. (5.3) come:

$$\begin{bmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} \sigma - \begin{bmatrix} \bar{\sigma}_{01} \\ \bar{\sigma}_{02} \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \Rightarrow \boldsymbol{\varphi} = \mathbf{n}\sigma - \bar{\boldsymbol{\sigma}}_0 \leq \mathbf{0} \quad (5.4)$$

con:

φ_i ($i, j = 1, 2$) funzioni di plasticità - Fig. 5.8 (b);

$\bar{\sigma}_{0i} = \bar{\sigma}_{0i}(\lambda_j)$ ($i = 1, 2$) tensioni che definiscono le estremità dell'intervallo elastico (i.e. $-\bar{\sigma}_{02} \leq \sigma \leq \bar{\sigma}_{01}$ - Fig. 5.8 (b));

λ_j deformazioni plastiche accumulate individualmente nelle due direzioni (1 e 2); attribuendo loro il ruolo di variabili interne che sovrintendono alle modifiche di comportamento indotte da precedenti plasticizzazioni - Fig. 5.8 (a), permettono di tenere conto della storia della deformazione plastica.

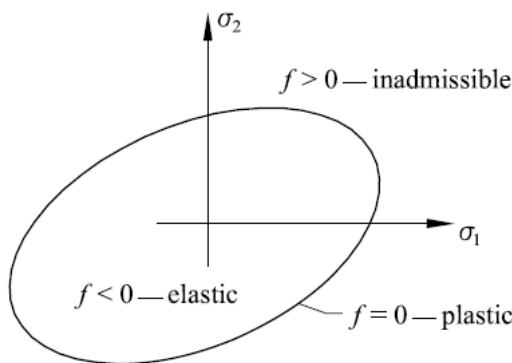


Fig. 5.7. Dominio elastico istantaneo ($f \leq 0$) per il caso bidimensionale (Krabbenhøft, 2002).

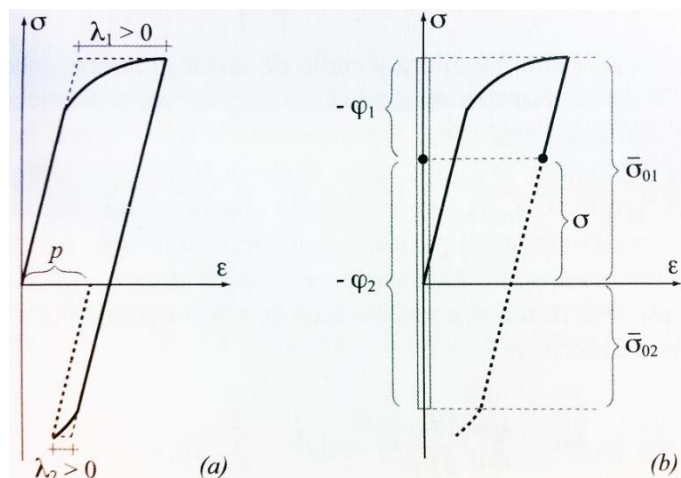


Fig. 5.8. Comportamento elasto-plastico uniassiale. Si osservano: (a) deformazioni plastiche accumulate individualmente nelle due direzioni (λ_i) e deformazione permanente totale p (indicata con il termine ε_p nell'eq. (5.11)); (b) funzioni di plasticità (φ_i) ed estremi del dominio elastico ($\bar{\sigma}_{0i}$) - (Corradi Dell'Acqua, 2010).

Derivando sul tempo l'eq. (5.4), si ottiene:

$$\dot{\varphi}_i = \pm(\dot{\sigma} - \dot{\bar{\sigma}}_{0i}) = \pm\left(\dot{\sigma} - \sum_{j=1}^2 \frac{\partial \bar{\sigma}_{0i}}{\partial \lambda_j} \dot{\lambda}_j\right) = \pm(\dot{\sigma} - \sum_{j=1}^2 H_{ij} \dot{\lambda}_j) \quad (5.5)$$

da cui:

$$\dot{\boldsymbol{\varphi}} = \mathbf{n} \dot{\sigma} - \mathbf{H} \dot{\boldsymbol{\lambda}} \quad (\text{oss. imponendo } \dot{\boldsymbol{\varphi}} = \mathbf{0} \text{ è possibile ricavare } \dot{\boldsymbol{\lambda}}) \quad (5.6)$$

con:

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} H_{11} & H_{12} \\ H_{21} & H_{22} \end{bmatrix} \quad \text{matrice di } \textit{hardening} \text{ (oss.: mentre le componenti sulla diagonale controllano la variazione dei limiti elastici a trazione e compressione dovute a deformazioni plastiche dello stesso segno, le componenti non diagonali controllano le modifiche del dominio in un verso per effetto di plasticizzazioni avvenute nel verso opposto).}$$

Assumendo *hardening* lineare (i.e. \mathbf{H} costante), le due leggi più frequentemente utilizzate (Corradi Dell'Acqua, 2010) prevedono le seguenti espressioni per la funzione di plasticità:

- *incrudimento isotropo* (Fig. 5.9 (a)):

In questo caso si assume:

$$\mathbf{H} = \mathbf{H}_{isot.} = c \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (5.7)$$

dove c è una costante positiva legata alla pendenza del ramo incrudente (*hardening*).

Dalle eqq. (5.4) e (5.7) si ottiene:

$$\bar{\boldsymbol{\sigma}}_0(\boldsymbol{\lambda}) = \boldsymbol{\sigma}_0 + \mathbf{H} \boldsymbol{\lambda} \Rightarrow \boldsymbol{\varphi} = \mathbf{n} \sigma - \mathbf{H} \boldsymbol{\lambda} - \boldsymbol{\sigma}_0 \quad (5.8)$$

$$\Rightarrow |\bar{\sigma}_{02}| = \sigma_0 + c \lambda_1 > |-\sigma_0| \quad (5.9)$$

con $\mathbf{n} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$.

L'eq. (5.9) evidenzia come il dominio elastico si espanda, nello spazio delle tensioni, ad ogni incremento di deformazione plastica.

- *incrudimento cinematico* (Fig. 5.9 (b)):

In questo caso il dominio elastico trasla, per effetto delle plasticizzazioni, mantenendo intatta la sua ampiezza:

$$\mathbf{H} = \mathbf{H}_{cin.} = c \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}; \quad (5.10)$$

$$\Rightarrow |\bar{\sigma}_{01}| = \sigma_0 + c \varepsilon_p; \quad |\bar{\sigma}_{02}| = \sigma_0 - c \varepsilon_p > |-\sigma_0| \quad (5.11)$$

con:

$$\varepsilon_p = \lambda_1 - \lambda_2 = \mathbf{n}\lambda \quad \text{deformazione plastica (oss.: assume essa stessa il ruolo delle variabili interne)} \quad (5.12)$$

Raggiunto il livello di plasticizzazione, quindi, ad un determinato incremento di sforzo corrisponderanno deformazioni scomponibili in una parte reversibile (deformazione elastica ε_e) ed una permanente (deformazione plastica ε_p).

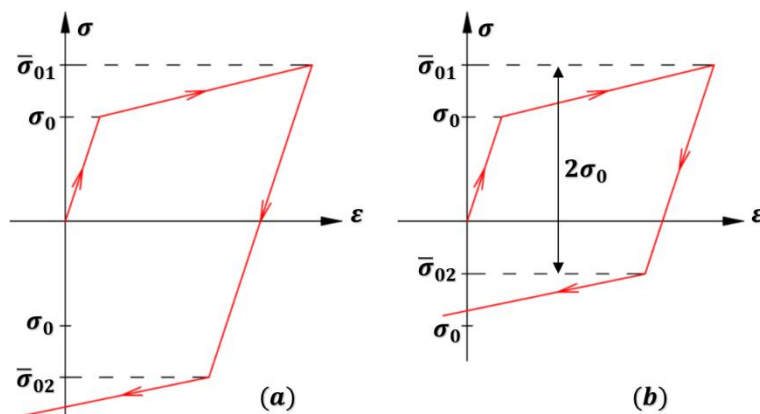


Fig. 5.9. (a) incrudimento isotropo; (b) incrudimento cinematico.

Nel caso tridimensionale, esprimendo la deformazione in forma tensoriale (\mathbf{E}) e derivando sul tempo (per passare ad una descrizione incrementale del fenomeno), si ha:

$$\dot{\mathbf{E}} = \dot{\mathbf{E}}_e + \dot{\mathbf{E}}_p \quad (\text{addittività valida nell'ambito dei piccoli spostamenti}) \quad (5.13)$$

Il tensore di *Cauchy*, derivato sul tempo, sarà allora pari a:

$$\dot{\mathbf{T}} = \mathbb{C} \dot{\mathbf{E}}_e = \mathbb{C}(\dot{\mathbf{E}} - \dot{\mathbf{E}}_p) \quad (5.14)$$

dove:

\mathbb{C} è il tensore elastico di quarto ordine (non influenzato dalla storia); oss.: la coppia $(\dot{\mathbf{T}}, \dot{\mathbf{E}})$ rappresenta un processo incrementale a partire dallo stato $(\mathbf{T}, \mathbf{E}_p)$.

Per definire un legame costitutivo (incrementale) del tipo $\dot{\mathbf{T}} = G(\dot{\mathbf{E}}; \mathbf{T}, \mathbf{E})$, il tensore $\dot{\mathbf{E}}_p$ viene legato agli altri (\mathbf{E}) utilizzando le ipotesi introdotte dai cosiddetti *postulati di plasticità*, in particolare:

- ipotesi di scarico elastico (la deformazione plastica non cambia per processi incrementali elastici):

$$\mathbf{T} \in \Gamma(\mathbf{E}_p) \quad \text{ovvero} \quad \mathbf{T} \in \partial\Gamma(\mathbf{E}_p) \quad \text{e} \quad \dot{\mathbf{T}} \cdot \mathbf{N} < 0 \quad (5.15)$$

con:

$\mathbf{N} = \frac{\partial\varphi}{\partial\mathbf{T}} / \left| \frac{\partial\varphi}{\partial\mathbf{T}} \right|$ normale esterna alla frontiera plastica $\partial\Gamma(\mathbf{E}_p)$, che si ipotizza liscia, nel punto \mathbf{T} ; oss.: un processo è elastico se, partendo dalla frontiera $\partial\Gamma$, punta verso l'interno del dominio Γ , altrimenti si tratta di un processo incrementale plastico (i.e. $\dot{\mathbf{T}} \cdot \mathbf{N} \geq 0$);

- ipotesi di convessità ad ogni istante della regione ammissibile, ovvero dell'intersezione dei semispazi relativi ai vari piani tangenti alla sua frontiera (i.e. superficie di snervamento descritta dall'eq. (5.3)):

$$(\mathbf{T} - \mathbf{T}_0) \cdot \mathbf{N}(\mathbf{T}) \geq 0 \quad \forall \mathbf{T} \in \Gamma(\mathbf{E}_p), \forall \mathbf{T}_0 \in \Gamma(\mathbf{E}_p) \cup \partial\Gamma(\mathbf{E}_p) \quad (5.16)$$

dove:

\mathbf{T}_0 tensore che descrive lo stato tensionale iniziale (elastico);

$\mathbf{N} = \frac{\partial\varphi}{\partial\mathbf{T}} / \left| \frac{\partial\varphi}{\partial\mathbf{T}} \right|$ normale esterna alla frontiera (che si ipotizza liscia) $\partial\Gamma(\mathbf{E}_p)$ nel punto \mathbf{T} .

- ipotesi sulla *legge di scorrimento (flow rule)*

$$\dot{\mathbf{E}}_p = \lambda \mathbf{N} \quad (5.17)$$

con

$\lambda \geq 0$ se $\mathbf{T} \in \partial\Gamma(\mathbf{E}_p)$ e $\dot{\mathbf{T}} \cdot \mathbf{N} \geq 0$.

Sulla base dei *postulati di plasticità*, i processi plastici e gli scarichi elastici vengono caratterizzati da incrementi di deformazione, anziché di tensione, ed il legame incrementale potrà essere espresso in funzione della velocità di deformazione totale $\dot{\mathbf{E}}$; dalle eqq. (5.14), (5.16) e (5.17) si ottiene:

$$\dot{\mathbf{T}} \cdot \mathbf{N} = [\mathbb{C}(\dot{\mathbf{E}} - \lambda \mathbf{N})] \cdot \mathbf{N} \Rightarrow \dot{\mathbf{T}} \cdot \mathbf{N} \geq 0 \Leftrightarrow \mathbb{C}\dot{\mathbf{E}} \cdot \mathbf{N} \geq 0 \quad (5.18)$$

Su tali basi, le deformazioni plastiche possono verificarsi fino a quando il punto rappresentativo dello stato tensionale si trova sulla superficie di snervamento. Durante un carico perfettamente plastico, cioè quando il dominio elastico rimane fisso nello spazio delle tensioni, il punto rappresentativo dello stato tensionale dovrà quindi rimanere nella stessa posizione o eventualmente spostarsi sulla superficie di snervamento attraverso una redistribuzione dello *stress* tra le sue diverse componenti.

Da un punto di vista matematico, la condizione di carico plastico può essere scritta come:

$$f(\sigma + d\sigma) = f(\sigma) + \nabla f^T d\sigma = 0 \quad (5.19)$$

con:

f funzione di snervamento;

$d\sigma$ incremento dello *stress*;

$\nabla f = \left[\frac{\partial f}{\partial \sigma_x}, \dots, \frac{\partial f}{\partial \tau_{zx}} \right]^T$ normale alla superficie di snervamento (a sinistra in Fig. 5.10).

Assumendo che il punto rappresentativo dello stato tensionale si trovi sulla superficie di snervamento già prima dell'incremento di *stress* $d\sigma$, dovrà essere verificato che:

$$f(\sigma) = 0 \quad (5.20)$$

L'eq. (5.19) può quindi essere riscritta come:

$$\nabla f^T d\sigma = df = 0 \quad (5.21)$$

Tale condizione (*plastic consistency condition*) impone quindi che, durante un carico plastico, la variazione dello *stress*, se avviene (i.e. in presenza di *hardening*), debba essere tangente alla superficie di snervamento ($d\sigma \perp \nabla f$ - a sinistra in Fig. 5.10).

Gli incrementi delle deformazioni plastiche $\dot{\epsilon}_p$ possono essere derivate dalla funzione di snervamento, imponendo che le deformazioni plastiche non contribuiscano all'energia di deformazione elastica (i.e. $\dot{\epsilon}_p^T \cdot \dot{\sigma} = 0$):

$$\dot{\epsilon}_p = \lambda \frac{\partial f}{\partial \sigma} = \lambda \nabla f \quad (5.22)$$

dove λ prende il nome di *moltiplicatore plastico* (scalare; diverso per ogni funzione di snervamento), mentre la condizione imposta dall'eq. (5.22) prende il nome di *associated flow rule*.

L'eq. (5.22) indica la direzione dell'incremento di deformazione plastica (i.e. ortogonale alla superficie di snervamento – *normality rule*), mentre il suo modulo ($\dot{\lambda}$) può essere determinato, in problemi al contorno, dalla congruenza degli spostamenti nei nodi di interfaccia tra le zone plasticizzate e quelle in cui il materiale è in fase elastica (Petri, 2011).

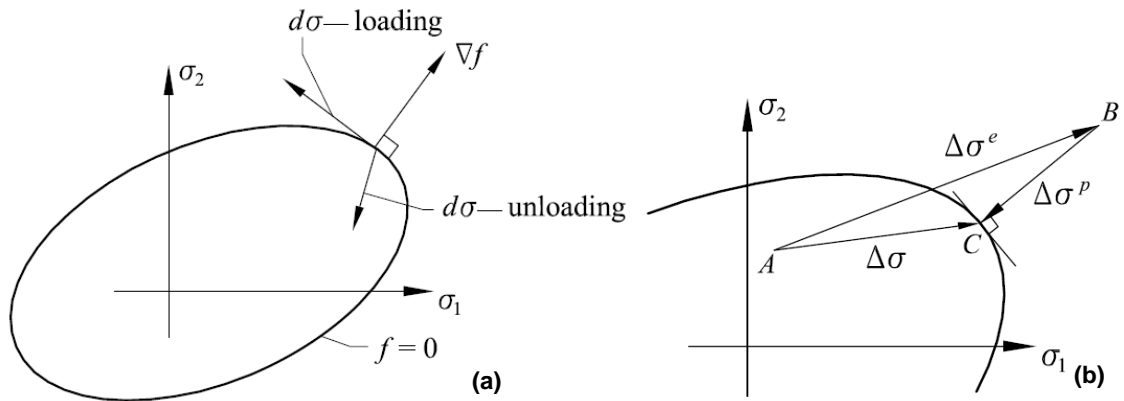


Fig. 5.10. (a) carico plastico e scarico elastico; (b) principio base di aggiornamento dello stato tensionale durante la deformazione plastica (da integrazione delle relazioni costitutive mediante *Return algorithms*), dove $\Delta\sigma = \Delta\sigma_e - \Delta\sigma_p$; $\Delta\sigma_e (= D\Delta\varepsilon)$: elastic predictor; $\Delta\sigma_p (= \Delta\lambda D \left(\frac{dg}{d\sigma}\right)_C)$: plastic corrector; D : matrice legami costitutivi; $\Delta\lambda$: moltiplicatore plastico; g : potenziale plastico per *non-associated flow rule* – Krabbenhøft (2002).

5.2.1.1 Criterio di Mohr-Coulomb

La sperimentazione ha dimostrato che è possibile definire un dominio di rottura per il materiale muratura modificando la formulazione di *Mohr-Coulomb*, generalmente utilizzato nella meccanica delle terre.

Il criterio di *Mohr Coulomb* ipotizza che lo snervamento del materiale avvenga per scorrimento lungo i piani (di normale n) in cui la tensione tangenziale $|\tau_n|$ raggiunge un valore limite τ_0 , caratteristico della muratura, ridotto di una quota data dal prodotto della tensione normale σ_n (< 0 se compressione) per il coefficiente di attrito interno:

$$|\tau_n| = \tau_0 - \sigma_n \tan\phi \quad (\text{con } \sigma_n < 0 \text{ se compressione}) \quad (5.23)$$

dove ϕ è l'angolo di attrito interno del materiale.

Trascurando il riferimento al piano di normale generica n , l'eq. (5.23) viene generalmente riscritta, in modo semplificato, come:

$$\tau = c + \sigma \tan\phi \quad (\text{con } \sigma > 0 \text{ se compressione}) \quad (5.24)$$

dove $c \left(= \frac{\tau_0}{\tan\phi} \right)$ è la coesione interna.

L'eq. (5.24) può essere riscritta nella forma dell'eq. (5.3) facendo riferimento al *cerchio di Mohr*, ovvero esprimendo i termini τ e σ in funzione delle tensioni principali $(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)$; ipotizzando che lo snervamento avvenga per la combinazione $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$, si ha:

$$\tau = \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3) \cos \phi; \tag{5.25}$$

$$\sigma = \frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_3) - \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3) \sin \phi \tag{5.26}$$

Sostituendo le eqq. (5.25) e (5.26) nella (5.24), si ottiene un'espressione di significato analogo all'eq. (5.3):

$$\sigma_1(1 - \sin \phi) - \sigma_3(1 + \sin \phi) - 2 c \cos \phi = 0 \tag{5.27}$$

Con riferimento alla Fig. 5.11, lo snervamento avviene quando il *cerchio di Mohr*, che rappresenta uno stato di sforzo piano nel pannello, è tangente alla retta descritta dall'eq. (5.24).

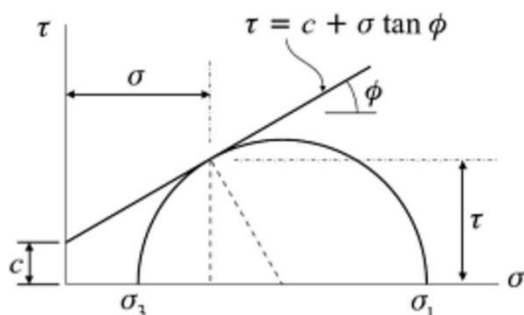


Fig. 5.11. Dominio di snervamento di *Mohr-Coulomb* (Davis & Selvadurai, 2002).

Per comprendere le diverse connotazioni del criterio di *Mohr-Coulomb*, è utile passare ad una rappresentazione degli stati tensionali nel piano deviatorico (o di *Haigh-Westergaars*), di solito indicato come "*piano pi*" (Fig. 5.12); le componenti dello *stress* σ in tale sistema di riferimento sono:

$$\sigma_D = \frac{1}{\sqrt{3}}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) = \sqrt{3} p \quad (\text{di versore coincidente con l'asse idrostatico - space diagonal in Fig. 5.12);} \tag{5.28}$$

$$\sigma_E = \frac{1}{\sqrt{2}}(-\sigma_2 + \sigma_3);$$

$$\sigma_F = \frac{1}{\sqrt{6}}(2\sigma_1 - \sigma_2 - \sigma_3)$$

dove:

$$p = \frac{I_1}{3} \quad \text{è la tensione media;} \tag{5.29}$$

$I_1 = \text{tr}(\mathbf{T})$ è l'invariante primo del tensore degli sforzi (o *tensore di Cauchy*).

La distanza del punto S , rappresentativo del generico stato di tensione, dall'asse idrostatico nel piano π può essere calcolata semplicemente utilizzando il teorema di Pitagora:

$$\sqrt{\sigma_E^2 + \sigma_F^2} = \sqrt{\frac{2}{3}(\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - \sigma_1\sigma_2 - \sigma_2\sigma_3 - \sigma_3\sigma_1)} = \sqrt{2J_2} = \sqrt{\frac{2}{3}}q; \quad (5.30)$$

con:

$$q = \sqrt{3J_2} \quad \text{stress deviatorico}; \quad (5.31)$$

$$J_2 = \frac{1}{2}[\text{tr}(\mathbf{T}_{dev}^2)] \quad \text{invariante secondo del tensore deviatorico degli sforzi.}$$

Sostituendo le espressioni della (5.28) nell'eq. (5.27) si ottiene:

$$-\sqrt{3}\sigma_E(1 + \sin\phi) + \sigma_F(3 - \sin\phi) = 2\sqrt{6} c \cos\phi + 2\sqrt{2} \sigma_D \sin\phi \quad (5.32)$$

Dal momento che nel piano π la tensione σ_D (proporzionale a p) è costante, l'eq. (5.32) indica l'esistenza di un legame lineare tra le tensioni σ_E e σ_F e, quindi, descrive una linea retta nel piano π .

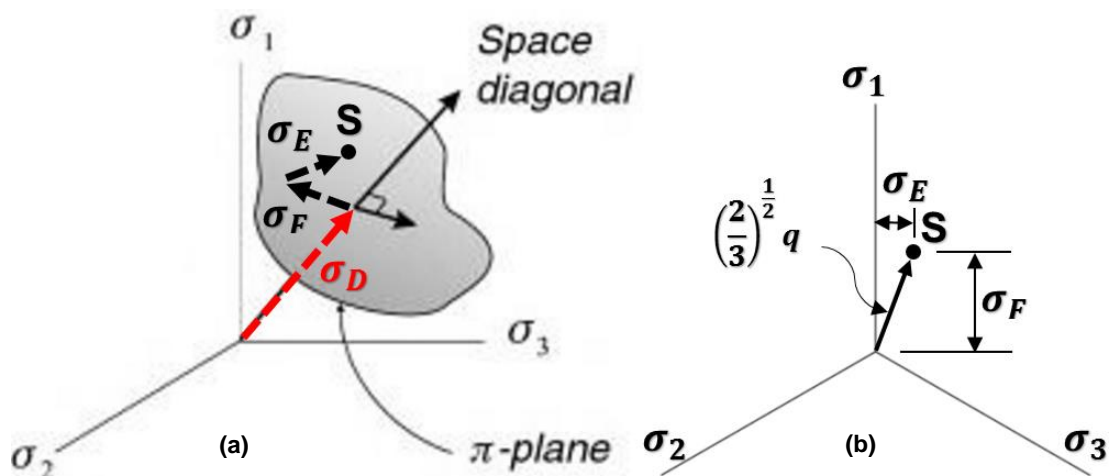


Fig. 5.12. (a) Stato di tensione associato al punto S nello spazio delle tensioni principali ($\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$); (b) posizionamento di S ($\sigma_D, \sigma_E, \sigma_F$) sul piano π . In rosso si evidenzia la tensione σ_D , ortogonale al piano π .

L'eq. (5.32) evidenzia inoltre come la dimensione della superficie di snervamento dipenda dalla tensione media p (attraverso σ_D): al crescere di p la superficie si ingrandisce, descrivendo, nello spazio delle tensioni principali, una piramide con base in espansione (a sinistra in Fig. 5.13).

Con riferimento alla Fig. 5.13 si osserva, a destra, come l'intersezione della superficie piramidale con il piano π descriva un esagono irregolare, nei cui vertici si

verificano particolari condizioni tensionali. Nel caso di materiali simili alla muratura, che presentano maggiore resistenza a compressione che a trazione, si ha:

- vertice A : $\sigma_1 > \sigma_2 = \sigma_3$ – come i vertici B e C è correlato ai risultati di *test* di compressione triassiale, ed assieme a questi costituisce i vertici “*maggiori*” dell’esagono, perché legati alla maggiore capacità resistente a compressione del materiale;
- vertice A' : $\sigma_1 < \sigma_2 = \sigma_3$ – come i vertici B' e C' è correlato ai risultati di *test* di trazione triassiale, ed assieme a questi costituisce i vertici “*minori*” dell’esagono, perché legati alla minore resistenza del materiale a trazione.

Tracciando una sezione longitudinale della superficie di snervamento, ottenuta attraverso l’intersezione con il piano (σ_D, σ_F) , è possibile osservare infine come l’inclinazione delle rette che descrivono la traccia della superficie sul piano, a causa dell’asimmetria della risposta (i.e. maggiore resistenza a compressione che a trazione), sia diversa (Fig. 5.14).

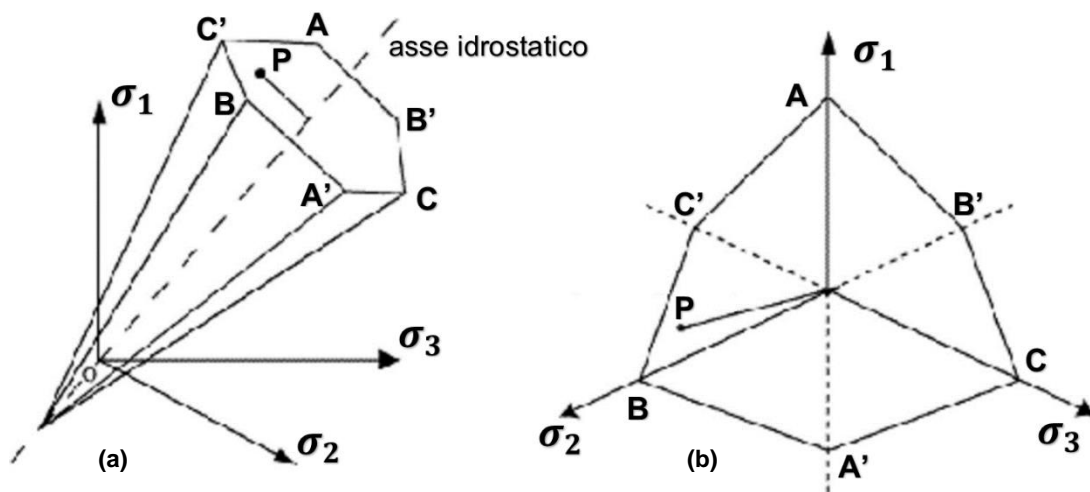


Fig. 5.13. (a) Superficie di snervamento (istantanea) di *Mohr-Coulomb*; (b) proiezione della stessa superficie nel piano π .



Fig. 5.14. Sezione longitudinale della superficie di snervamento di *Mohr-Coulomb*. Si osserva come l’inclinazione della superficie di snervamento sia determinata dall’angolo di attrito interno ϕ .

Per materiali il cui limite di snervamento dipende dallo *stress* medio p , come ad esempio le argille, le sabbie, le rocce, ecc., si è osservato come l'*associated flow rule* (eq. (5.22)) sovrastimi la dilatazione volumetrica che, per questi materiali, accompagna la deformazione plastica (i.e. $\text{tr}(\dot{\mathbf{E}}_p) \neq 0$) e, in ogni caso, vincola il modello a dilatazioni strettamente legate al valore assunto dall'angolo di attrito interno ϕ (come illustrato in Fig. 5.14). Per questa ragione è possibile introdurre la funzione *potenziale plastico* g , che sostituisce quella di snervamento ed assume generalmente una forma tale per cui $\dot{\varepsilon}_p$ ha una direzione intermedia tra quella normale alla frontiera e quella per cui non si osservano fenomeni di dilatanza:

$$\dot{\varepsilon}_p = \frac{\partial g}{\partial \sigma} \dot{\lambda} = \dot{\lambda} \nabla g \Rightarrow \dot{\varepsilon}_p \perp \nabla g \quad (5.33)$$

La condizione espressa dall'eq. (5.33) viene indicata come *non-associated flow rule* (Fig. 5.15 e Fig. 5.17).

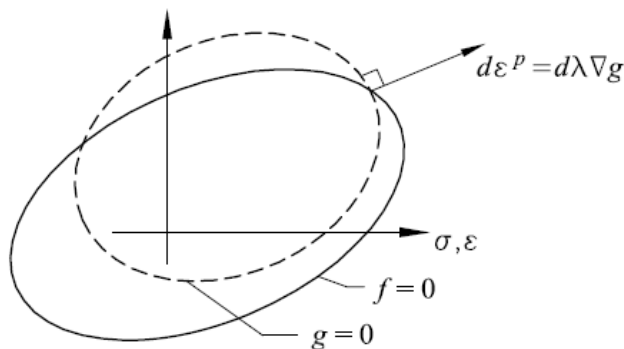


Fig. 5.15. Incremento della deformazione plastica secondo *non associated flow rule*; l'incremento di deformazione plastica $\dot{\varepsilon}_p$ (eq. (5.33)) è indicato in figura con $d\varepsilon^p$ (Krabbenhøft, 2002).

Per facilitare l'analisi del comportamento post-elastico del materiale da un punto di vista computazionale, mediante discretizzazione con elementi finiti, sono state proposte modifiche al criterio di *Mohr-Coulomb* tali da eliminare gli spigoli della superficie di snervamento.

Tale necessità è legata alla condizione espressa dall'eq. (5.21), che impone allo stato tensionale di evolvere, durante la deformazione plastica, rimanendo sempre sulla superficie di snervamento (*plastic consistency condition*). In corrispondenza degli spigoli si osserverebbe quindi una discontinuità (condizione di *singularità*) che potrebbe impedire la convergenza della procedura iterativa utilizzata per determinare lo stato tensionale nel punto (a destra in Fig. 5.10). Analiticamente l'incremento di deformazione plastica nello spigolo può comunque essere valutato attraverso una combinazione delle

normali alle funzioni di snervamento che si intersecano in corrispondenza di quel particolare stato tensionale.

5.2.1.2 Criterio di Drucker-Prager

La prima versione modificata del criterio di *Mohr-Coulomb* è quella proposta da *Drucker e Prager* (1952). Gli autori ripresero il *criterio di snervamento di von Mises* (i.e. $q \leq k$; dove k è il valore critico dello *stress deviatorico* q - Davis e Selvadurai (2002)), introducendo, in analogia con il criterio di *Mohr-Coulomb*, la dipendenza dallo *stress medio* p :

$$q - \xi p \leq k \quad (5.34)$$

dove:

q è lo *stress deviatorico* (definito dall'eq. (5.31));

p è lo *stress medio* ($p > 0$ se compressione; definito dall'eq. (5.29));

ξ e k sono parametri scelti in modo tale che la nuova superficie di snervamento passi attraverso i vertici maggiori della superficie di *Mohr-Coulomb* (i.e. i vertici A , B e C in Fig. 5.13 e Fig. 5.16 (a)).

Si osserva come nel vertice A della superficie di *Mohr-Coulomb* ($\sigma_1 > \sigma_2 = \sigma_3$; $\sigma_E = 0$ - Fig. 5.13), l'eq. (5.34) possa essere riscritta nella forma seguente:

$$\sqrt{\frac{3}{2}} \sigma_F - \frac{\xi}{\sqrt{3}} \sigma_D = k \quad (5.35)$$

dove σ_F e σ_D sono definite in funzione delle tensioni principali espresse dalla (5.28).

Dal confronto con l'eq. (5.32), ponendo ancora $\sigma_E = 0$, si ottiene:

$$\xi = \frac{6 \sin \phi}{3 - \sin \phi}; \quad (5.36)$$

$$k = \frac{6 c \cos \phi}{3 - \sin \phi} \quad (5.37)$$

La superficie di snervamento di *Drucker-Prager* descrive, nel piano π , una circonferenza che passa per i vertici maggiori dell'esagono di *Mohr-Coulomb* (Fig. 5.16 (a)).

Il criterio di *Drucker-Prager* permette dunque di descrivere il comportamento *elastico-perfettamente plastico* di un materiale in funzione delle tensioni di snervamento a compressione e trazione, dell'angolo di attrito e della coesione interna, ed infine, per *non-associated flow rule* (Fig. 5.17), dell'angolo di dilatanza.

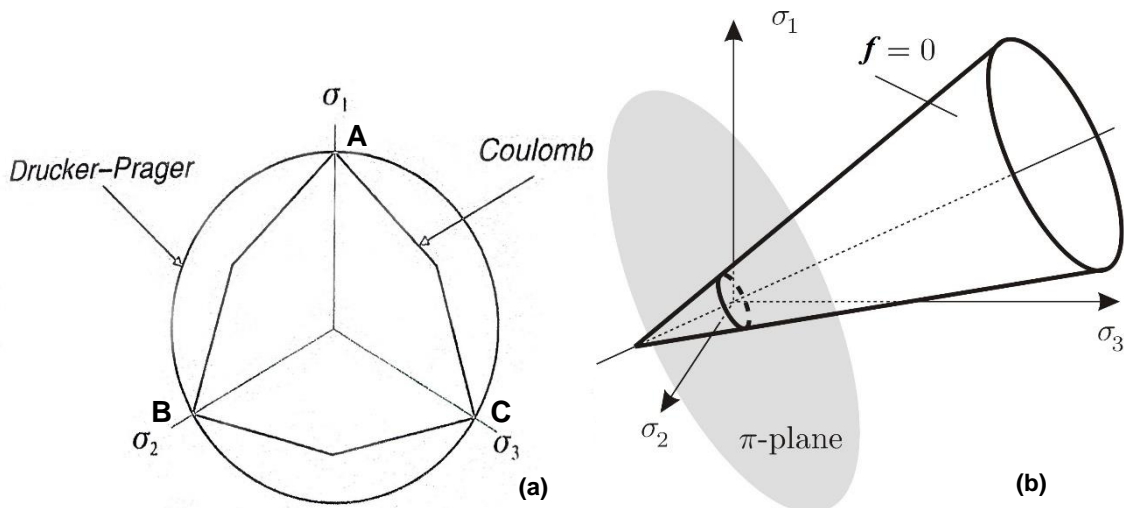


Fig. 5.16. Confronto tra le superfici di snervamento di *Mohr-Coulomb* e *Drucker-Prager*: (a) proiezione delle superfici sul piano π (Davis & Selvadurai, 2002); (b) superficie di snervamento di *Drucker-Prager* nello spazio delle tensioni principali (Kossa, 2012).

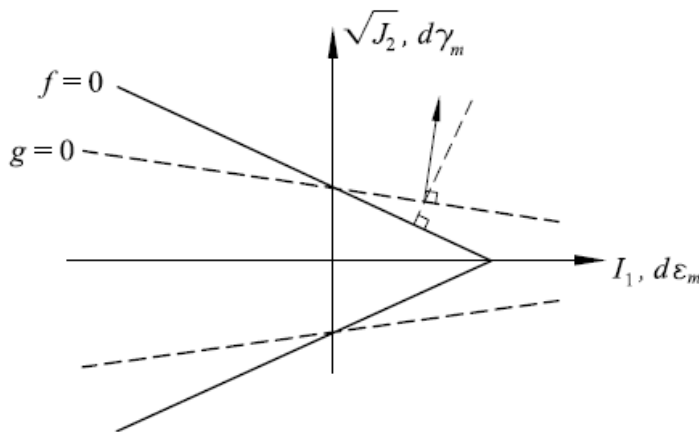


Fig. 5.17. Superficie di snervamento di *Drucker-Prager* con *non-associated flow rule* (Krabbenhøft, 2002).

5.2.2 Criterio di rottura di *Willam-Warnke*

Il criterio di *Willam* e *Warnke* (1974) è stato formulato dagli autori per descrivere il comportamento a rottura del calcestruzzo, ipotizzandone un comportamento isotropico, soggetto a stato tensionale triassiale, ma ha trovato buoni riscontri quando adottato nella modellazione (continua) di strutture in muratura (Betti e Vignoli, 2008; Betti e Galano, 2012; Choudhury et al., 2014) e pietra (Petri, 2011).

In analogia con l'eq. (5.3), il criterio di rottura di *Willam-Warnke* ammette il seguente dominio ammissibile:

$$S(\sigma_n, \eta) - \frac{F(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)}{f_c} \leq 0 \tag{5.38}$$

dove:

$S(\sigma_h, \eta)$ è la traccia della superficie di rottura (convessa) sul piano deviatorico, espressa nelle coordinate polari (σ_h, η) ;

$\sigma_h = \frac{1}{3}(\sigma_{xp} + \sigma_{yp} + \sigma_{zp})$ tensione idrostatica (con $\sigma_{xp}, \sigma_{yp}, \sigma_{zp}$ tensioni principali);

$F(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)$ funzione delle tensioni principali (può essere inteso come la tensione tangenziale media - *Willam e Warnke (1974)*), dove:

$$\sigma_1 = \max(\sigma_{xp}, \sigma_{yp}, \sigma_{zp}) \geq \sigma_2 \geq \sigma_3 = \min(\sigma_{xp}, \sigma_{yp}, \sigma_{zp}).$$

Gli autori definiscono la frontiera del dominio elastico del materiale in modo tale da permettere la costruzione di un legame elastico-perfettamente plastico, ovvero imponendo condizioni analoghe ai postulati di plasticità introdotti in precedenza (par. 5.2.1.1).

Il modello proposto definisce una superficie di rottura del materiale in funzione di 6 parametri (*ANSYS MAPDL Theory Reference, 2013*):

- f_c resistenza ultima a compressione;
- f_t resistenza ultima a trazione;
- f_{cb} resistenza ultima a compressione in regime biassiale;
- $\sigma_{h,ext}$ stress idrostatico esterno;
- f_1 resistenza ultima a compressione in regime biassiale
(in presenza di $\sigma_{h,ext}$);
- f_2 resistenza ultima a compressione in regime uniassiale
(in presenza di $\sigma_{h,ext}$).

(5.39)

Ipotizzando un comportamento isotropico del materiale, è sufficiente considerare un sestante dello spazio delle tensioni (e.g. $0^\circ \leq \eta \leq 60^\circ$). Come evidenziato in Fig. 5.18, la proiezione della superficie sul piano π presenta simmetria ciclica, rispetto all'asse idrostatico, con angolo di 120° e la superficie di rottura può essere studiata per le seguenti 4 diverse condizioni:

5.2.2.1 Compressione triassiale ($\sigma_1 \leq 0$)

In questo caso la funzione F e la traccia S assumono le seguenti forme (*ANSYS MAPDL Theory Reference, 2013*):

$$F(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) = F_1 = \frac{1}{\sqrt{15}} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]; \quad (5.40)$$

$$S(\sigma_h, \eta) = S_1 = \frac{2r_2(r_2^2 - r_1^2)\cos\eta + r_2(2r_1 - r_2)[4(r_2^2 - r_1^2)\cos^2\eta + 5r_1^2 - 4r_1r_2]^{\frac{1}{2}}}{4(r_2^2 - r_1^2)\cos^2\eta + (r_2 - 2r_1)^2} \quad (5.41)$$

dove:

$$\cos \eta = \frac{2\sigma_1 - \sigma_2 - \sigma_3}{\sqrt{2[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]}^{\frac{1}{2}}} \quad (5.42)$$

$$r_1(\sigma_h) = a_0 + a_1 \xi + a_2 \xi^2; \quad (5.43)$$

$$r_2(\sigma_h) = b_0 + b_1 \xi + b_2 \xi^2; \quad (5.44)$$

$$\xi = \frac{\sigma_h}{f_c} \quad (5.45)$$

L'angolo η dipende dal rapporto, in termini di intensità, tra le tensioni principali:

$$\begin{aligned} \eta = 0^\circ \quad & \text{stato tensionale in cui: } \sigma_1 < \sigma_2 = \sigma_3 \quad (\text{par. 5.2.2.3}) \Rightarrow S_1 = r_1 \\ & \Rightarrow r_1 \text{ (eq. (5.43)) descrive il meridiano della superficie per} \\ & \eta = 0^\circ \text{ (Fig. 5.18);} \end{aligned} \quad (5.46)$$

$$\begin{aligned} \eta = 60^\circ \quad & \text{stato tensionale in cui: } \sigma_1 = \sigma_2 < \sigma_3 \Rightarrow S_1 = r_2 \\ & \Rightarrow r_2 \text{ (eq. (5.44)) descrive il meridiano della superficie per} \\ & \eta = 60^\circ \text{ (Fig. 5.18).} \end{aligned} \quad (5.47)$$

Sostituendo l'eq. (5.45) nelle eqq. (5.43) e (5.44), queste ultime con l'eq. (5.42) nell'eq. (5.41), e quindi le eqq. (5.40) e (5.41) nell'espressione (5.38), ponendo $\frac{F(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)}{f_c} = S(\sigma_h, \eta)$ si ottiene un sistema risolvibile una volta imposto che i valori ultimi resistenti del materiale (raccolti nell'eq. (5.39)) appartengano tutti alla superficie di rottura (Fig. 5.19).

In particolare, le funzioni r_1 ($\sigma_1 < \sigma_2 = \sigma_3$; di incognite a_0, a_1, a_2) ed r_2 ($\sigma_1 = \sigma_2 < \sigma_3$; di incognite b_0, b_1, b_2), possono essere determinate risolvendo i seguenti sistemi (ANSYS MAPDL Theory Reference, 2013), definiti sulla base dei risultati dei *test* tipici condotti sul calcestruzzo (i.e. *test* di: trazione uniassiale, compressione uniassiale e compressione biassiale - Willam & Warnke, 1975):

$$\begin{bmatrix} \frac{F_1(\sigma_1=f_t; \sigma_2=\sigma_3=0)}{f_c} \\ \frac{F_1(\sigma_1=0; \sigma_2=\sigma_3=-f_{cb})}{f_c} \\ \frac{F_1(\sigma_1=\sigma_{h,ext}; \sigma_2=\sigma_3=-\sigma_{h,ext}-f_1)}{f_c} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \xi_t & \xi_t^2 \\ 1 & \xi_{cb} & \xi_{cb}^2 \\ 1 & \xi_1 & \xi_1^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} \quad (5.48)$$

$$\begin{bmatrix} \frac{F_1(\sigma_1=\sigma_2=0; \sigma_3=-f_c)}{f_c} \\ \frac{F_1(\sigma_1=\sigma_2=\sigma_{h,ext}; \sigma_3=\sigma_{h,ext}+f_2)}{f_c} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{3} & \frac{1}{9} \\ 1 & \xi_2 & \xi_2^2 \\ 1 & \xi_0 & \xi_0^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_0 \\ b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} \quad (5.49)$$

dove:

$$\xi_t = \frac{f_t}{3f_c}, \quad \xi_{cb} = -\frac{2f_{cb}}{3f_c}, \quad \xi_1 = -\frac{\sigma_{h,ext}}{f_c} - \frac{2f_1}{3f_c}, \quad \xi_2 = -\frac{\sigma_{h,ext}}{f_c} - \frac{f_2}{3f_c} \quad (5.50)$$

$$\xi_0 \text{ è la radice positiva di: } r_2(\xi_0) = a_0 + a_1 \xi_0 + a_2 \xi_0^2 = 0 \quad (5.51)$$

L'eq. (5.51) indica l'incontro tra i meridiani r_1 ed r_2 per $\xi = \xi_0$.

In Fig. 5.19 si osserva come i meridiani della superficie, descritti dalle funzioni r_1 ($\eta = 0^\circ$) ed r_2 ($\eta = 60^\circ$), passino per i 5 valori di resistenza indicati nella (5.40) in corrispondenza delle ascisse descritte dai coefficienti ξ_α espressi dalle eq. (5.51) e (5.52).

La convessità del dominio richiede inoltre l'imposizione delle seguenti condizioni:

$$a_0, b_0 > 0; \quad a_1, a_2, b_1, b_2 \leq 0; \quad \frac{r_1}{r_2} > \frac{1}{2} \quad (5.52)$$

Sperimentalmente si è osservato che la superficie così definita non descrive in modo preciso il fenomeno reale per valori di $\xi > \xi_2$ (i.e. per valori molto elevati di σ_h); per questa ragione viene suggerito di scegliere i termini f_1 e f_2 per valori di $\sigma_{h,ext}$ dello stesso ordine di σ_h (ANSYS MAPDL Theory Reference, 2013).

5.2.2.2 Tensione uniassiale e Compressione biassiale ($\sigma_1 \geq 0 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$)

In questo caso la funzione F e la traccia S assumono le seguenti forme (Fig. 5.20 - ANSYS MAPDL Theory Reference, 2013):

$$F(\sigma_2, \sigma_3) = F_2 = \frac{1}{\sqrt{15}} [(\sigma_2 - \sigma_3)^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2]; \quad (5.53)$$

$$S(\sigma_h, \eta) = S_2 = \left(1 - \frac{\sigma_1}{f_t}\right) \frac{2p_2(p_2^2 - p_1^2)\cos\eta + p_2(2p_1 - p_2)[4(p_2^2 - p_1^2)\cos^2\eta + 5p_1^2 - 4p_1p_2]^{\frac{1}{2}}}{4(p_2^2 - p_1^2)\cos^2\eta + (p_2 - 2p_1)^2} \quad (5.54)$$

dove:

$$p_1(\sigma_h) = a_0 + a_1\chi + a_2\chi^2 \quad \text{con } a_0, a_1, a_2 \text{ da eq. (5.48);} \quad (5.55)$$

$$p_2(\sigma_h) = b_0 + b_1\chi + b_2\chi^2 \quad \text{con } b_0, b_1, b_2 \text{ da eq. (5.49);} \quad (5.56)$$

$$\chi = \frac{(\sigma_2 + \sigma_3)}{3f_c} \quad (5.57)$$

Quando lo stato tensionale raggiunge la superficie di rottura S_2 , potrebbe verificarsi la fessurazione del materiale nel piano perpendicolare a σ_1 o eventualmente la rottura per compressione.

5.2.2.3 Tensione biassiale e Compressione uniassiale ($\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq 0 \geq \sigma_3$)

In questo caso la funzione F e la traccia S assumono le seguenti forme (Fig. 5.20 - ANSYS MAPDL Theory Reference, 2013):

$$F(\sigma_1, \sigma_2) = F_3 = \sigma_i \quad (i = 1, 2); \quad (5.58)$$

$$S(\sigma_h, \eta) = S_3 = \frac{f_t}{f_c} \left(1 + \frac{\sigma_3}{f_c}\right) \quad (5.59)$$

Quando lo stato tensionale raggiunge la superficie di rottura S_3 , potrebbe verificarsi la fessurazione del materiale nei piani perpendicolari a σ_1 e/o σ_2 o eventualmente la rottura per compressione.

5.2.2.4 Tensione triassiale ($\sigma_3 \geq 0$)

In questo caso la funzione F e la traccia S assumono le seguenti forme (Fig. 5.20 - ANSYS MAPDL Theory Reference, 2013):

$$F(\sigma_1, \sigma_2) = F_4 = \sigma_i \quad (i = 1, 2, 3); \tag{5.60}$$

$$S(\sigma_h, \eta) = S_4 = \frac{f_t}{f_c} \tag{5.61}$$

Quando lo stato tensionale raggiunge la superficie di rottura S_4 potrebbe verificarsi la fessurazione del materiale nei piani perpendicolari a σ_1 e/o σ_2 e/o σ_3 .

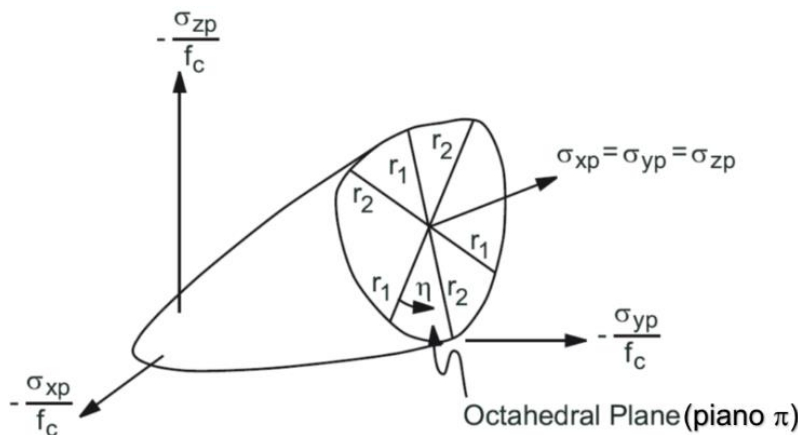


Fig. 5.18. Superficie di rottura di Willam-Warnke (ANSYS MAPDL Theory Reference, 2013).

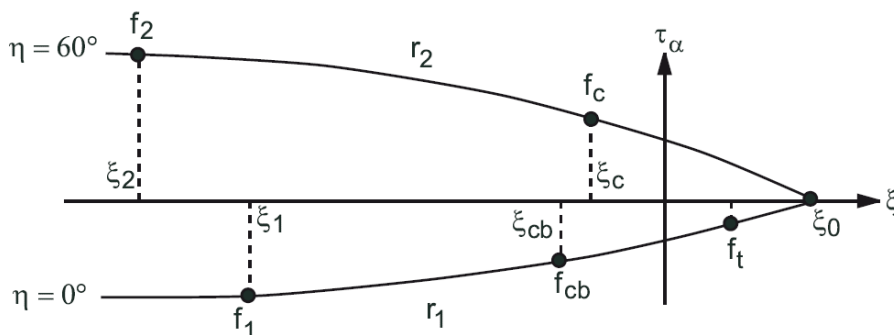


Fig. 5.19. Profilo della superficie di rottura in funzione del parametro $\xi = \frac{\sigma_h}{f_c}$ - ANSYS MAPDL Theory Reference (2013).

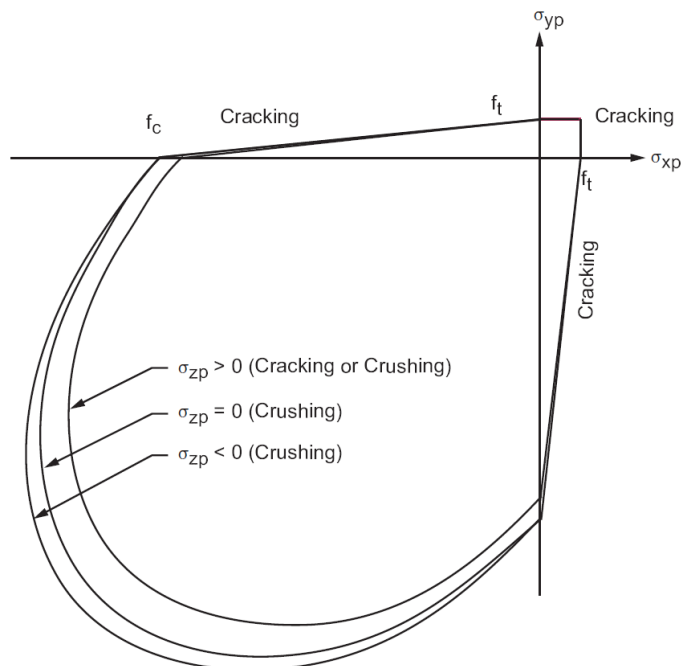


Fig. 5.20. Superficie di rottura di Willam-Warnke in regime tensionale “*quasi*” biassiale (i.e. $|\sigma_{zp}| \ll \min(|\sigma_{xp}|, |\sigma_{yp}|)$) e biassiale ($\sigma_{zp} = 0$) - ANSYS MAPDL Theory Reference (2013).

5.3 Descrizione edificio

La geometria dell'Oratorio di Villa Lippomano è stata desunta da una serie di rilievi, durante i quali, tuttavia, non è stato possibile accedere al sottotetto: la caratterizzazione di una porzione della copertura, non disponendo di altre informazioni, è stata effettuata per analogia, ovvero sulla base delle informazioni disponibili su edifici della stessa tipologia, realizzati nello stesso periodo ed in area limitrofa (Moussalli, 2014). Come si osserva nelle immagini in Fig. 5.21 e nelle tavole riportate in Fig. 5.22 e Fig. 5.23, il corpo dell'edificio appare costituito dall'unione di due volumi: il primo, in corrispondenza dell'ingresso principale, ha forma approssimativamente prismatica, può essere racchiuso in pianta in un rettangolo di $8,4 \times 2,2 \text{ m}$ e dispone di una copertura in legno a due falde; il secondo contiene l'ambiente principale dell'edificio, ha una forma a botte con diametro di circa $8,3 \text{ m}$ e copertura in legno conoidale (Fig. 5.24).

Il piano di imposta della copertura si trova a circa $9,6 \text{ m}$ dal piano di campagna.

Dall'analisi delle sezioni illustrate in Fig. 5.22, realizzate sulla base dei rilievi eseguiti, si nota come l'orditura principale della porzione di copertura a due falde sia costituita da travi in legno stese in direzione *Sud-Nord*. In figura non vengono invece riportate le fondazioni, semplice prosecuzione dei paramenti murari al di sotto del piano di campagna (Moussalli, 2014).

Si assume che la copertura a due falde sia costituita da:

- travi in legno (*n.* 5 travi di sezione $15 \times 15 \text{ cm}$; 560 kg/m^3) stese orizzontalmente in direzione *sud-nord* ed appoggiate sulla muratura (le travi più interne poggiano ad un'estremità, in falso, sulla trave inclinata che, a sua volta, è appoggiata in falso sulla capriata - Fig. 5.24 (b));
- morali in legno (*n.* 20 travi di sezione $8 \times 8 \text{ cm}$; 560 kg/m^3) appoggiati sulle travi in legno;
- tavelloni in laterizio (43 kg/m^2);
- tegole di copertura (28 kg/m^2).

Analogamente, si ipotizza che la copertura conoidale sia costituita da:

- capriata in legno (*n.* 4 travi di sezione $20 \times 20 \text{ cm}$; 560 kg/m^3) appoggiata alle estremità sulla muratura (schematizzata in Fig. 5.24 (b));
- morali in legno (*n.* 55 travi di sezione $8 \times 8 \text{ cm}$; 560 kg/m^3), inclinati, appoggiati ad un'estremità sulla sommità della capriata ed all'altra sulla muratura perimetrale (oppure su una trave inclinata che, a sua volta, appoggia in falso sulla capriata - Fig. 5.24 (b));
- tavelloni in laterizio (43 kg/m^2);
- tegole di copertura (28 kg/m^2).

La schematizzazione strutturale ipotizzata per la copertura (illustrata in Fig. 5.24 (b)) esclude, in condizioni statiche, la presenza di elementi spingenti sulla muratura. Da un punto di vista strutturale, nell'attuale stato di fatto, l'edificio presenta le seguenti caratteristiche:

- fondazioni in muratura;
- struttura portante verticale in muratura di mattoni pieni;
- tirature mediante catene metalliche, nella sola direzione *est-ovest*, a $5,3 \text{ m}$ e $8,4 \text{ m}$ di quota dal piano di campagna, in corrispondenza della facciata di ingresso;
- cintura in acciaio in corrispondenza del piano di imposta della copertura conoidale ($9,6 \text{ m}$ sul piano di campagna);
- copertura in legno (assenza di strutture di impalcato che permettano il collegamento rigido dei paramenti murari in sommità).

Si osserva come l'esecuzione degli interventi di incatenamento (Fig. 5.21 (b),(d)) eviti la possibile espulsione delle angolate alle estremità superiori della facciata principale (Fig. 5.25) ed incrementi la resistenza flessionale della parete nel proprio piano. Tale configurazione evidenzia, come dimostrato da analisi numeriche (par.

5.4.3.7), una vulnerabilità tipica degli edifici di culto in muratura (Gurrieri, 1999), ovvero la possibile formazione di un cuneo di distacco in corrispondenza della parte sommitale della parete *sud*. Il quadro fessurativo presente, testimoniato dalla documentazione fotografica raccolta prima dell'intervento di restauro architettonico (Fig. 5.26 (b)-(e)), presagisce infatti la formazione di cerniere cilindriche verticali ed oblique nella parete *sud* (Fig. 5.26 (b)), collegate al pericoloso meccanismo di primo modo (Fig. 5.26 (a)).



Fig. 5.21. Oratorio di Villa Lippomano a Monticella (TV) - Moussalli (2014): (a) fronte *sud*; (b) particolare ingresso lato *ovest*; (c)-(d) corpo dell'edificio costituito dall'unione di un volume cilindrico a *nord* (a sinistra) ed uno prismatico a *sud* (a destra). In rosso si evidenziano le piastre di ancoraggio delle catene metalliche applicate in direzione *est-ovest* e la cintura metallica al livello di imposta della copertura conoidale.

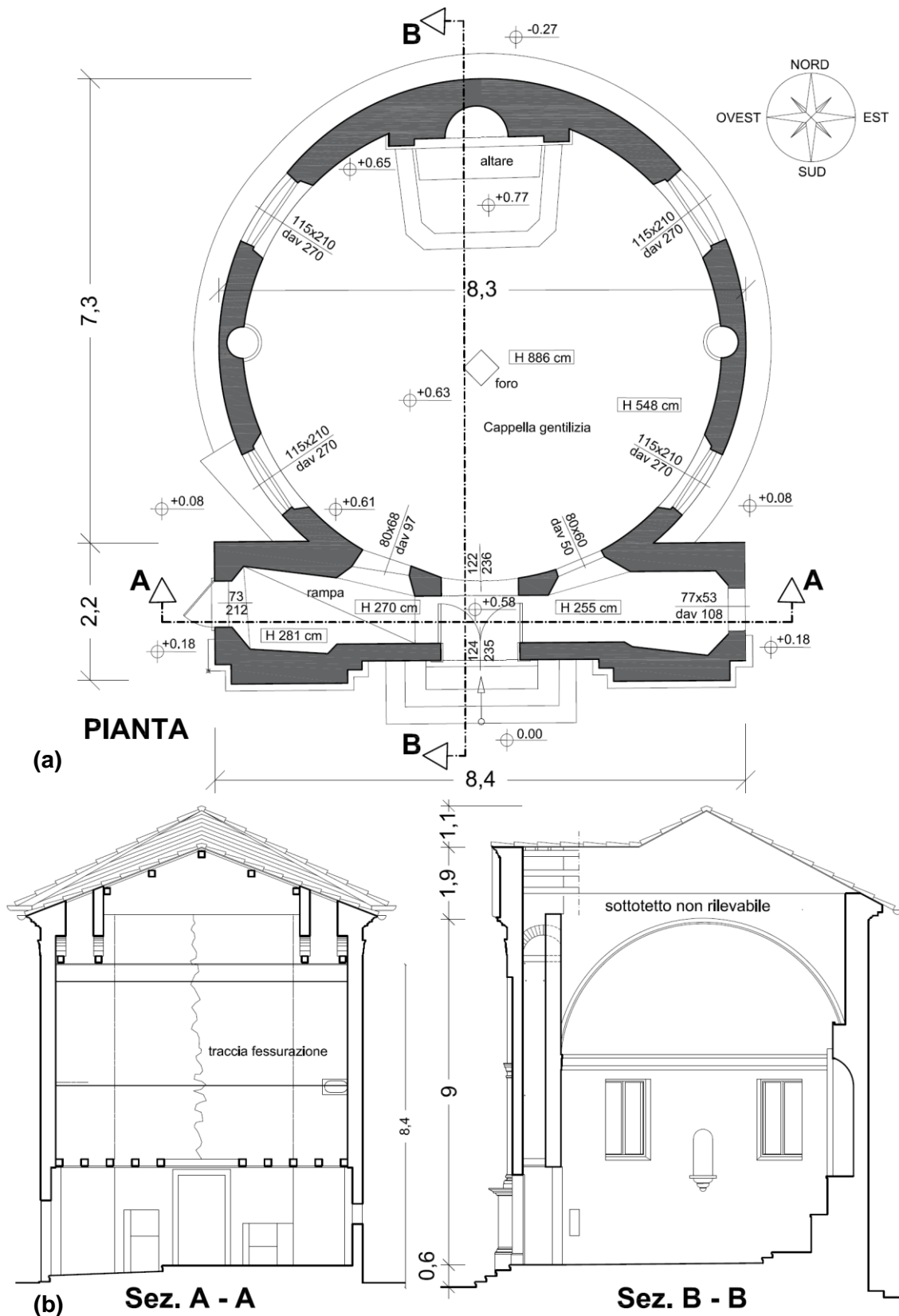
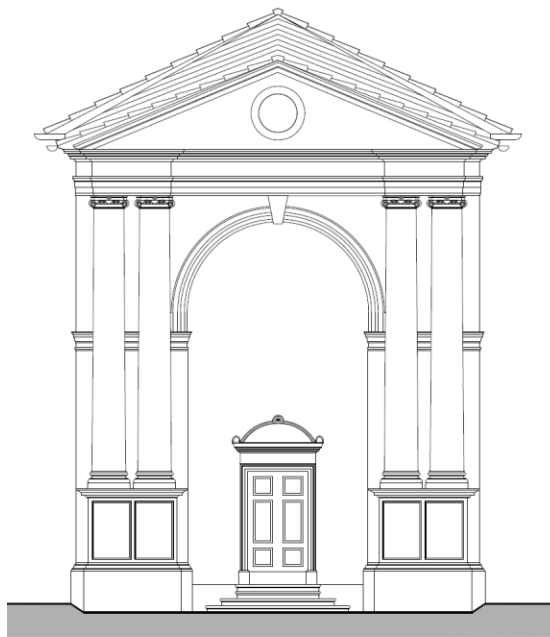
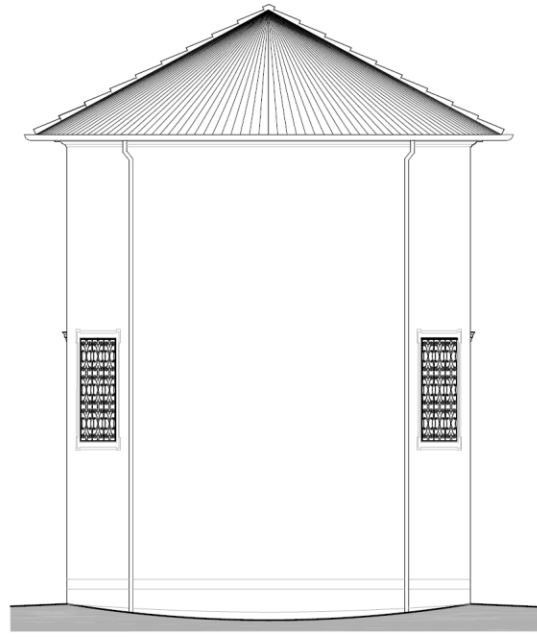


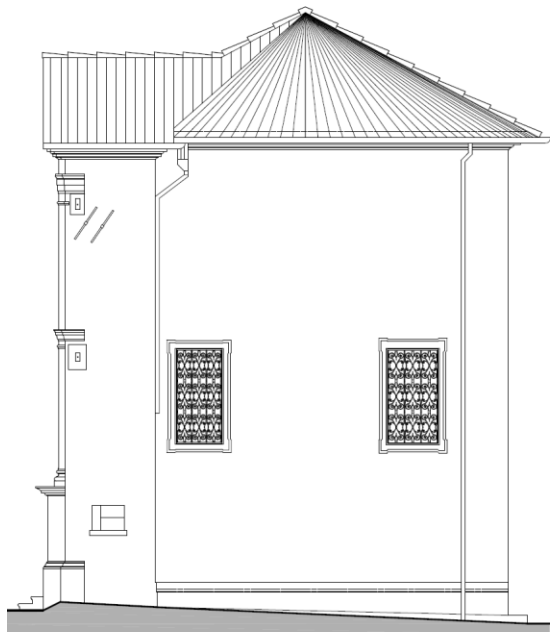
Fig. 5.22. Oratorio di Villa Lippomano a Monticella (TV): (a) pianta; (b) sezioni.



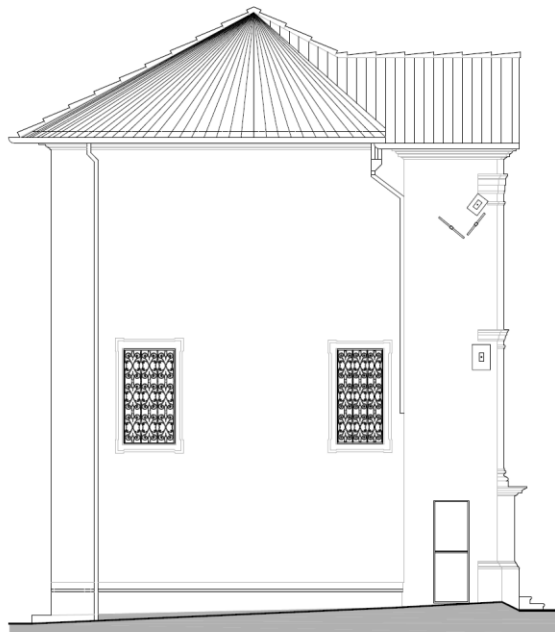
Prospecto SUD
(ingresso principale)
(a)



Prospecto NORD
(b)



Prospecto EST
(c)



Prospecto OVEST
(d)

Fig. 5.23. Prospetti (a) *sud*, (b) *nord*, (c) *est* e (d) *ovest* realizzati dal rilievo dell'Oratorio di Villa Lippomano.

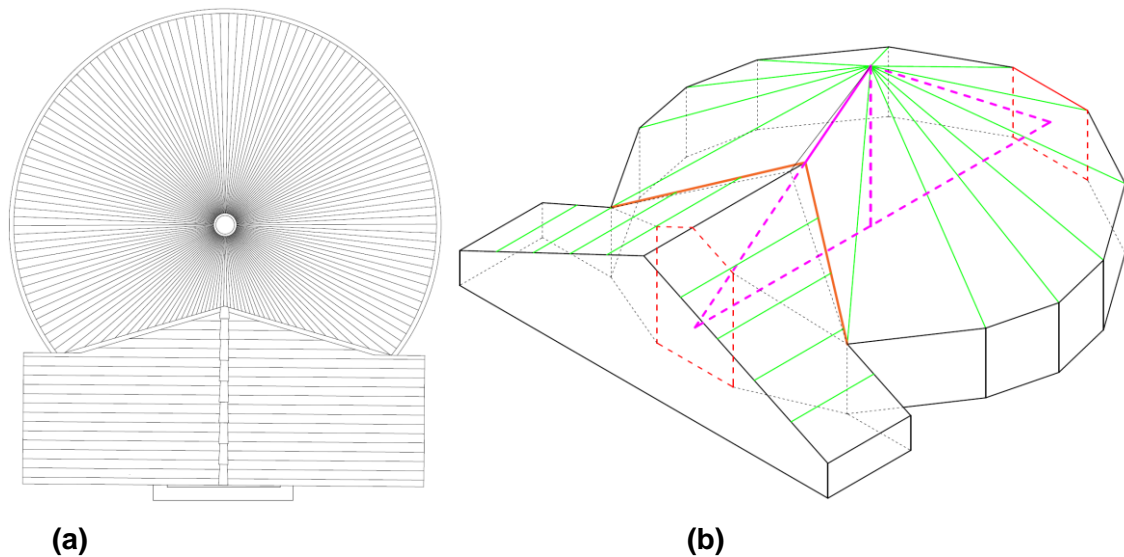


Fig. 5.24. Copertura dell'Oratorio di Villa Lippomano: (a) pianta (Moussalli, 2014); (b) schematizzazione della configurazione strutturale ipotizzata: in viola la capriata di sostegno della copertura conoidale in legno, poggiante sulla muratura portante in corrispondenza delle aree dai contorni tratteggiati in rosso. In arancione le travi diagonali, in falso sulla capriata ad un'estremità, su cui appoggiano i travetti della copertura a falde. In verde si schematizza la direzione di posa delle travi in legno che costituiscono le orditure principali di sostegno del manto di copertura.

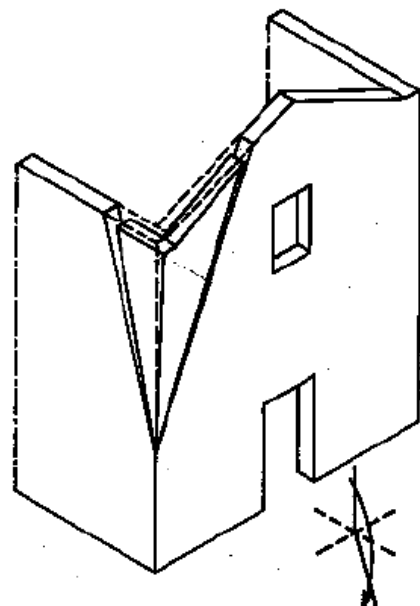


Fig. 5.25. Esempi di meccanismo di ribaltamento del cantonale: (a) foto da Zuccaro e Papa (2001); (b) immagine da Doglioni (2000).

In Fig. 5.26 si evidenzia come le fessure diagonali e verticali presenti nella parete sud (b), stuccate ed attualmente nascoste da un intervento di restauro conservativo, ricalchino le cerniere cilindriche schematizzate da Gurrieri (1999) per illustrare il meccanismo di flessione orizzontale di una parete (a).

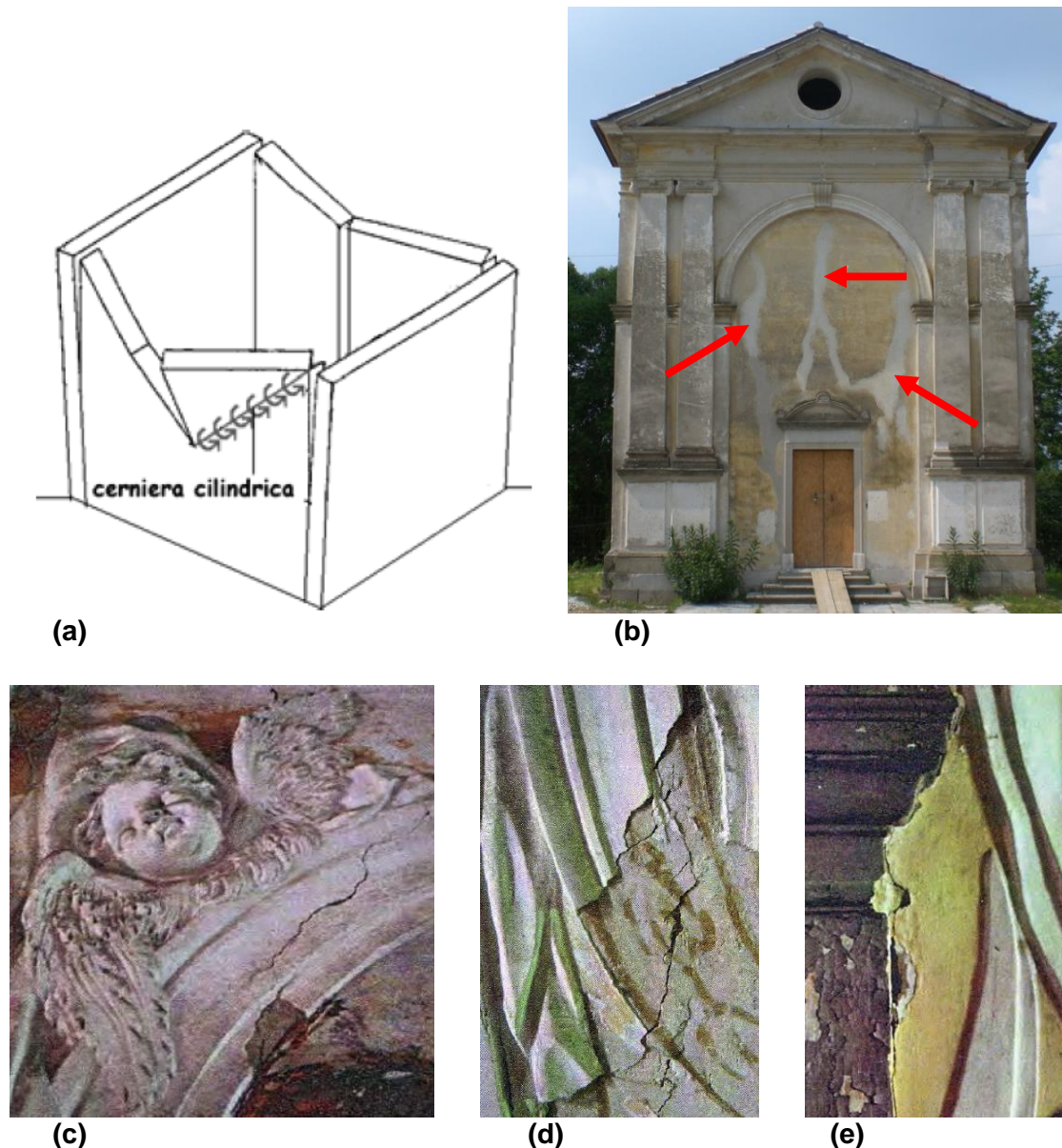


Fig. 5.26. (a) Meccanismo di flessione orizzontale di una parete nella schematizzazione realizzata da Gurrieri (1999); (b) facciata principale (lato *sud*) dell'Oratorio di Villa Lippomano prima degli interventi di restauro conservativo (Moussalli, 2014); (c), (d) ed (e) diffusa presenza di fessure all'interno dell'edificio prima dell'intervento di restauro conservativo recentemente eseguito.

5.4 Modellazione ed analisi dell'edificio a base fissa

La modellazione dell'edificio, realizzata mediante discretizzazione ad elementi finiti, è stata condotta scegliendo di trattare la muratura come un solido omogeneo (*modello continuo*) a cui assegnare opportune proprietà medie macroscopiche (*materiale omogeneo equivalente*). Rispetto ad un *modello discontinuo* (*discrete modelling*), dove i mattoni e la loro interfaccia (i.e. giunti di malta) sono trattati distintamente, tale scelta riduce l'onere computazionale (grazie alla riduzione del numero di gradi di libertà del sistema), ma anche l'accuratezza della soluzione, specie

se all'interno della stessa struttura sono state utilizzate differenti tecniche costruttive (Cannizzaro, 2011). Tuttavia, poiché lo scopo di questo studio consiste nella valutazione del comportamento globale della struttura (a base fissa e isolata) e riprendendo le considerazioni riportate ai par. 5.1 e 5.2, si ritiene che tale sia la scelta più indicata.

La volontà di mettere in luce la risposta reale, non lineare, dell'edificio in muratura e dei dispositivi di isolamento elastomerici durante un evento sismico, ha indirizzato la scelta di eseguire analisi dinamiche (*time history analysis*) non lineari. Tale scelta risulta generalmente onerosa da un punto di vista computazione e, per tale motivo, le analisi dinamiche sono state svolte utilizzando due diversi *software* che, attraverso il *metodo degli elementi finiti (FEM)*, permettono di descrivere i fenomeni non lineari con diversi gradi di dettaglio e, quindi, con diversi oneri computazionali. In particolare, con riferimento al materiale muratura, sono stati utilizzati i seguenti programmi di calcolo:

- *SAP2000*, con modellazione della muratura tramite elementi *shell* dal comportamento elastico lineare;
- *ANSYS Mechanical APDL (ANSYS MAPDL)*, con modellazione della muratura tramite elementi solidi (*SOLID65*) dal comportamento non lineare.

Sono state considerate 4 diverse configurazioni dell'edificio a base fissa, la prima delle quali relativa all'edificio originario e le altre 3 corrispondenti a livelli di miglioramento sismico crescente.

Attraverso analisi dinamiche non lineari, eseguite in *ANSYS MAPDL*, è stato determinato l'istante in cui avviene la prima visibile fessurazione della muratura in ognuna delle 4 configurazioni considerate. Lo stato di danneggiamento della muratura in tale istante è stato messo in relazione con lo stato tensionale derivato dall'analisi dinamica non lineare effettuata con *SAP2000*. Come mostrato nel seguito, le zone di muratura danneggiate, individuate con *ANSYS MAPDL*, risultano con buona approssimazione quelle in cui la tensione, valutata tramite *SAP2000*, supera la tensione di trazione ammissibile del materiale.

5.4.1 Caratterizzazione meccanica della muratura

Come indicato al par. 5.2, il *livello di conoscenza* acquisito rientra nella categoria *LC1* e "si intende raggiunto quando siano stati effettuati il rilievo geometrico, verifiche in situ limitate sui dettagli costruttivi ed indagini in situ limitate sulle proprietà dei materiali" (Circ. NTC n.617 par. C8A.1.A.4).

Il *livello di conoscenza* determina il metodo di analisi ammesso dalla normativa che, nel caso in esame, deve essere condotta in campo lineare (Circ. NTC n. 617 Tab. C8A.1.2).

In funzione degli scopi del presente studio, tuttavia, si è voluto modellare l'edificio in modo tale da visualizzarne anche il possibile danneggiamento: per realizzare tale obiettivo, la struttura in muratura è stata discretizzata con elementi finiti (*SOLID65*) a cui, in *ANSYS MAPDL*, è possibile assegnare il legame elastico-perfettamente plastico di *Drucker-Prager* (par. 5.2.1.2) e quello a rottura di *Willam-Warnke* (par. 5.2.2).

Le informazioni disponibili per l'edificio in esame, ovvero tipologia di muratura, composizione e apparecchiatura, sono state completate sulla base delle indicazioni normative (Circ. NTC n.617, 2009 Tab. C8A.2.1) e dei riscontri osservati, attraverso simili modellazioni, da altri autori (Betti e Vignoli, 2008; Sorace e Terenzi, 2011; Betti e Galano, 2012; Choudhury et al., 2014).

In accordo con le prescrizioni normative per il *livello di conoscenza LC1* (Circ. NTC n.617, 2009 Tab. C8A.1.1), è stato assunto un modulo elastico assiale ($E = 1.500 \text{ MPa}$) medio, rispetto all'intervallo di valori in Tab. C8A.2.1 (Circ. NTC n.617, 2009), per la tipologia di muratura "*in mattoni pieni e malta di calce*", di cui è stato adottato anche il peso specifico medio ($\gamma = 1.800 \text{ kg/m}^3$).

I valori scelti per la coesione ($c = 0,09 \text{ MPa}$) e l'angolo di attrito ($\phi = 38^\circ$), sono gli stessi adottati da Betti e Galano (2012) per il Palazzo del Vicario a Pescia, un edificio in muratura di mattoni pieni, e da Betti e Vignoli (2008) per l'Abbazia di Farneta a Cortona, realizzata in mattoni e pietra.

Sono state effettuate simili considerazioni per la scelta dell'angolo di dilatanza ($\phi_{dil} = 15^\circ$) e dei coefficienti di trasmissione del taglio attraverso le fessure (aperta: $\beta_t = 0,15$; chiusa: $\beta_c = 0,75$), analoghi a quelli adottati da Betti e Vignoli (2008), Sorace e Terenzi (2011), Betti e Galano (2012).

Il valore di resistenza a compressione assegnato al materiale ($f_c = 3,2 \text{ MPa}$) è pari alla media dell'intervallo di valori riportato in Tab. C8A.2.1 (Circ. NTC n.617, 2009); non è stato quindi assunto il valore più piccolo ($f_c = 2,4 \text{ MPa}$), come indicato dalla normativa per il livello di conoscenza *LC1* (Circ. NTC n.617, 2009 Tab. C8A.1.1), poiché ritenuto eccessivamente penalizzante rispetto ai valori adottati da Betti e Vignoli, (2008; $f_c = 4 \text{ MPa}$) e da Betti e Galano (2012; $f_c = 4 \text{ MPa}$).

Il valore assunto per la resistenza a trazione ($f_t = 0,10 \text{ MPa}$) è lo stesso adottato da Betti e Vignoli (2008), ovvero leggermente più cautelativo di quello assegnato al materiale muratura da Betti e Galano (2012; $f_t = 0,12 \text{ MPa}$).

I parametri assegnati al materiale muratura, per l'edificio in esame, sono riassunti in Tab. 2 e Tab. 3:

<i>Tipologia di muratura</i>	<i>mattoni pieni e malta di calce</i>
<i>Composizione e apparecchiatura</i>	<i>muratura a 3 e 4 teste con mattoni posti di fascia</i>
<i>Densità di massa</i>	$\gamma = 1.800 \text{ kg/m}^3$
<i>Modulo elastico assiale (secante)</i>	$E = 1.500 \text{ MPa}$
<i>Coefficiente di Poisson</i>	$\nu = 0,20$
<i>Coazione interna</i>	$c = 0,09 \text{ MPa}$
<i>Angolo di attrito interno</i>	$\phi = 38^\circ$
<i>Angolo di dilatazione</i>	$\phi_{dil} = 15^\circ$

Tab. 2. Caratteristiche assegnate al modello elastico (SAP2000) ed elastico-perfettamente plastico della muratura (criterio di Drucker-Prager – ANSYS MAPDL).

<i>Coeff. trasferimento taglio (crack: aperto)</i>	$\beta_t = 0,15$
<i>Coeff. trasferimento taglio (crack: chiuso)</i>	$\beta_c = 0,75$
<i>Resistenza ultima a compressione</i>	$f_c = 3,20 \text{ MPa}$
<i>Resistenza ultima a trazione</i>	$f_t = 0,10 \text{ MPa}$

Tab. 3. Caratteristiche assegnate al modello a rottura della muratura (criterio di Willam-Warnke – modello del materiale "Concrete" in ANSYS MAPDL).

5.4.2 Definizione dell'azione sismica per *Time History Analysis*

In ambito sismico, le analisi dinamiche (*time history analysis*) vengono svolte, generalmente, risolvendo un sistema di equazioni di equilibrio dinamico in cui la forzante è costituita da *accelerogrammi*, che rappresentano la storia temporale delle 2 (o 3, a seconda della struttura oggetto di studio) componenti accelerometriche indipendenti di un terremoto.

Sulla base delle indicazioni normative (D.M. 2008 par. 7.2.1), la componente verticale dell'azione sismica "deve essere considerata solo in presenza di elementi pressoché orizzontali con luce superiore a 20 m, elementi precompressi, elementi a mensola di luce superiore a 4 m, strutture di tipo spingente, pilastri in falso, edifici con piani sospesi, ponti, costruzioni con isolamento nei casi specificati in § 7.10.5.3.2 (ovvero quando il rapporto tra la rigidezza verticale del sistema di isolamento e quella laterale equivalente risulti inferiore a 800) e purché il sito nel quale la costruzione sorge non

ricada in zona 3 o 4". Nel caso in esame non è stato quindi necessario considerare la componente verticale dell'azione sismica.

Rappresentando i terremoti che potrebbero colpire l'edificio, gli accelerogrammi devono quindi essere *compatibili* con lo *spettro di risposta elastico* previsto per il particolare sito di ubicazione della costruzione (D.M. 2008 par. 3.2.3.6).

Nel caso in esame, a questo scopo, sono stati utilizzati accelerogrammi *artificiali spettro-compatibili*, generati con il software *SIMQKE_GR (SIMulation of earthQuAKE Ground motions* - versione 2.7 del 09/07/2012).

Nel caso di una struttura isolata alla base, come indicato dalla normativa vigente (DM 2008 par. 7.10.6.2), le verifiche agli Stati Limite Ultimi dovranno essere svolte con riferimento allo *Stato Limite di Salvaguardia della Vita (SLV)* per sotto e sovrastruttura, ed allo *Stato Limite di Collasso (SLC)* per i dispositivi di isolamento.

5.4.2.1 Spettri di risposta elastici (SLV - SLC)

I parametri utilizzati per la definizione degli spettri di risposta elastici (SLV ed SLC - Fig. 5.27) sono i seguenti:

- *Sito*: Monticella, latitudine 45° 53' 31" N, longitudine 12° 18' 19" E;
- *Categoria di sottosuolo*: C;
- *Categoria topografica*: T1;
- *Vita Nominale*: $V_N \geq 50$ anni;
- *Struttura regolare in altezza*.

Inoltre, dal momento che l'edificio è di proprietà privata e non sono previsti affollamenti significativi, si è ritenuto di adottare la Classe d'uso *II* (DM 2008 par. 2.4.2), corrispondente a "*costruzioni il cui uso preveda normali affollamenti, senza contenuti pericolosi per l'ambiente e senza funzioni pubbliche e sociali essenziali*", ritenuta corretta per il caso in esame poiché l'edificio è di uso privato.

La definizione dello spettro di risposta di un edificio richiede l'introduzione di un coefficiente di smorzamento viscoso equivalente ξ per l'intero sistema, che può cautelativamente essere assunto pari al 5% (D.M. 2008 par. 3.2.3.6) anche per le strutture in muratura.

In Fig. 5.27 si illustrano gli spettri elastici di risposta orizzontale generati per:

- *Stato Limite di Salvaguardia della Vita (SLV)*, a cui corrisponde il *periodo di ritorno* $T_R = 475$ anni ed una *probabilità di superamento nel periodo di riferimento* $P_{V_R} = 10\%$;

- Stato Limite di Collasso (SLC), a cui corrisponde il periodo di ritorno $T_R = 975$ anni e una probabilità di superamento nel periodo di riferimento $P_{V_R} = 5\%$.

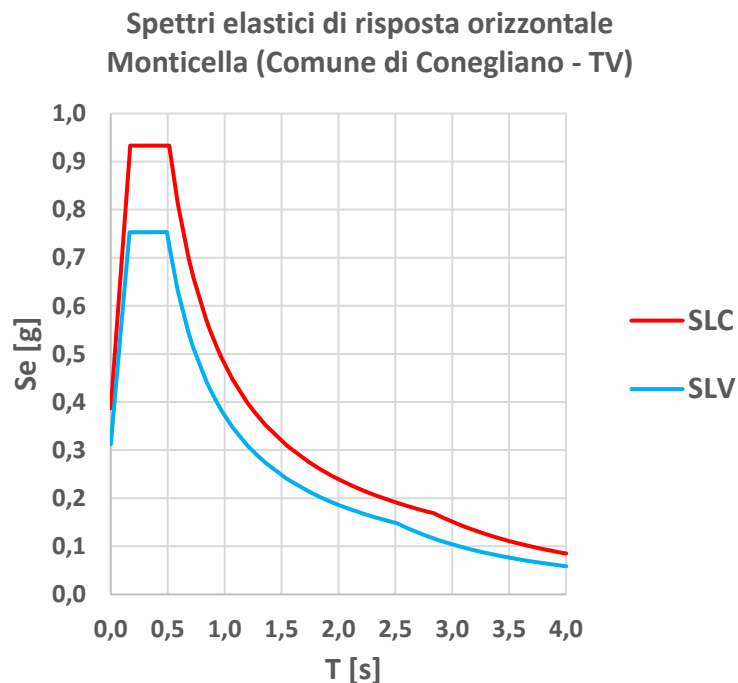


Fig. 5.27. Spettri elastici di risposta orizzontale per Monticella (Comune di Conegliano – TV): (blu) SLV; (rosso) SLC - $\xi = 5\%$.

Tali spettri sono caratterizzati dai parametri riportati in Tab. 4.

Parametri indipendenti		Parametri indipendenti	
STATO LIMITE	SLV	STATO LIMITE	SLC
a_d	0.228 g	a_d	0.309 g
F_o	2.412	F_o	2.410
T_C	0.324 s	T_C	0.343 s
S_S	1.369	S_S	1.253
C_C	1.523	C_C	1.494
S_T	1.000	S_T	1.000
q	1.000	q	1.000

Parametri dipendenti		Parametri dipendenti	
S	1.369	S	1.253
η	1.000	η	1.000
T_B	0.165 s	T_B	0.171 s
T_C	0.494 s	T_C	0.513 s
T_D	2.514 s	T_D	2.838 s

Tab. 4. Parametri dello spettro di risposta orizzontale per Monticella (Comune di Conegliano - TV): (a) SLV; (b) SLC – da foglio elettronico *Spettri-NTC* ver. 1.0.3.

5.4.2.2 Spettro-compatibilità degli accelerogrammi

Come indicato dalla normativa (D.M. 2008 par. 3.2.3.6), ciascun accelerogramma deve presentare una durata della parte *pseudo-stazionaria* superiore a 10 s, seguita da tratti di ampiezza crescente da zero e decrescente a zero, in modo tale che la durata complessiva sia almeno pari a 25 s.

Inoltre, nell'intervallo $0,15 s \div \max(2,0 s; 2T)$, dove T rappresenta il periodo fondamentale di vibrazione della struttura a base fissa, l'ordinata spettrale media associata agli accelerogrammi non deve presentare uno scarto in difetto maggiore del 10% rispetto alla corrispondente ordinata dello spettro di progetto (nel caso di costruzioni con isolamento sismico, l'intervallo di coerenza è $0,15 s \div 1,2T_{is}$, dove T_{is} è il periodo fondamentale di vibrazione della struttura isolata).

La normativa non vincola superiormente le ordinate dello spettro medio associato agli accelerogrammi; appare tuttavia opportuno porre un limite allo scarto in eccesso, rispetto ai corrispondenti valori dello spettro di progetto, pari al 20% (Cescutti, 2013).

Nel caso in esame, i requisiti normativi sono stati rispettati imponendo agli accelerogrammi le seguenti caratteristiche:

- limite inferiore del campo di periodi nel quale garantire la coerenza dello spettro del segnale generato allo spettro di progetto: $T_S = 0,02 s$;
- limite superiore del campo di periodi nel quale garantire la coerenza dello spettro del segnale generato allo spettro di progetto: $T_L = 4 s$;
- istante temporale nel quale ha inizio il tratto stazionario dell'accelerogramma: $T_{RISE} = 5 s$;
- durata della parte stazionaria: $T_{LVL} = 20 s$;
- durata complessiva dell'accelerogramma: $DUR = 25 s$.

La verifica di spettro-compatibilità dei 3 accelerogrammi orizzontali generati (D.M. 2008 par. 7.3.5) è riportata in Fig. 5.29, dove la curva tratteggiata descrive lo spettro di progetto, quelle rosse gli spettri ottenuti scalando le ordinate dello spettro di progetto (-10% e +20%; tali curve costituiscono quindi i limiti di *spettro-compatibilità*), mentre in verde è riportato l'andamento dello spettro medio associato agli accelerogrammi.

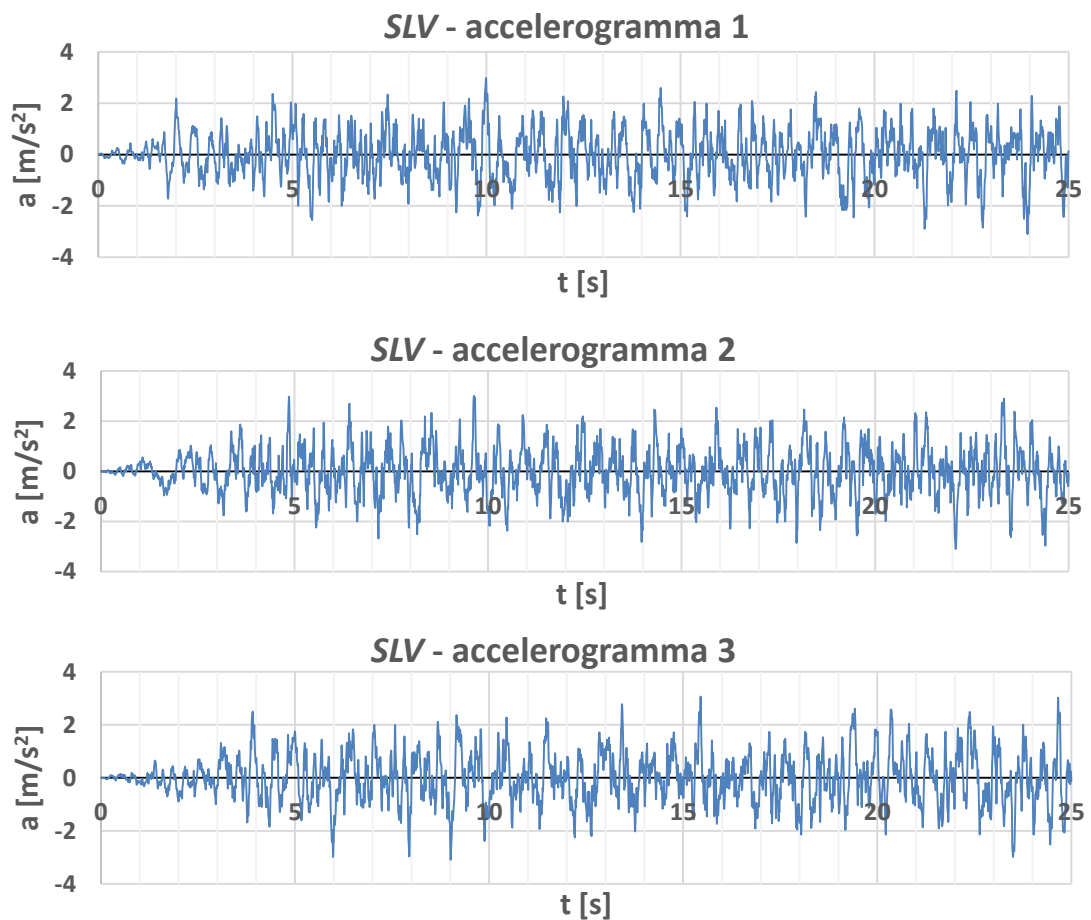


Fig. 5.28. Accelerogrammi artificiali compatibili con lo spettro elastico orizzontale per SLV.

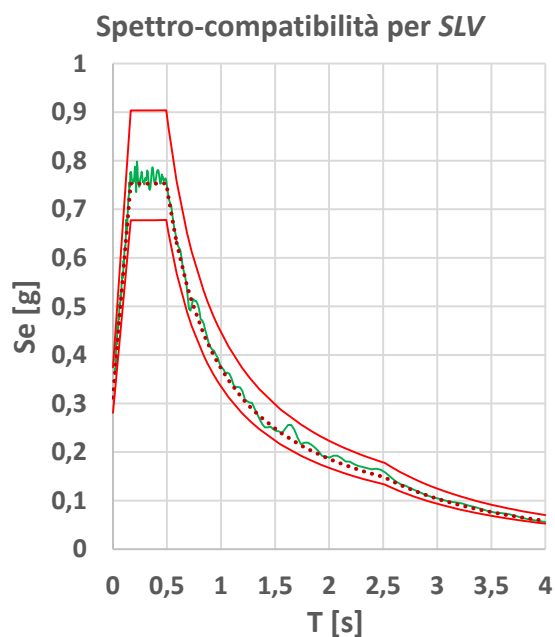


Fig. 5.29. Verifica di spettro-compatibilità dei 3 gruppi accelerogrammi generati per SLV. La curva tratteggiata rappresenta lo spettro elastico di progetto (SLV), quelle rosse gli spettri ottenuti scalando le ordinate dello spettro di progetto (-10%; +20%). La curve verde rappresenta lo spettro medio associato agli accelerogrammi generati e risulta sempre compresa tra le due curve limite.

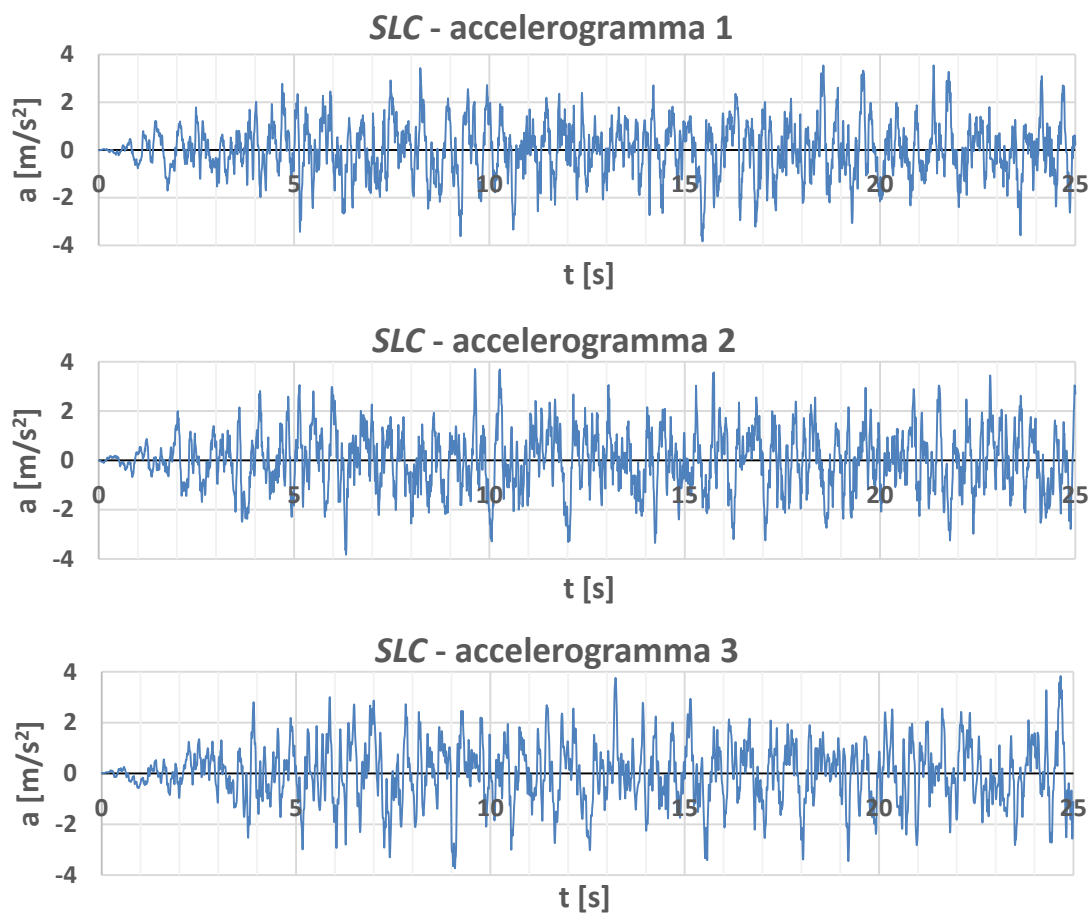


Fig. 5.30. Accelerogrammi artificiali spettrocompatibili per SLC.

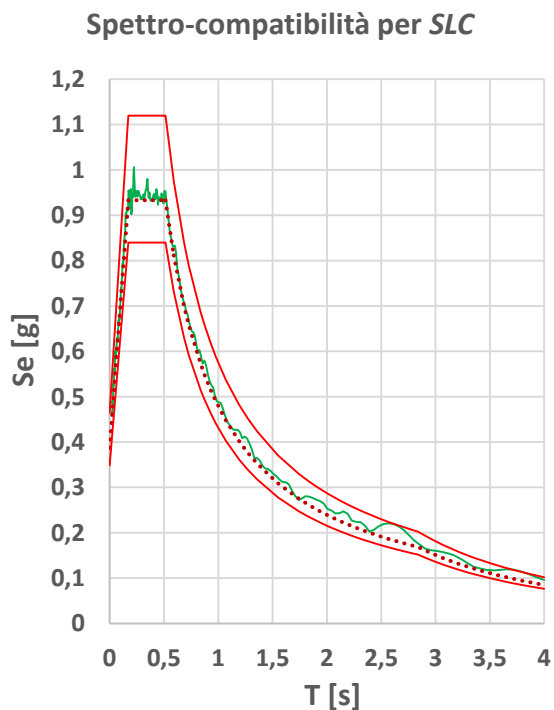


Fig. 5.31. Verifica di spettro-compatibilità dei 3 gruppi di accelerogrammi generati per SLC: la curva verde, che rappresenta lo spettro medio associato agli accelerogrammi generati, risulta sempre compresa tra la curva limite inferiore (-10%) e quella superiore (+20%).

5.4.3 Analisi con ANSYS Mechanical APDL

In ANSYS MAPDL le pareti in muratura dell'edificio sono state modellate utilizzando elementi solidi tridimensionali a 8 nodi (ciascuno dotato di 3 *gdl* - tutti traslazionali), di forma esaedrica (come raccomandato dal produttore – ANSYS Mechanical APDL Element Reference, 2013), chiamati *SOLID65* (Fig. 5.32).

Tale elemento permette di considerare, o meno, la presenza di barre di rinforzo (*rebar*); gli possono essere inoltre assegnate le proprietà del materiale denominato “Concrete”, che implementa il criterio di rottura di *Willam e Warnke* (1975), i cui fondamenti sono stati descritti al par. 5.2.2. Tale opzione permette di tenere conto del possibile indebolimento del materiale dovuto alla fessurazione (raggiungimento della massima resistenza a trazione - *cracking*) oppure del suo completo collasso per raggiungimento della massima resistenza a compressione (*crushing*) – par. 5.4.3.1.

E' possibile assegnare all'elemento *leggi di scorrimento associate o non associate* (i.e. *associated / non.associated flow rule* – par. 5.2.1) e quindi computare nel corso dell'analisi i fenomeni dissipativi dovuti alle eventuali plasticizzazioni della struttura.

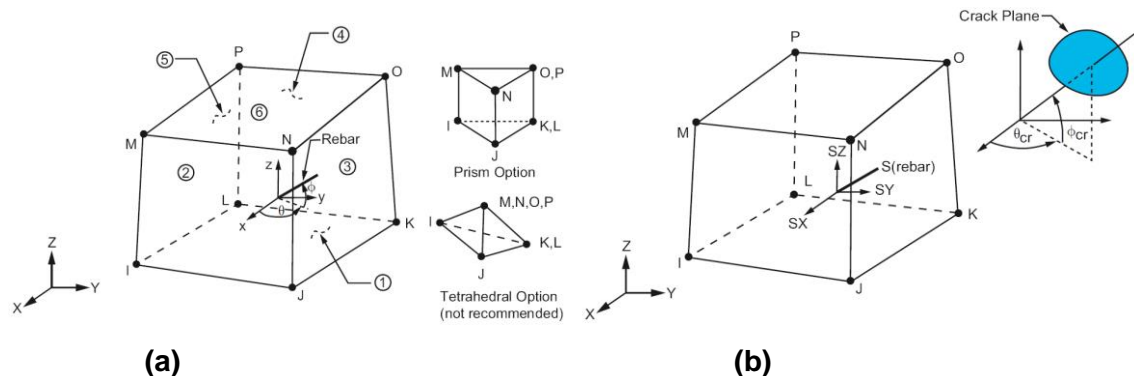


Fig. 5.32. Elemento *SOLID65*. (a) geometria (gli angoli servono ad identificare l'inclinazione delle barre di rinforzo – *rebar*); (b) angoli che identificano l'inclinazione del piano di frattura, generato nel punto di quadratura dal raggiungimento della massima tensione di trazione ammissibile f_t nella direzione (principale) uscente dal piano di frattura. In ogni punto di quadratura è permessa la contemporanea formazione di un piano di frattura per ognuna delle 3 direzioni principali.

5.4.3.1 Modellazione della frattura (*crack*) e della completa rottura (*crush*)

Il raggiungimento della massima tensione di trazione ammissibile secondo il criterio di *Willam e Warnke*, implica l'apertura di una fessura in corrispondenza del punto di integrazione (*crack*): l'indebolimento del materiale (*softening*) normalmente alle facce della frattura richiede la modifica del legame *tensione (trazione) - deformazione* in quella direzione.

In condizioni fessurate si osserva come le asperità presenti sulle facce della fessura consentano comunque la trasmissione, per attrito ed ingranamento, di una certa

quota degli sforzi tangenziali; tale quota potrebbe aumentare nel caso in cui, grazie alla natura ciclica dei carichi sismici, si verifichi una deformazione di segno opposto tale da richiudere la fessura per compressione (oss.: la deformazione totale è la somma di una quota reversibile e di una permanente, quest'ultima valutata da legame elastico-perfettamente plastico alla *Drucker-Prager* - par. 5.2.1.2 e par. 5.4.3.2).

La matrice che descrive i legami tensione-deformazione per il materiale in condizione elastica, assumendo un comportamento (inizialmente) isotropo, è:

$$[D]_{6 \times 6} = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} (1-\nu) & \nu & \nu & & & \\ \nu & (1-\nu) & \nu & & & \\ \nu & \nu & (1-\nu) & & & \\ & & & [0]_{3 \times 3} & & \\ & & & & \frac{(1-2\nu)}{2} & 0 & 0 \\ & & & & 0 & \frac{(1-2\nu)}{2} & 0 \\ & & & & 0 & 0 & \frac{(1-2\nu)}{2} \end{bmatrix} \quad (5.62)$$

con:

E modulo di *Young*;

ν coefficiente di *Poisson*,

Nell'istante in cui, nel punto di quadratura, viene raggiunta la massima tensione di trazione ammissibile f_t secondo il criterio di *Willam-Warnke*, la matrice $[D]$ viene sostituita dalla matrice $[D^{ck}]$; ipotizzando che il valore limite (f_t) venga raggiunto in un'unica direzione (e.g. x^{ck} , dove l'indice "ck" specifica che il legame sforzo-deformazione si riferisce ad un sistema di riferimento parallelo alle direzioni delle tensioni principali nel punto, con asse x^{ck} perpendicolare alla facce della fessura), la matrice $[D^{ck}]$ assume la seguente forma (*ANSYS MAPDL Theory Reference*, 2013):

$$[D^{ck}]_{6 \times 6} = \frac{E}{(1+\nu)} \begin{bmatrix} R^t \frac{(1+\nu)}{E} & \nu & \nu & & & \\ \nu & \frac{1}{(1-\nu)} & \frac{\nu}{(1-\nu)} & & & \\ \nu & \frac{\nu}{(1-\nu)} & \frac{1}{(1-\nu)} & & & \\ & & & [0]_{3 \times 3} & & \\ & & & & \frac{\beta_t}{2} & 0 & 0 \\ & & & & 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ & & & & 0 & 0 & \frac{\beta_t}{2} \end{bmatrix} \quad (5.63)$$

dove:

R^t *modulo secante*, nel punto di quadratura soggetto a fessurazione, nella direzione ortogonale alle facce della fessura (in questo esempio x^{ck}), definita attraverso i

parametri T_c ed ε^{ck} – ortogonalmente al piano di fessurazione, quando la soluzione converge, si avrà $R^t = 0$ (Fig. 5.33).

T_c coefficiente moltiplicativo che descrive l'ammontare del rilassamento della tensione di trazione all'atto della formazione della fessura nel punto di quadratura (Fig. 5.33), necessario a velocizzare la convergenza della soluzione (*default*: $T_c = 0,6$);

β_t coefficiente di trasmissione del taglio attraverso la fessura aperta;

ε^{ck} deformazione nella direzione ortogonale alle facce della fessura (*strain crack*), permette di definire lo stato di apertura o chiusura della fessura nel punto di integrazione (in questo caso $\varepsilon^{ck} = \varepsilon_x^{ck}$; se $\varepsilon^{ck} < 0 \Rightarrow$ la fessura è chiusa).

Nel caso in cui, nel punto di integrazione soggetto a *crack* (e.g. in direzione x^{ck}), il valore assunto dalla deformazione ε^{ck} segnali la chiusura della fessura, la matrice $[D^{ck}]$ diventa:

$$[D^{ck}]_{6 \times 6} = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} (1-\nu) & \nu & \nu & & & \\ \nu & (1-\nu) & \nu & & & \\ \nu & \nu & (1-\nu) & & & \\ & & & [0]_{3 \times 3} & & \\ & & & & \beta_c \frac{(1-2\nu)}{2} & 0 \\ & & & & 0 & \frac{(1-2\nu)}{2} \\ & & & & 0 & 0 \\ & & & & & & \beta_c \frac{(1-2\nu)}{2} \end{bmatrix} \quad (5.64)$$

con

β_c coefficiente di trasmissione del taglio attraverso la fessura chiusa.

Il raggiungimento della tensione limite f_t in un punto di quadratura potrebbe verificarsi per ognuna delle 3 direzioni principali, singolarmente, a coppie o in tutte contemporaneamente, così come la successiva eventuale richiusura della fessura stessa; per l'elemento *SOLID65* vengono quindi considerate 16 possibili condizioni di fessurazione.

Con riferimento ai risultati osservati in letteratura, le condizioni rappresentative di una lesione reale, evidente anche sulla superficie del paramento murario, richiedono il raggiungimento della tensione limite f_t in almeno 2 direzioni principali (Petri, 2011) (condizione evidenziata in rosso in Tab. 5).

In Tab. 5 si evidenzia inoltre come la condizione di danneggiamento da compressione (uniassiale, biassiale o triassiale - in blu), assegna il completo collasso (*crash*) dell'elemento in corrispondenza del punto di quadratura in tutte le direzioni principali (i.e. la rigidità dell'elemento in quel punto di quadratura verrà poi ignorata).

Status	Status in Direction 1	Status in Direction 2	Status in Direction 3
1	Crushed	Crushed	Crushed
2	Open	Neither	Neither
3	Closed	Neither	Neither
4	Open	Open	Neither
5	Open	Open	Open
6	Closed	Open	Open
7	Closed	Open	Neither
8	Open	Closed	Open
9	Closed	Closed	Open
10	Open	Closed	Neither
11	Open	Open	Closed
12	Closed	Open	Closed
13	Closed	Closed	Neither
14	Open	Closed	Closed
15	Closed	Closed	Closed
16	Neither	Neither	Neither

Tab. 5. Possibili condizioni di fessurazione, con riferimento alle direzioni principali (ortogonali alle facce delle fessure), in un punto di integrazione dell'elemento *SOLID65* (*ANSYS MAPDL Element Reference*, 2013).

Il raggiungimento della massima tensione di compressione ammissibile secondo il criterio di *Willam* e *Warnke*, in un punto di quadratura, implica viceversa l'immediata e completa perdita di integrità strutturale del materiale: il contributo del materiale alla rigidità dell'elemento in quel punto di integrazione viene quindi ignorato (*ANSYS MAPDL Theory Reference*, 2013).

Nel caso in esame, la superficie di rottura di *Willam* e *Warnke* è stata determinata indicando, oltre ai parametri elastici ed ai coefficienti di trasmissione del taglio β_t e β_c , i soli valori della massima resistenza ammissibile a trazione f_t e a compressione f_c (Tab. 3); le altre tre costanti, di valore incognito, ma necessarie alla definizione del dominio, hanno assunto i valori di *default* imposti dal programma pari a (*ANSYS MAPDL Theory Reference*, 2013):

$$\begin{aligned}
 f_{cb} &= 1,2f_c; \\
 f_1 &= 1,45f_c; \\
 f_2 &= 1,725f_c.
 \end{aligned}
 \tag{5.65}$$

Viene utilizzato il valore indicato di *default* per il fattore moltiplicativo che esprime il rilassamento istantaneo della tensione di trazione ($T_c = 0,6$), utile a velocizzare la convergenza della soluzione nel caso di raggiungimento, nel punto di quadratura, dello stato di fessurazione del materiale.

5.4.3.2 Modellazione del comportamento elasto-plastico della muratura

Il modello *CONCRETE* implementato in *ANSYS* permette di descrivere il comportamento fratturante del materiale; tuttavia, imponendo la completa rottura a compressione una volta raggiunta la frontiera del dominio di *Willam* e *Warnke* (par. 5.4.3.1), non è in grado di descrivere il comportamento duttile del materiale compresso.

Per tenere conto dei fenomeni dissipativi non legati alla fessurazione, è stato allora utilizzato anche il modello implementato in *ANSYS* sulla base del criterio di snervamento di *Drucker-Prager* (par.5.2.1.2).

Tale criterio assume un comportamento elastico-perfettamente plastico del materiale sia a compressione che a trazione e, di conseguenza, trascura i fenomeni di *softening* tipici della muratura. Data la necessità di condurre l'analisi in presenza di carichi sismici, di natura ciclica, tale approssimazione appare comunque accettabile, come indicato dai buoni riscontri ottenuti da altri autori che hanno utilizzato analoghi legami (Betti e Vignoli (2008); Sorace e Terenzi (2011), Betti e Galano (2012); Choudhury et al.(2014)).

In Fig. 5.33 viene schematizzato l'artificio utilizzato dal *software* per favorire la convergenza della soluzione all'atto dell'apertura di una fessura. Il parametro T_c (*default*: $T_c = 0,6$), descrive l'ammontare del rilassamento "istantaneo" della tensione di trazione f_t in funzione della deformazione ε^{ck} , che tiene conto della storia deformativa precedente: quando la soluzione converge, ortogonalmente al piano della fessura si avrà $R_t = 0$.

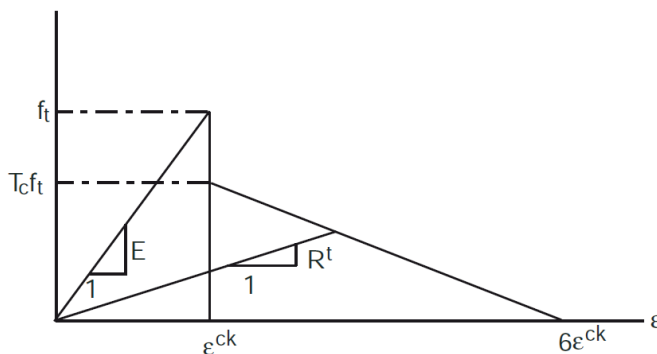


Fig. 5.33. Resistenza a trazione nel punto di integrazione all'atto della frattura (*ANSYS MAPDL Theory Reference*, 2013).

Nel caso in esame, è stato assegnato al materiale muratura il criterio di snervamento di *Drucker-Prager* con *legge di scorrimento non associata* (i.e. *non-associated flow rule* – eq. (5.33); Fig. 5.15 e Fig. 5.17): oltre ai parametri elastici, alla coesione c ed all'angolo di attrito interno ϕ , è stato quindi indicato anche un *angolo di dilatanza* ($\phi_{dil} = 38^\circ$; Tab. 3), scelto sulla base dei buoni riscontri ottenuti da altri autori

nella descrizione della risposta sismica di strutture in muratura e pietra (Betti et al., 2008 ($\phi_{dii} = 38^\circ$); Sorace et al., 2011 ($\phi_{dii} = 38^\circ$); Betti et al., 2012 ($\phi_{dii} = 38^\circ$) e Choudhury et al., 2014 ($\phi_{dii} = 30^\circ$)).

In fase di risoluzione viene dunque prima controllata la condizione di plasticizzazione e poi quella di rottura (*ANSYS MAPDL Theory Reference*, 2013).

5.4.3.3 Modellazione dell'edificio a base fissa

La modellazione eseguita in *ANSYS MAPDL*, facendo uso di elementi finiti solidi (*SOLID65*), ha permesso di riprodurre con buona approssimazione la reale forma dell'edificio (Fig. 5.34 e Fig. 5.35).

La discretizzazione (*mesh*) ha tenuto conto delle indicazioni fornite dal produttore in merito all'uso degli elementi *SOLID65* (*ANSYS MAPDL Element Reference*, 2013); in particolare sono stati utilizzati solo elementi di forma esaedrica, con rapporto tra i lati non superiore a 3 e dimensioni comprese tra 12 *cm* e 44 *cm*.

Le catene sono state modellate con elementi *Link180*, privi di rigidità flessionale ed a taglio, a cui è stata assegnata la possibilità di trasmettere solo sforzi normali di trazione (materiale acciaio: $E_a = 210.000 \text{ MPa}$; $\nu = 0,3$).

La redistribuzione delle tensioni alla muratura operata delle piastre di ancoraggio è stata modellata imponendo uguali spostamenti ai nodi degli elementi *SOLID65* in corrispondenza delle superfici di appoggio.

I gradi di libertà di tutti i nodi alla base sono stati bloccati.

La copertura in legno non permette il collegamento rigido dei paramenti in sommità e, di conseguenza, si è scelto di tenerne conto solo in termini di carichi gravitazionali e masse sismiche associate, da assegnare al modello, sulla base della schematizzazione strutturale descritta al par. 5.3 (Fig. 5.24) e per aree di influenza, lungo le pareti interne e perimetrali; in *ANSYS MAPDL* l'applicazione dei carichi (e delle relative masse sismiche) è avvenuta vincolando rigidamente differenti elementi "massa" (*MASS21*) ai nodi degli elementi posti alla quota di imposta della copertura stessa (+9,60 *m* - Fig. 5.22, Fig. 5.36). Il peso proprio della copertura è stato stimato pari a circa 330 *kN*.

Analogamente, i carichi gravitazionali e le masse sismiche del solaio al livello di calpestio (deformabile – non modellato), così come il carico d'esercizio che si prevede possa gravare su di esso (D.M. 2008 Tab. 3.1.II – Cat.C2 "Balconi, ballatoi e scale comuni, sale convegni, cinema, teatri, chiese, tribune con posti fissi"), sono stati assegnati per aree di influenza, lungo le pareti interne e perimetrali, ad una quota (+0,30 *m* - Fig. 5.36) pari alla media tra il piano di calpestio (+0,60 *m* - Fig. 5.22) ed il

piano di campagna (+0,00 m). Il peso proprio del solaio al livello di calpestio è stato stimato pari a circa 360 kN.

5.4.3.4 Analisi modale preliminare

L'analisi modale preliminare dell'edificio, basata in questo caso su una versione modificata del metodo di estrazione degli autovalori di *Lanczos* (Rajakumar et al., 1991), permette di cogliere alcune peculiarità proprie della struttura esaminata.

Si è osservato in particolare come diverse forme modali, significative in termini di massa partecipante (Tab. 6), corrispondano ad oscillazioni fuoripiano di ampie porzioni delle pareti (i.e. importanti percentuali di massa modale associate a traslazioni orizzontali (MU_x, MU_y) e a rotazioni attorno agli assi X e Y (MR_x, MR_y) – sistema di riferimento indicato in Fig. 5.34).

Il primo modo proprio ($T_1 = 0,344$ s; $MU_y: 14,8\%$; $MR_x: 15,5\%$ – Fig. 5.37) ed il quarto ($T_4 = 0,160$ s; $MU_y: 19,8\%$; $MR_x: 34,4\%$ - Fig. 5.38), ad esempio, evidenziano vibrazioni fuoripiano di porzioni significative delle pareti stese in direzione X : un'eventuale azione sismica orizzontale in direzione $N-S$ potrebbe quindi innescare pericolosi meccanismi di ribaltamento dei paramenti murari in corrispondenza dell'ingresso principale e dell'accesso alla cappella gentilizia.

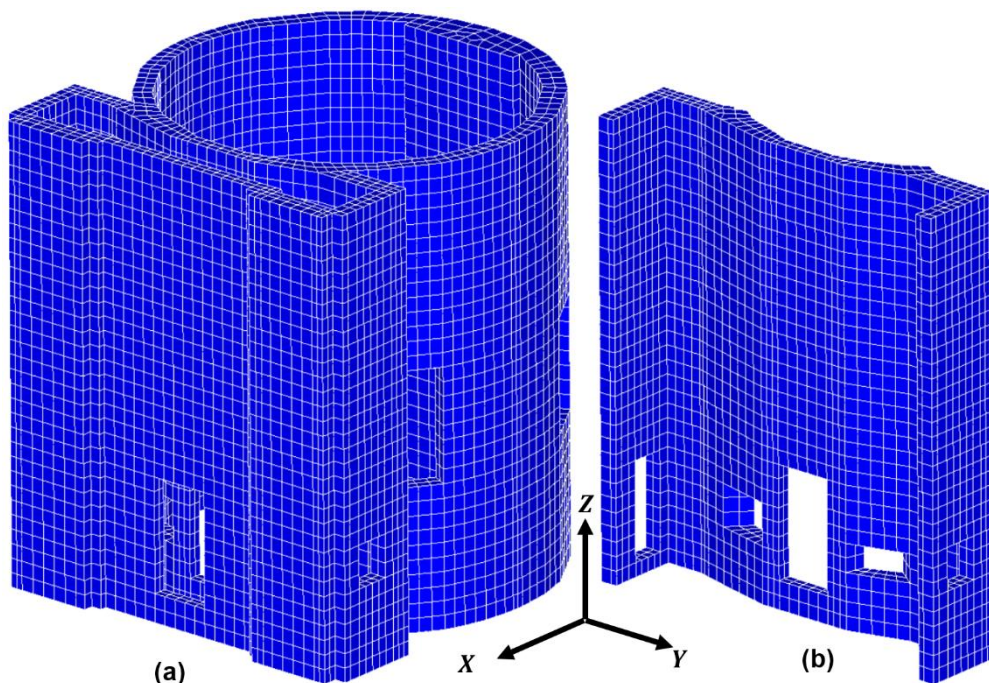
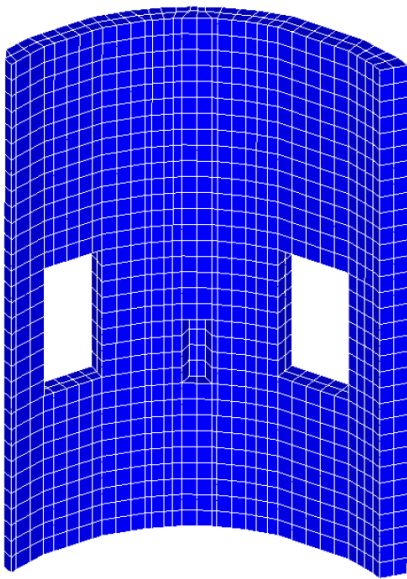
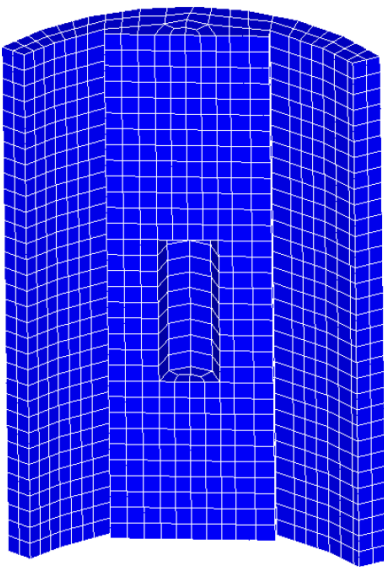


Fig. 5.34. Modello ad elementi finiti dell'Oratorio di Villa Lippomano realizzato con *ANSYS MAPDL*: (a) visione d'insieme (primo piano dello spigolo S-E); (b) particolare della parete che divide la zona di ingresso dalla cappella gentilizia.



(a)



(b)

Fig. 5.35. Modello ad elementi finiti dell'Oratorio di Villa Lippomano realizzato con *ANSYS MAPDL*: (a) lato interno della parete *Ovest* – analoga alla parete *Est* (si osserva la piccola nicchia tra le due aperture vetrate (Moussalli, 2014)); (b) lato interno della parete *Nord* (si osserva la grande nicchia alle spalle dell'altare (Moussalli, 2014)). (oss. il controsoffitto impedisce la visione della copertura dall'interno).

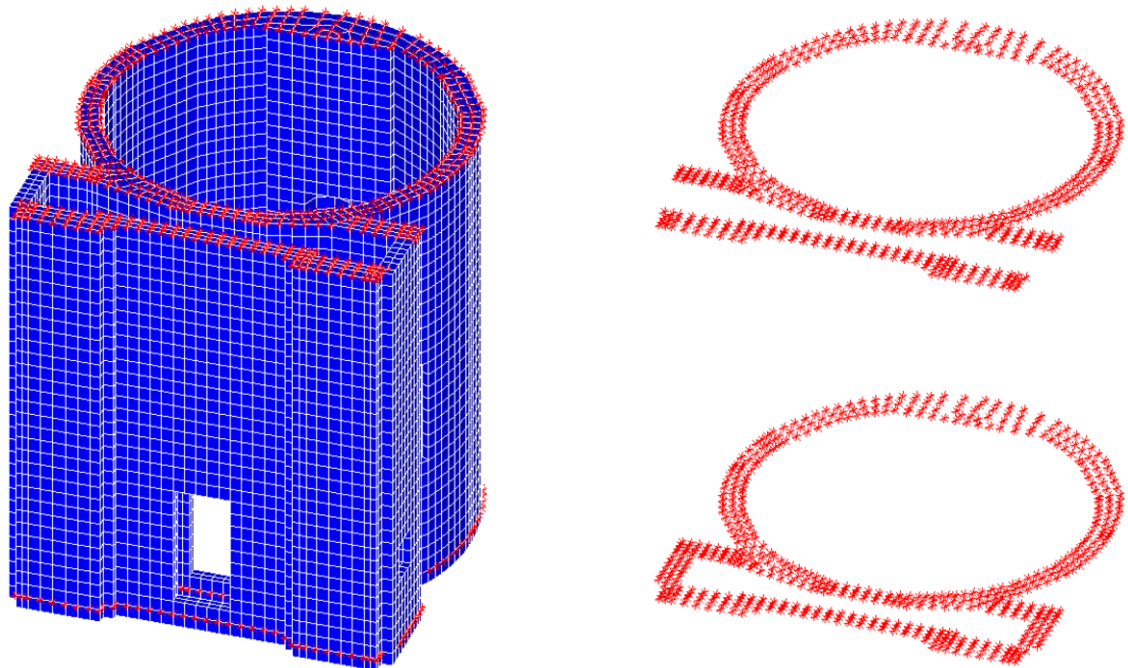


Fig. 5.36. Applicazione al modello ad elementi finiti dei carichi della copertura e del solaio di calpestio attraverso elementi *MASS21* (in rosso), vincolati rigidamente ai nodi della muratura (in blu gli elementi *SOLID65*) a seconda dell'area di pertinenza (carichi assegnati in funzione dello schema strutturale della copertura e per aree di influenza).

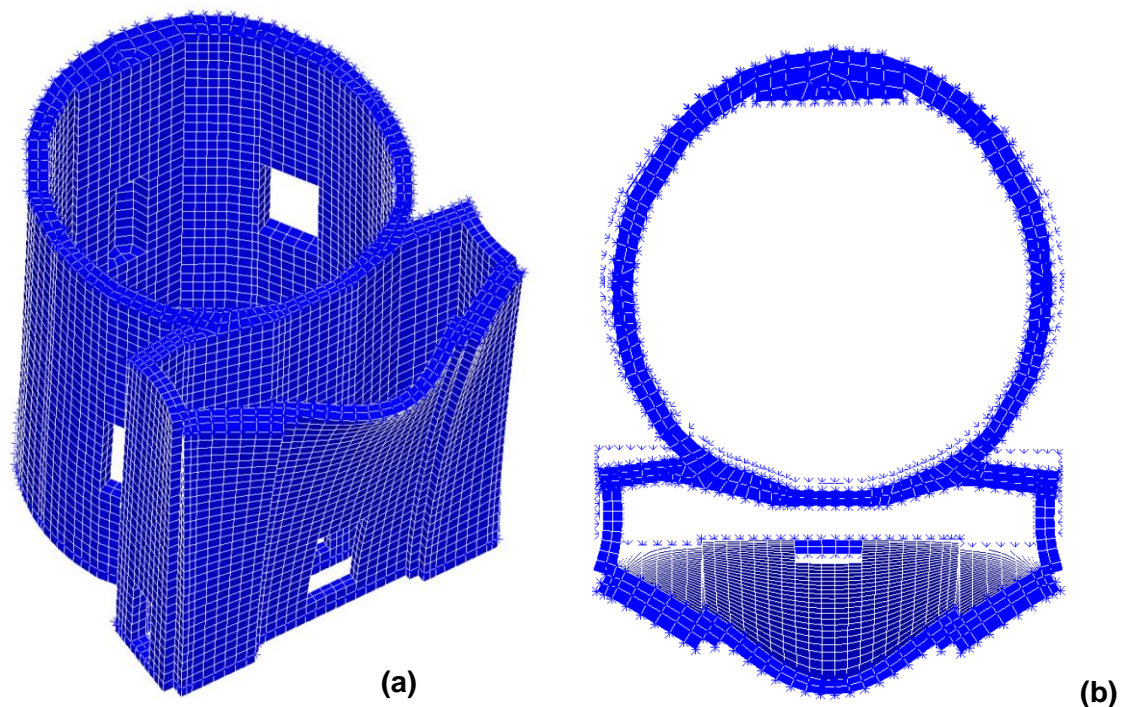


Fig. 5.37. Prima forma modale ($T = 0,344$ s): (a) primo piano dello spigolo S-O; (b) vista dall'alto. Si osserva l'oscillazione fuoripiano della porzione superiore della parete sud.

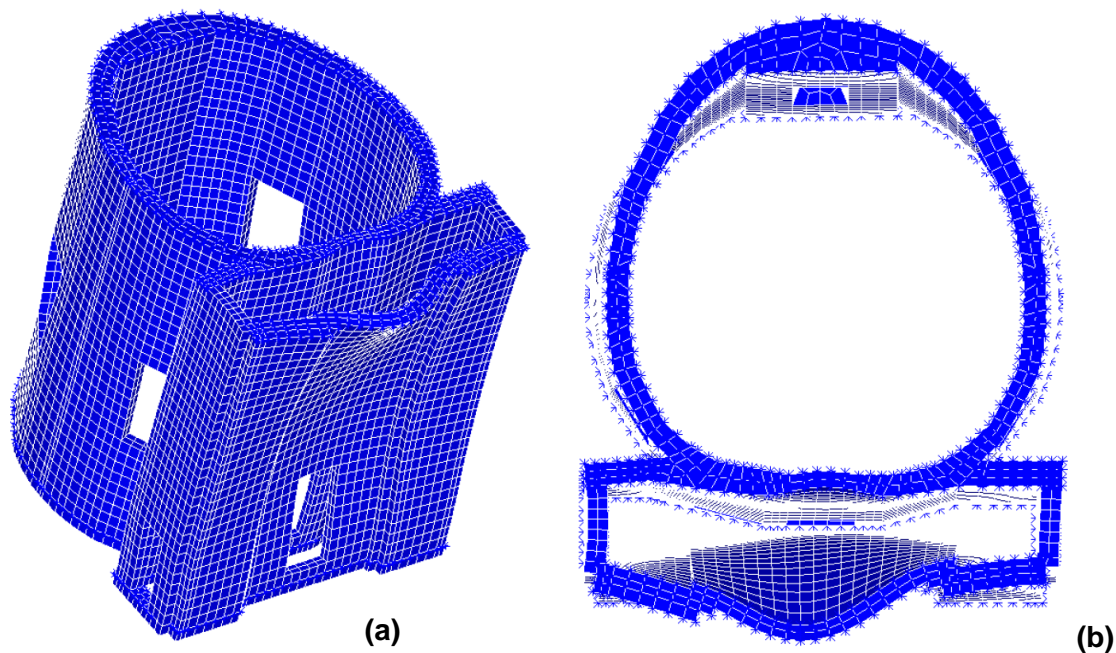


Fig. 5.38. Quarta forma modale ($T_4 = 0,160\text{ s}$): (a) primo piano dello spigolo S-O dell'edificio; (b) vista dall'alto. Si osserva l'oscillazione fuoripiano delle pareti stese in direzione X - ANSYS MAPDL.

In Tab. 6 si riportano, tra i primi 182 modi, i soli che attivano una percentuale di massa modale $> 5\%$). Nella stessa tabella, UX, UZ, UY indicano i gradi di libertà traslazionali, mentre RX, RZ, RY i gradi di libertà rotazionali (sistema di riferimento globale in Fig. 5.35).

n°	T [s]	massa modale partecipante (traslazione)			(cumulativo)			massa modale partecipante (rotazione)			(cumulativo)		
		MUx %	MUy %	MUZ %	MUx %	MUy %	MUZ %	MRx %	MRy %	MRz %	MRx %	MRy %	MRz %
1	0,344	0,0	14,8	0,0	0,0	14,8	0,0	15,5	0,0	4,8	15,5	0,0	4,8
4	0,160	0,3	43,4	0,0	0,3	59,1	0,0	34,4	0,2	14,1	50,9	0,2	19,4
5	0,154	19,8	0,7	0,0	20,1	59,8	0,0	0,5	20,8	1,5	51,4	20,9	20,9
7	0,143	38,8	0,0	0,0	59,9	59,8	0,0	0,1	38,5	13,6	52,5	60,5	34,8
10	0,106	0,4	0,0	0,0	60,7	62,7	0,0	0,1	0,3	15,6	57,2	61,1	51,2
13	0,085	0,6	0,0	0,0	61,5	65,5	0,1	0,0	0,7	7,4	57,8	62,4	60,4
25	0,053	0,0	0,9	34,2	61,8	68,5	34,9	3,3	10,3	0,3	61,9	73,4	62,7
...
182	0,013	0,5	0,0	0,0	85,3	86,0	78,1	0,0	0,0	0,1	89,2	90,2	85,4

Tab. 6. Percentuale di massa partecipante associata ai modi propri (n°) di vibrare (di periodo proprio T) della struttura a base fissa.

5.4.3.5 Full Transient Analysis

L'analisi svolta con *ANSYS MAPDL* per comprendere la risposta sismica dell'edificio è stata *dinamica non lineare*, del tipo *full transient analysis*: in particolare è stato utilizzato il *metodo implicito* di integrazione al passo di *Newmark* (1959) per la risoluzione diretta, ad ogni *step* temporale, delle equazioni di equilibrio dinamico (Newmark, 1959) ed il metodo di *Newton-Raphson* (Bathe, 1996), per l'aggiornamento della matrice tangente delle rigidezze del sistema, con ricerca della convergenza solo sugli spostamenti. Sulla base dei *test* di sensibilità eseguiti, si è imposto che la convergenza avvenga solo se la norma scelta ("L2") - che esprime, sulla base della regola *SSRS*, la differenza tra i valori di riferimento (i.e. spostamenti) calcolati in due iterazioni successive - risulta $\leq 2,5 \text{ mm}$.

Si evince quindi che, poiché ogni intervallo temporale richiede lo svolgimento di numerose procedure iterative, questo tipo di analisi può diventare estremamente onerosa da un punto di vista computazione.

La scelta dell'intervallo di integrazione deve quindi trovare un accordo tra la necessità di ottenere una soluzione sufficiente accurata e l'esigenza di ridurre, per quanto possibile, i tempi di analisi. In questo senso è possibile riferirsi ad una condizione, derivata empiricamente, che impone un limite superiore all'ampiezza Δt di tale intervallo, ovvero:

$$(\Delta t)_{max} = 0,1 T_{min} \quad (5.66)$$

dove T_{min} rappresenta il periodo più piccolo, associato ad una percentuale significativa di massa modale, della struttura (da valutare attraverso analisi modale).

Nel caso in esame si è imposto un intervallo di integrazione $\Delta t = 0,2 \text{ s}$, che il programma ridurrà automaticamente fino a $\Delta t = 0,1 \text{ s}$ in caso di mancata convergenza della soluzione (il cui raggiungimento si è imposto debba avvenire entro 30 iterazioni).

Per ragioni numeriche, alla struttura è stato assegnato uno smorzamento viscoso equivalente $\xi \cong 1\%$: in un'analisi dinamica, infatti, le componenti a più alta frequenza del moto sismico potrebbero corrispondere a periodi di oscillazione inferiori all'intervallo di integrazione e quindi, senza smorzamento, causare infinite oscillazioni, impedendo la convergenza della soluzione (Petri, 2011).

La definizione della matrice di smorzamento $[C]$ del sistema è avvenuta utilizzando il modello di smorzamento viscoso proporzionale (o di *Rayleigh*):

$$[C] = \alpha[M] + \beta[K] \quad (5.67)$$

dove:

$[M]$ matrice delle masse del sistema;

$[K]$ matrice delle rigidità del sistema;

α, β coefficienti di *Rayleigh*.

La relazione tra i coefficienti di *Rayleigh* ed il fattore di smorzamento ξ può essere espressa come:

$$\xi_i = \frac{1}{2} \left(\frac{\alpha}{\omega_i} + \beta \omega_i \right) \quad (5.68)$$

Imponendo quindi un fattore di smorzamento equivalente $\xi = 1\%$ al periodo del primo modo proprio della struttura ($T = 0,344 \text{ s} \Rightarrow \omega_1 = 18,25 \text{ rad/s}$) ed al periodo corrispondente all'intervallo di integrazione ($T = 0,1 \text{ s} \Rightarrow \omega_2 = 62,83 \text{ rad/s}$), si ha:

$$\alpha = 2\xi \frac{\omega_1 \omega_2}{\omega_1 + \omega_2} = 0,2828; \quad \beta = 2\xi \frac{1}{\omega_1 + \omega_2} = 0,0002.$$

Per valutare l'effetto degli interventi di rinforzo già eseguiti, è stata analizzata la risposta dell'edificio prima e dopo la realizzazione degli incatenamenti evidenziati in Fig. 5.21 (rispettivamente *configurazione 1* e *configurazione 2*).

Si è studiato inoltre quale potrebbe essere il comportamento della struttura se venissero realizzati altri due interventi di miglioramento: l'inserimento di un diaframma orizzontale rigido, in sommità, che connetta la parete *sud* con la parete divisoria interna (*configurazione 3*; Fig. 5.39 (a)); l'inserimento di un diaframma rigido al livello di imposta della copertura, che permetta la connessione di tutte le pareti (*configurazione 4*; Fig. 5.39 (b)).

Sono state quindi eseguite altre due analisi: una con l'aggiunta del primo diaframma e una con l'aggiunta del secondo.

Le diverse analisi eseguite hanno permesso di descrivere l'evoluzione del (grave) danneggiamento che l'edificio subirebbe se l'azione sismica si manifestasse con intensità pari a quella prevista per lo *Stato Limite di Collasso (SLC)*.

L'applicazione della storia delle accelerazioni alla base è avvenuta successivamente alla definizione della condizione iniziale della struttura, deformata dai carichi statici: è stata quindi definita una funzione ("*rampa*") che permette l'applicazione incrementale dei carichi, lineare rispetto al tempo.

Per evitare che i carichi verticali generino oscillazioni della struttura che proseguono oltre il primo istante di applicazione dell'azione sismica orizzontale, la funzione *rampa* deve simulare un'applicazione "quasi statica" dei carichi: i carichi

verticali dovranno quindi essere applicati in un intervallo di tempo ($\Delta t = 10 s$) sufficiente a garantire che l'alto fattore di smorzamento viscoso imposto ($\xi = 99\%$) annulli ogni oscillazione indesiderata.

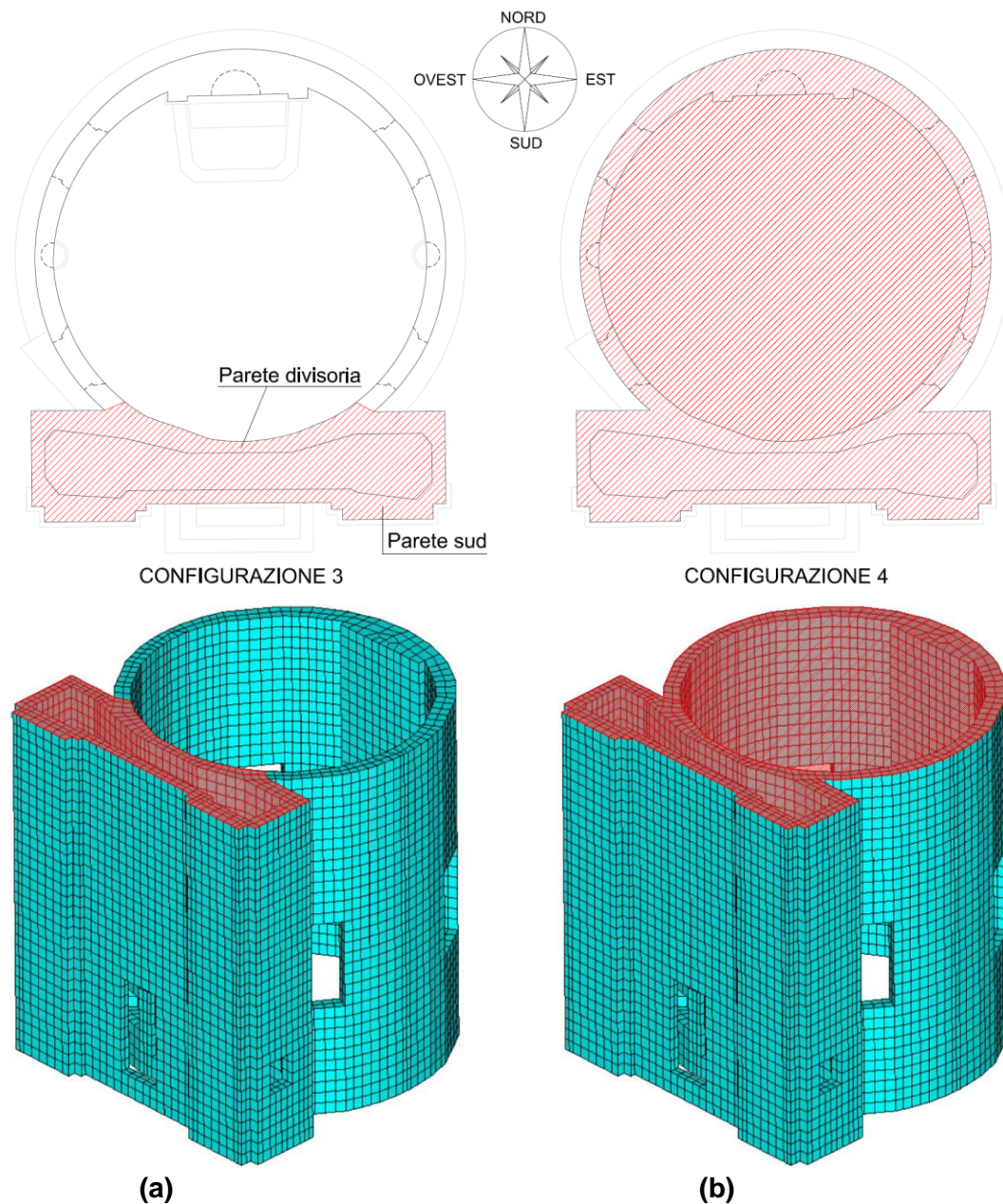


Fig. 5.39. (a) *Configurazione 3*; (b) *Configurazione 4*. In rosso si evidenziano le superfici dei diaframmi rigidi piani inseriti per il collegamento, in sommità, delle pertinenti pareti dell'edificio.

Le analisi dinamiche non lineari condotte sull'edificio, per ognuna delle quattro configurazioni considerate, sono terminate tutte nell'intervallo compreso tra gli istanti $t = 5,38 s$ (*configurazione 1*) e $t = 6,34 s$ (*configurazione 4*), quando il *software* registra la mancata convergenza della soluzione. Tuttavia, poiché entro $t = 2,5 s$ la gravità del quadro di danneggiamento indica già il possibile crollo di porzioni di muratura in ognuna

delle 4 configurazioni considerate, e dal momento che gli ultimi *step* dell'analisi hanno evidenziato un accumulo eccessivo e poco realistico di deformazioni nella muratura (fenomeno permesso dal modello perfettamente plastico di *Drucker Prager*), si è ritenuto poco significativo cercare la soluzione oltre tale istante modificando i parametri di convergenza.

Verrà da ora fatto riferimento alla risposta dell'edificio all'applicazione di uno dei gruppi di accelerogrammi orizzontali, spettrocompatibili con *SLC*, prima definiti (par. 5.4.2.2). Tale gruppo, indicato come "gruppo 1" (Fig. 5.40), corrisponde all'applicazione dell'*accelerogramma 1*, riportato in Fig. 5.30, nelle direzioni principali *X* e *Y* (che in Fig. 5.39 corrispondono alle direzioni *E-O* e *N-S* rispettivamente).

In Fig. 5.40 le frecce indicano i picchi dell'*accelerogramma 1* (*SLC*), di cui si riportano i primi 2,5 s, in corrispondenza dei quali è stato valutato il danneggiamento della muratura attraverso analisi dinamica non-lineare eseguita con *ANSYS MAPDL*.

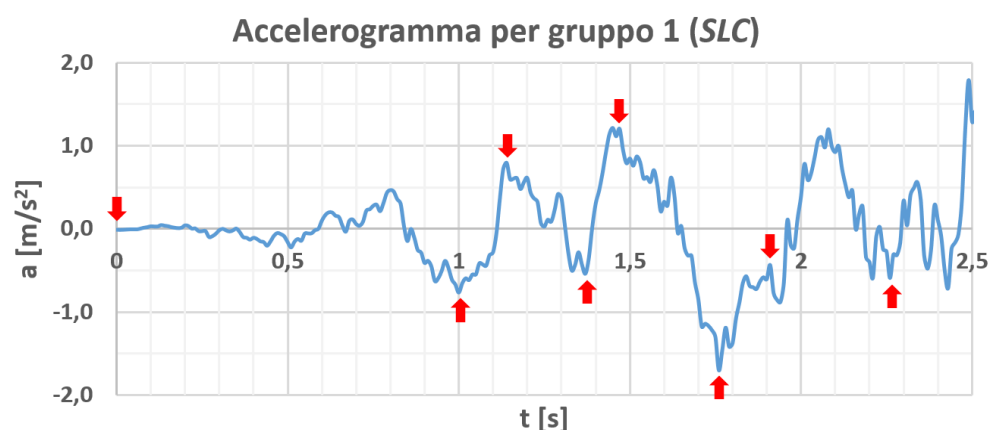


Fig. 5.40. Parte iniziale dell'*accelerogramma 1* (*SLC*; Fig. 5.30). Le frecce indicano i picchi (che si verificano agli istanti $t = 0,00s - 1,00s - 1,14s - 1,37s - 1,47s - 1,76s - 1,91s - 2,37s$) in corrispondenza dei quali è stato valutato il danneggiamento della muratura per le 4 configurazioni strutturali considerate.

5.4.3.6 Configurazione 1 (senza tiranti in acciaio)

- Istante $t = 0,00s$: termine della fase di attribuzione dei carichi statici al modello. Si osserva l'apertura di fessure in corrispondenza dei fori sulla parete di accesso alla cappella gentilizia (Fig. 5.41), nella zona di ingresso in corrispondenza dell'apertura nella parete est (Fig. 5.42) e nella cappella gentilizia, in corrispondenza di tutte le finestre (Fig. 5.43). L'orientazione dei piani di crack indica la direzione di propagazione verticale delle fessure.

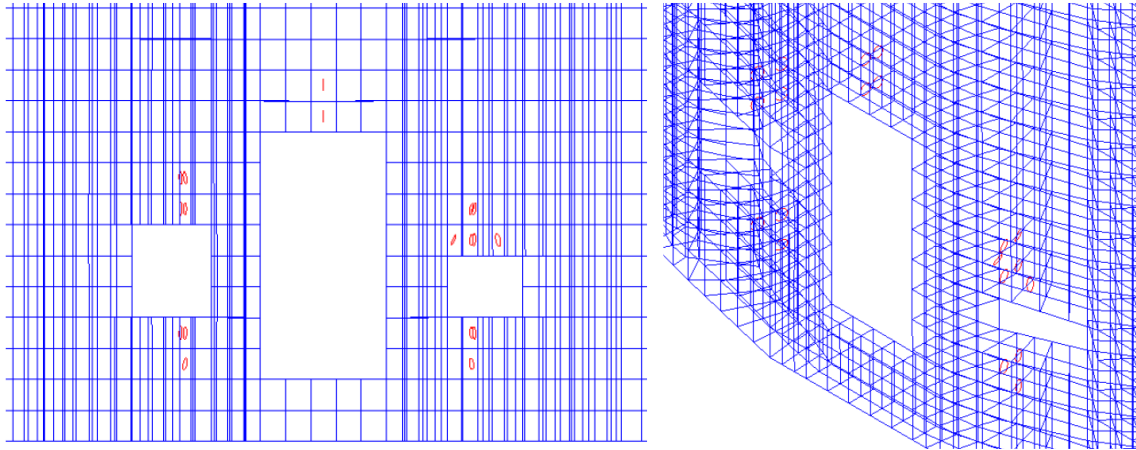


Fig. 5.41. Configurazione 1 – istante $t = 0,00$ s. Particolare del danneggiamento della parete divisoria: in rosso si evidenziano, in corrispondenza del baricentro degli elementi *SOLID65*, i piani di *crack* presenti (*ANSYS MAPDL*).

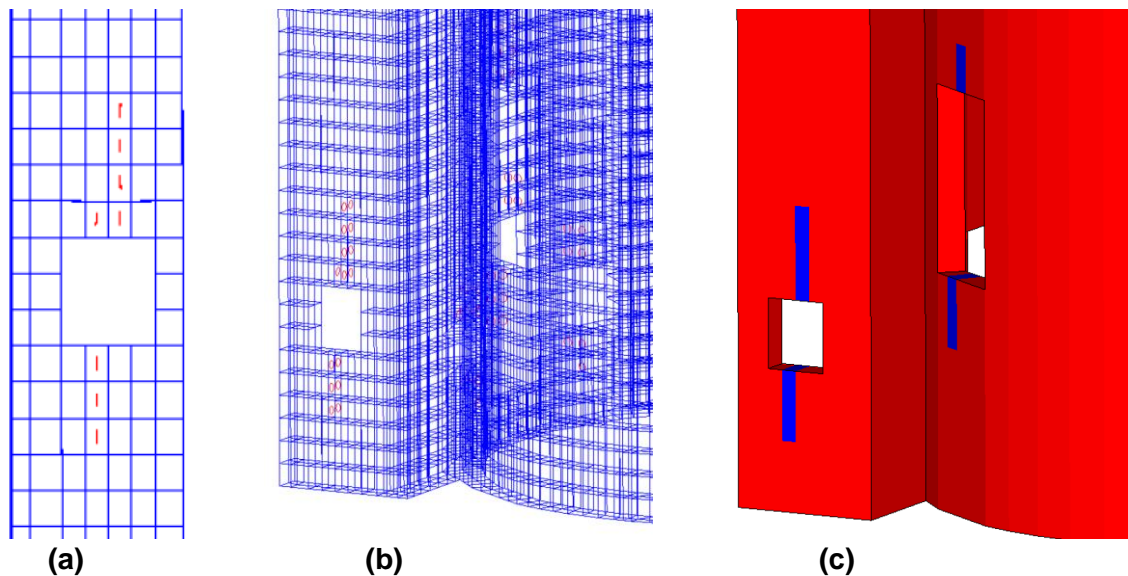


Fig. 5.42. Configurazione 1 – istante $t = 0,00$ s. Particolare del danneggiamento della parete laterale est nella zona di ingresso: (a)-(b) in rosso si evidenziano i piani di *crack* presenti; (c) in blu si evidenziano i soli elementi (*SOLID65*) nei quali viene registrato lo stato di fessura aperta in corrispondenza del punto di integrazione “95” (lato esterno) - *ANSYS MAPDL*.

- Istante $t = 1,00$ s ($a = -0,77$ m/s²): si osserva la formazione di estese fessure verticali nella parete sud (Fig. 5.44) e nella parete divisoria interna (Fig. 5.45), e significativa estensione del quadro fessurativo osservato in precedenza in corrispondenza dei fori nelle pareti laterali della cappella gentilizia (Fig. 5.46). Si osserva come l’orientazione dei piani di *crack* e l’estensione del danneggiamento (che coinvolge tutto lo spessore della parete) presagisca la successiva formazione di una cerniera cilindrica verticale (dal foro della porta fino all’apice della parete).

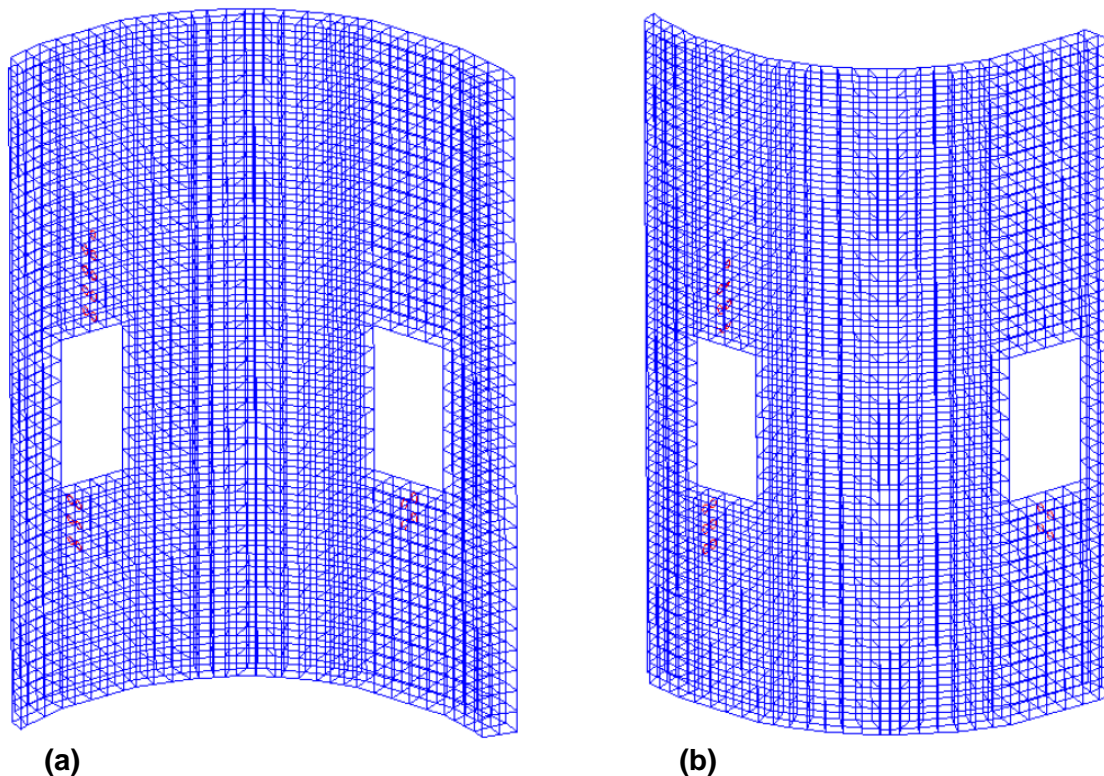
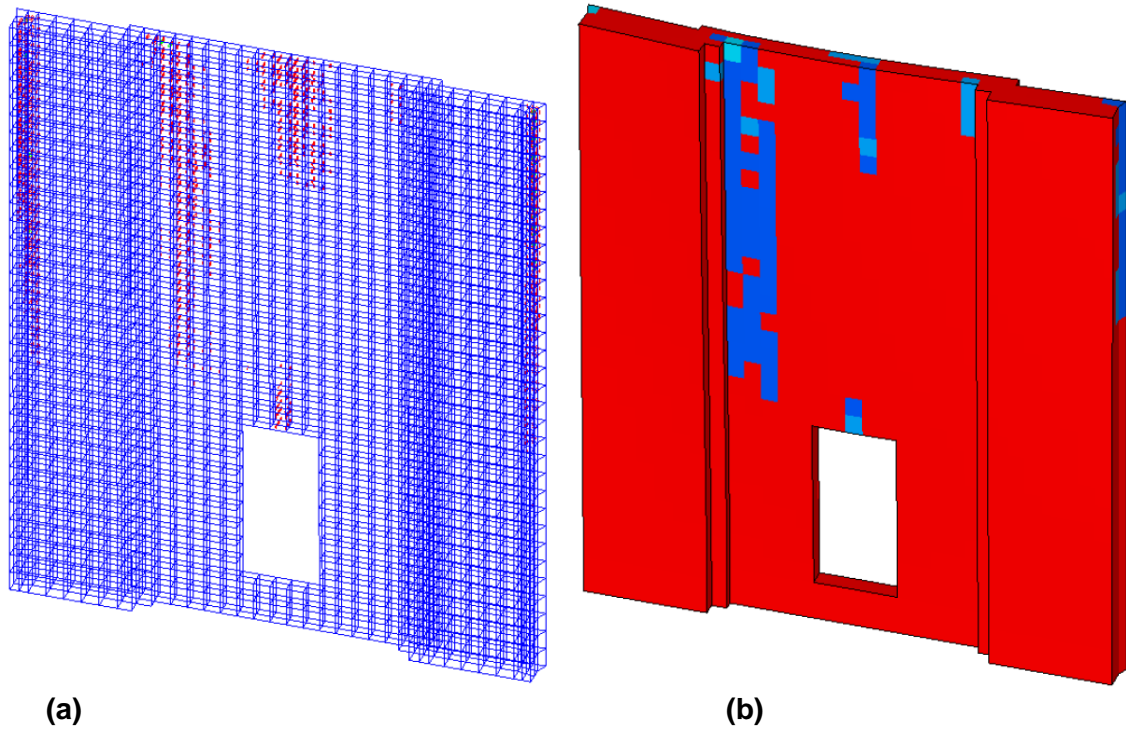
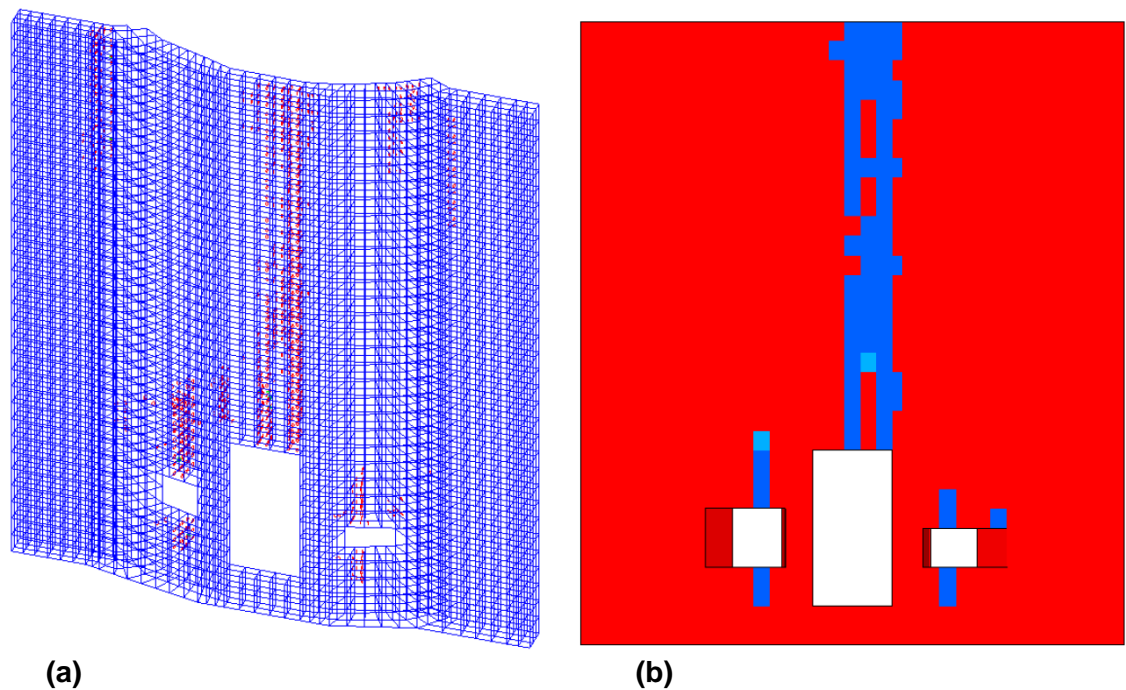


Fig. 5.43. *Configurazione 1* – istante $t = 0,00$ s. In rosso si evidenziano i piani di *crack* nelle pareti esterne della cappella gentilizia: (a) parete ovest; (b) parete est (ANSYS MAPDL).

- Istante $t = 1,14$ s ($a = 0,79$ m/s²): si osserva l'estensione del precedente quadro fessurativo; in particolare è possibile distinguere la formazione di una profonda fessura (i.e. 2 o 3 piani di *crack* in ogni punto di integrazione) dall'ampia estensione verticale nella parete *sud* (tratteggiata in Fig. 5.47 (b)). Il danneggiamento, sebbene visibile e significativo, non delinea ancora la formazione di un meccanismo di ribaltamento.
- Istante $t = 1,37$ s ($a = -0,54$ m/s²): ulteriore estensione ed aggravio del quadro fessurativo precedente (Fig. 5.48).
- Istante $t = 1,47$ s ($a = 1,20$ m/s²): ulteriore estensione ed aggravio del quadro fessurativo precedente (Fig. 5.49). Non si ritiene tuttavia che il danneggiamento sia tale da generare la formazione di meccanismi di collasso.
- Istante $t = 1,76$ s ($a = -1,71$ m/s²): aggravio del quadro fessurativo precedente. Considerando l'estensione del danneggiamento, tale condizione, osservata su tutto lo spessore delle pareti, può indicare la disarticolazione della muratura e la possibile formazione di una cerniera cilindrica verticale nella parete divisoria (tratteggiata in Fig. 5.50 (b)) e l'innesco di un meccanismo di ribaltamento nella parete *sud* (Fig. 5.51 (b)) (vulnerabilità tipica degli edifici di culto - Fig. 5.26).



(a) **(b)**
 Fig. 5.44. *Configurazione 1* – istante $t = 1,00$ s. Danneggiamento della parete sud: (a) in rosso si evidenziano i piani di *crack* presenti in tutti i punti di integrazione; (b) si evidenziano i soli elementi nei quali si registra lo stato di fessura aperta in una direzione (blu) e fessura richiusa (blu chiaro) nel punto di quadratura “88” (lato esterno) - ANSYS MAPDL.



(a) **(b)**
 Fig. 5.45. *Configurazione 1* - istante $t = 1,00$ s. Danneggiamento della parete divisoria: (a) si evidenziano in rosso i piani di *crack*; (b) si evidenziano i soli elementi nei quali si registra lo stato di fessura aperta in una direzione (blu) e richiusa (blu chiaro) nel punto di quadratura “88” (lato sud) - ANSYS MAPDL.

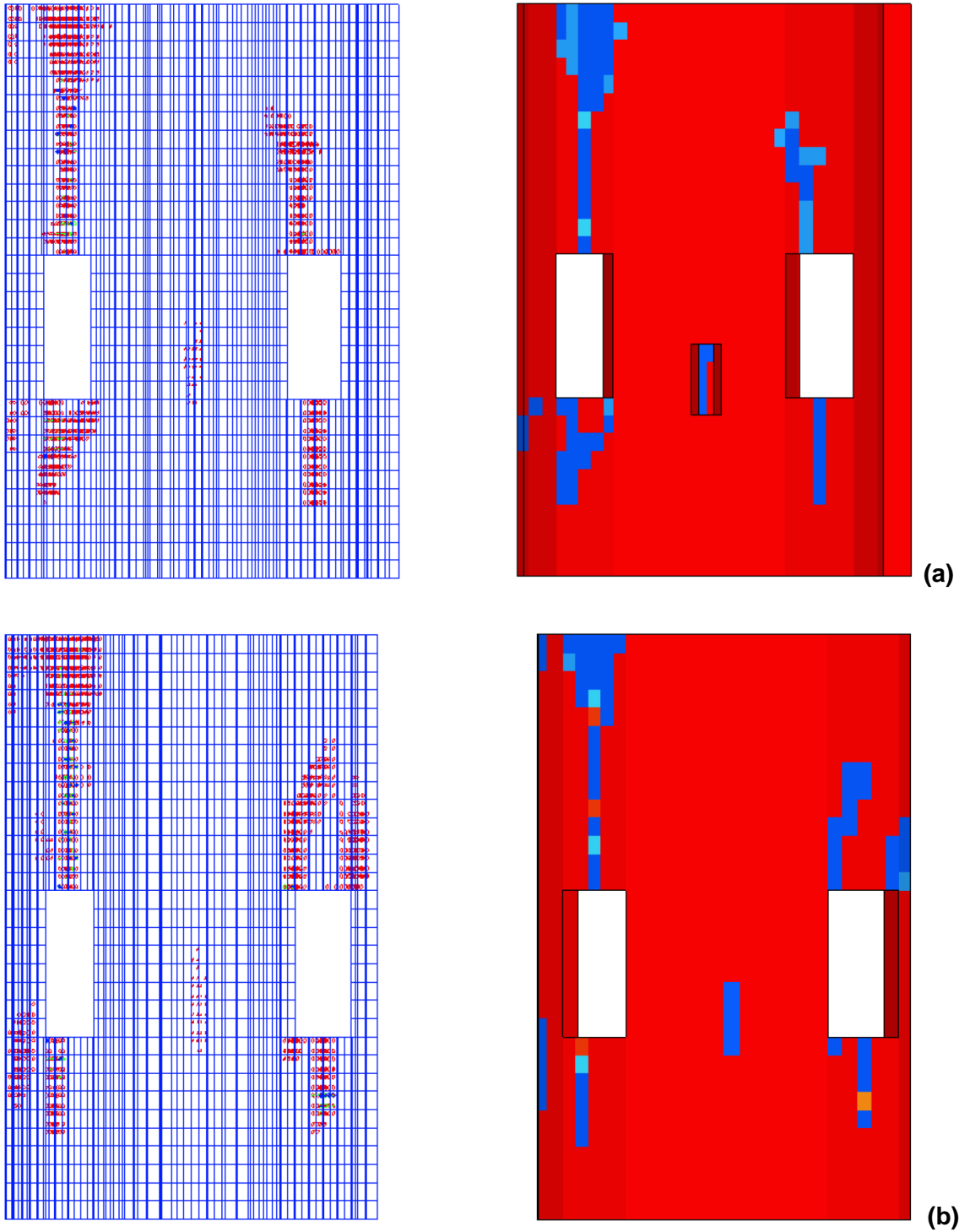


Fig. 5.46. Configurazione 1 - istante $t = 1,00$ s. Danneggiamento delle pareti laterali della cappella gentilizia: (a) parete ovest; (b) parete est. A sinistra visualizzazione dei piani di crack (la formazione di piani di fessura in più direzioni nello stesso punto di integrazione è evidenziata dai cerchi di diverso colore); a destra vengono evidenziati gli elementi nei quali si registra lo stato di fessura aperta in una direzione (blu), fessura richiusa (blu chiaro), combinazioni di fessure aperte/chiusse in 2 o 3 direzioni (azzurro, arancione) nel punto di quadratura "95" (lato interno per la parete ovest; lato esterno per la parete est) - ANSYS MAPDL.

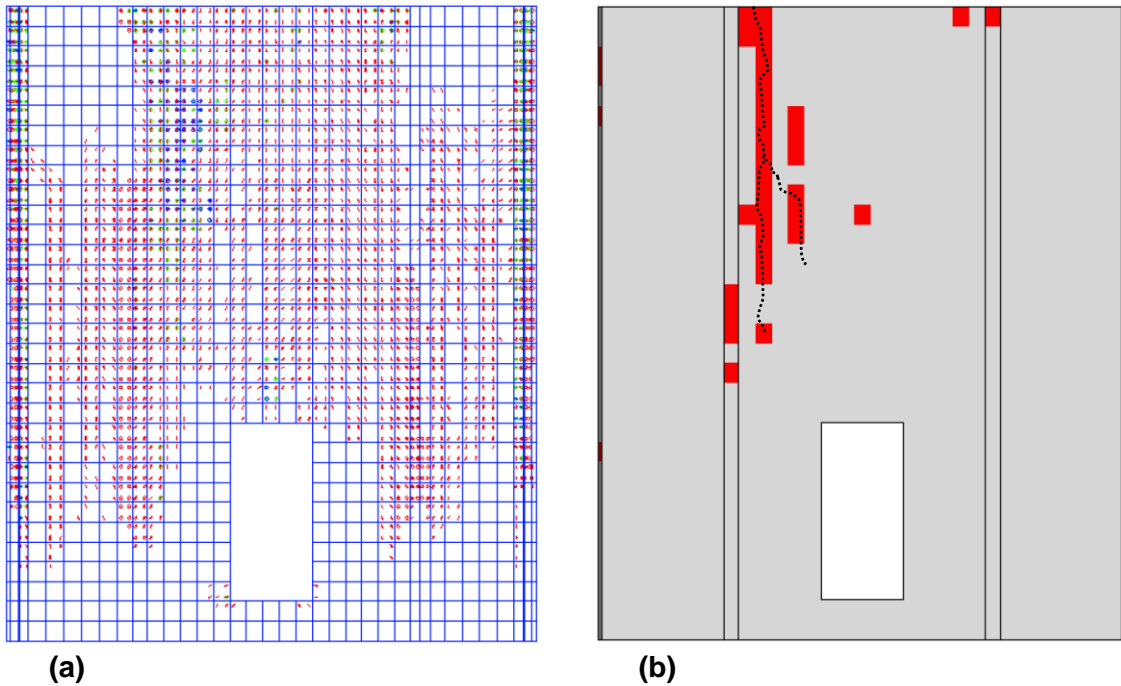


Fig. 5.47. *Configurazione 1* - istante $t = 1, 14$ s. Danneggiamento della parete sud: (a) visualizzazione dei piani di *crack* in tutti i punti di integrazione; (b) in rosso vengono evidenziati i soli elementi nei quali si registra lo stato di fessura aperta/chiusa in 2 o 3 direzioni nel punto di quadratura “67” (lato esterno) - ANSYS MAPDL. Con il tratteggio nero si evidenzia la possibile apertura di fessure visibili in superficie.

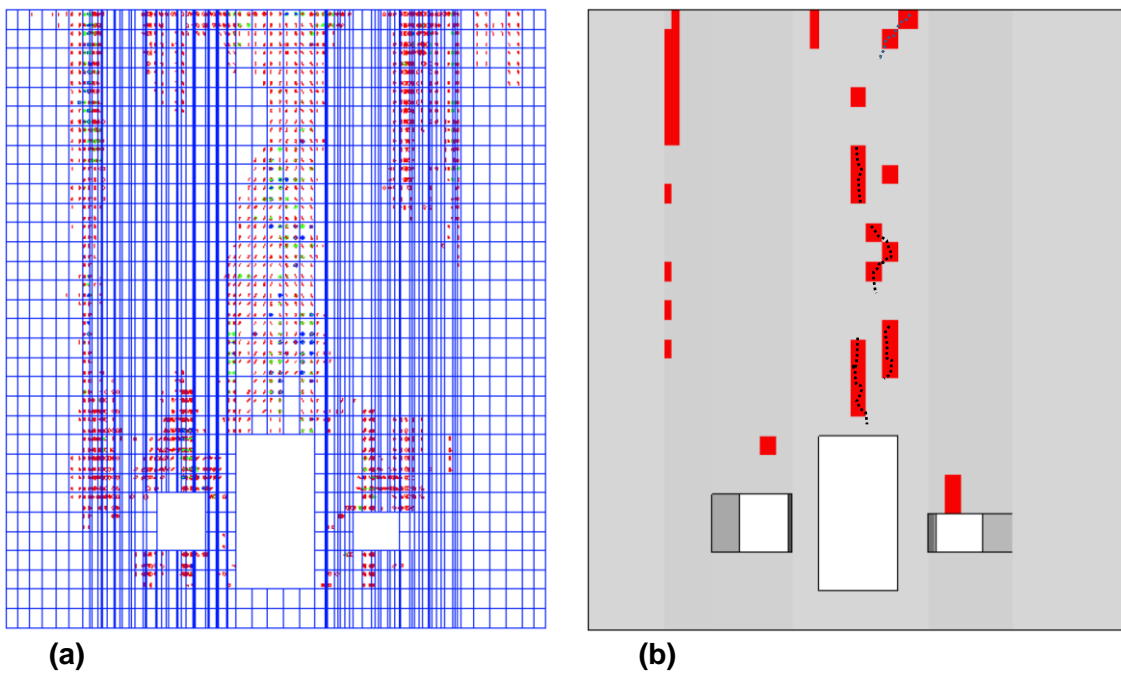
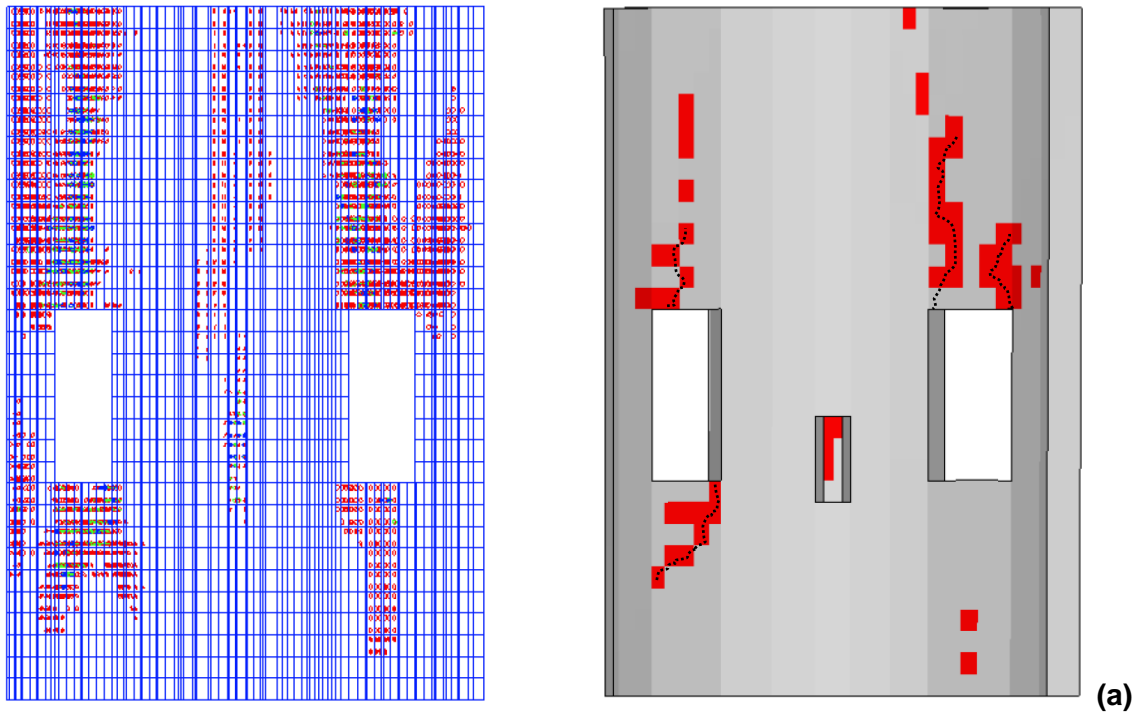
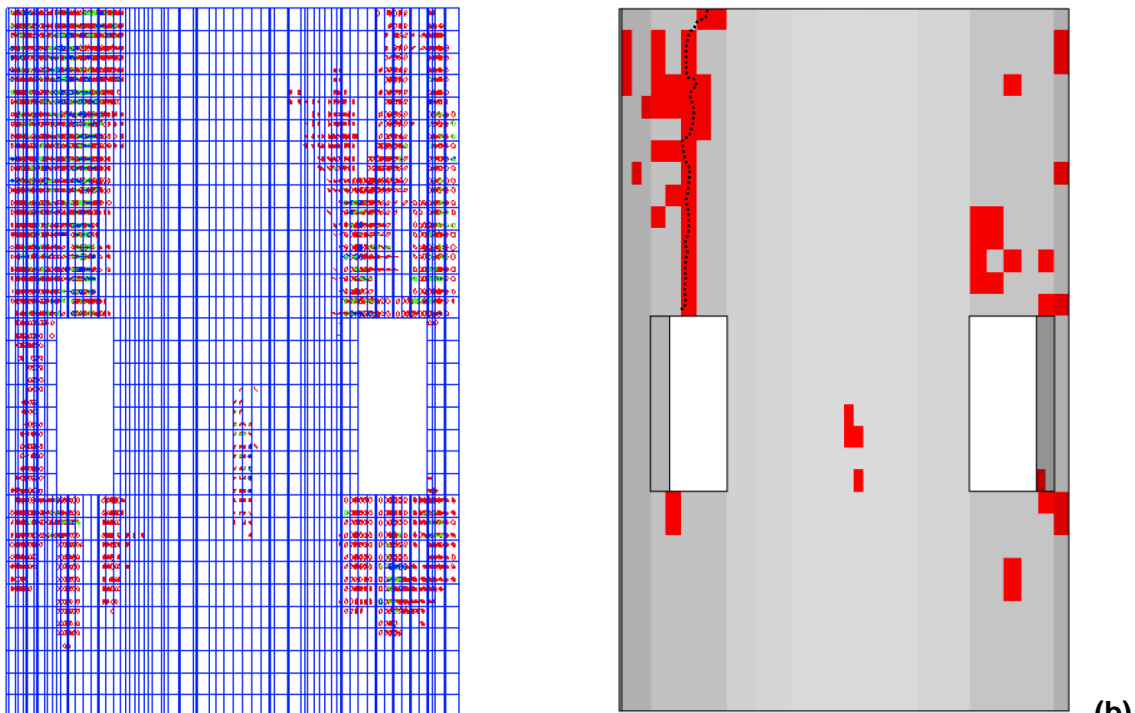


Fig. 5.48. *Configurazione 1* - istante $t = 1, 37$ s. Danneggiamento della parete divisoria: (a sinistra) visualizzazione dei piani di *crack* in ogni punto di integrazione; (a destra) in rosso vengono evidenziati i soli elementi nei quali si registra lo stato di fessura aperta/chiusa in 2 o 3 direzioni nel punto di quadratura “60” (lato sud) - ANSYS MAPDL. Con il tratteggio nero si evidenzia la possibile apertura di fessure visibili in superficie.



(a)



(b)

Fig. 5.49. Configurazione 1 – istante $t = 1,47$ s. Danneggiamento delle pareti laterali della cappella gentilizia: (a) parete ovest; (b) parete est. A sinistra i piani di crack (il diverso colore dei cerchi nei punti di quadratura indica l'apertura di piani di crack in più direzioni); a destra si evidenziano in rosso i soli elementi nei quali è stato raggiunto lo stato di apertura/chiusura delle fessure in 2 o 3 direzioni nel punto di integrazione "102" (lato interno parete ovest) e "88" (lato esterno parete est) - ANSYS MAPDL. Con il tratteggio nero si evidenzia la possibile apertura di fessure visibili in superficie.

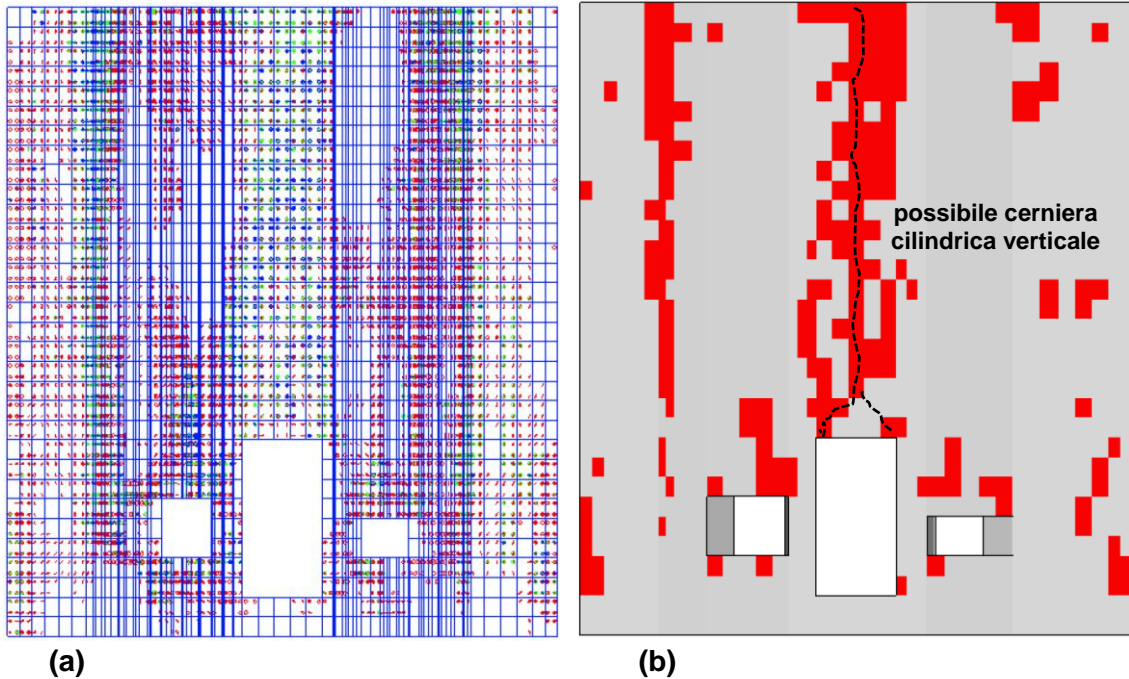


Fig. 5.50. Configurazione 1 – istante $t = 1,76$ s. Danneggiamento della parete divisoria: (a) i piani di crack; (b) si evidenziano in rosso i soli elementi nei quali è stato raggiunto lo stato di apertura/chiusura delle fessure in 2 o 3 direzioni nel punto di integrazione “81” (lato sud) - ANSYS MAPDL.

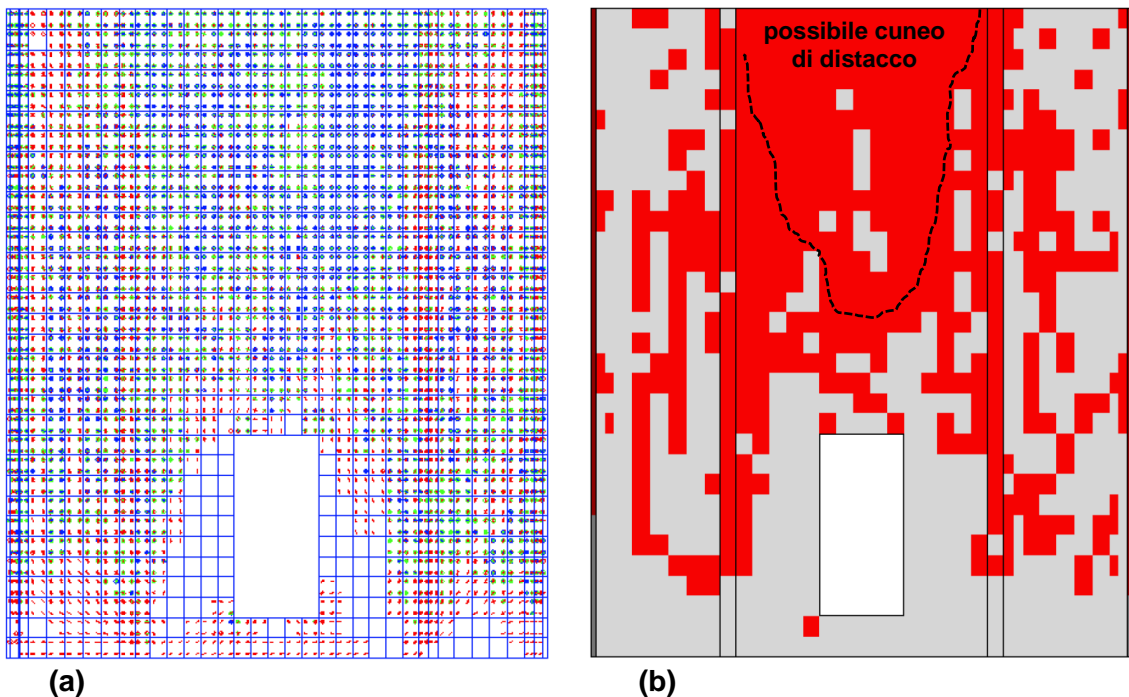


Fig. 5.51. Configurazione 1 – istante $t = 1,76$ s. Danneggiamento della parete sud: (a) piani di crack presenti in tutti i punti di quadratura; (b) si evidenziano in rosso i soli elementi nei quali è stato raggiunto lo stato di apertura/chiusura delle fessure in 2 o 3 direzioni nel punto di integrazione “95” (lato esterno) - ANSYS MAPDL.

5.4.3.7 Configurazione 2 (stato di fatto)

- Istante $t = 0,00 \text{ s}$: termine della fase di attribuzione dei carichi (statici) al modello; quadro fessurativo analogo a quello osservato nella *configurazione 1*.
- Istante $t = 1,00 \text{ s}$ ($a = -0,77 \text{ m/s}^2$): si osserva la formazione di estese fessure verticali nella parete *sud* e nella parete divisoria (Fig. 5.52); si evidenzia inoltre il danneggiamento della muratura in corrispondenza delle piastre di ancoraggio delle catene (Fig. 5.53).
- Istante $t = 1,37 \text{ s}$ ($a = -0,54 \text{ m/s}^2$): si osserva l'estensione del precedente quadro fessurativo; in particolare è possibile distinguere il profondo danneggiamento della porzione sommitale della parete *sud* e di quella centrale della parete interna (Fig. 5.54).
- Istante $t = 1,91 \text{ s}$ ($a = -0,44 \text{ m/s}^2$): incremento del quadro fessurativo precedente. Considerando l'estensione del danneggiamento, tale condizione, osservata su tutto lo spessore della parete, può indicare la disarticolazione della muratura e la possibile formazione di un cuneo di distacco nella parete *sud* (evidenziato dal tratteggio in Fig. 5.55 (a)).

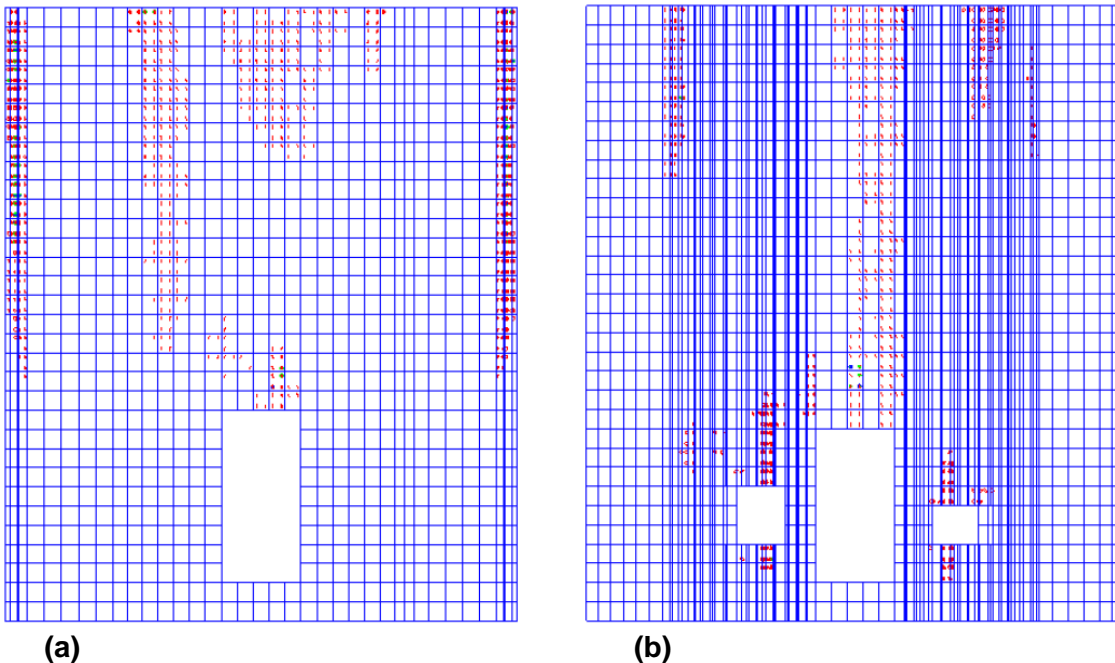


Fig. 5.52. *Configurazione 2* - istante $t = 1,00 \text{ s}$. Danneggiamento della parete *sud* (a) e della parete interna (b). Visualizzazione dei piani di *crack* in ogni punto di quadratura - ANSYS MAPDL.

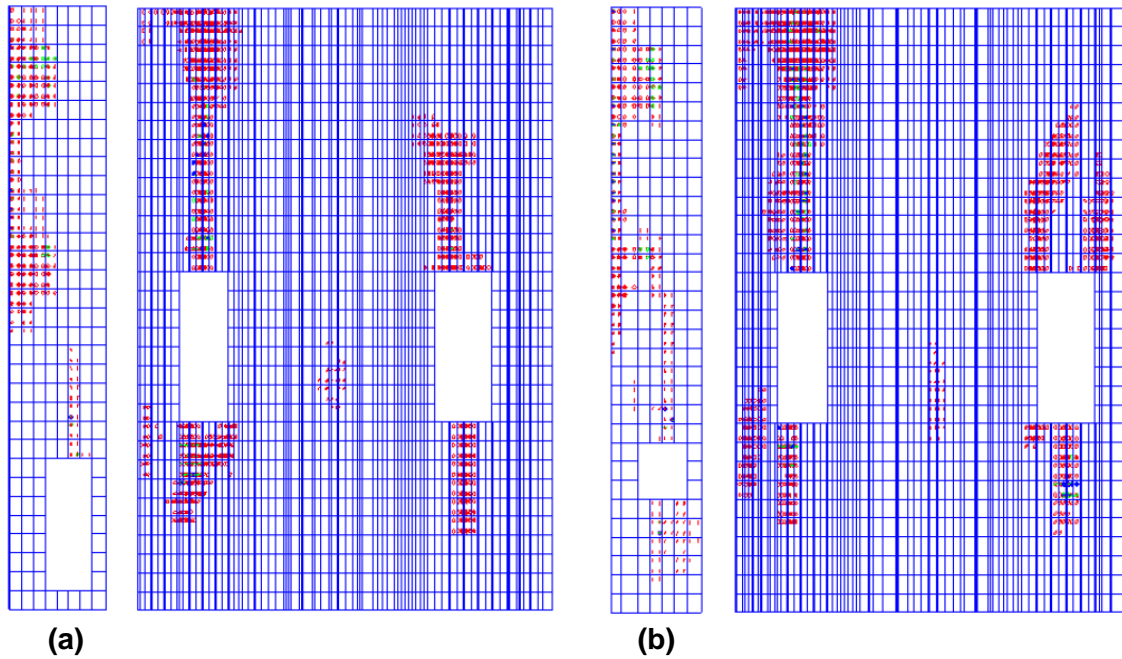


Fig. 5.53. Configurazione 2 - istante $t = 1,00$ s. Danneggiamento delle pareti laterali: (a) lato ovest; (b) lato est - ANSYS MAPDL.

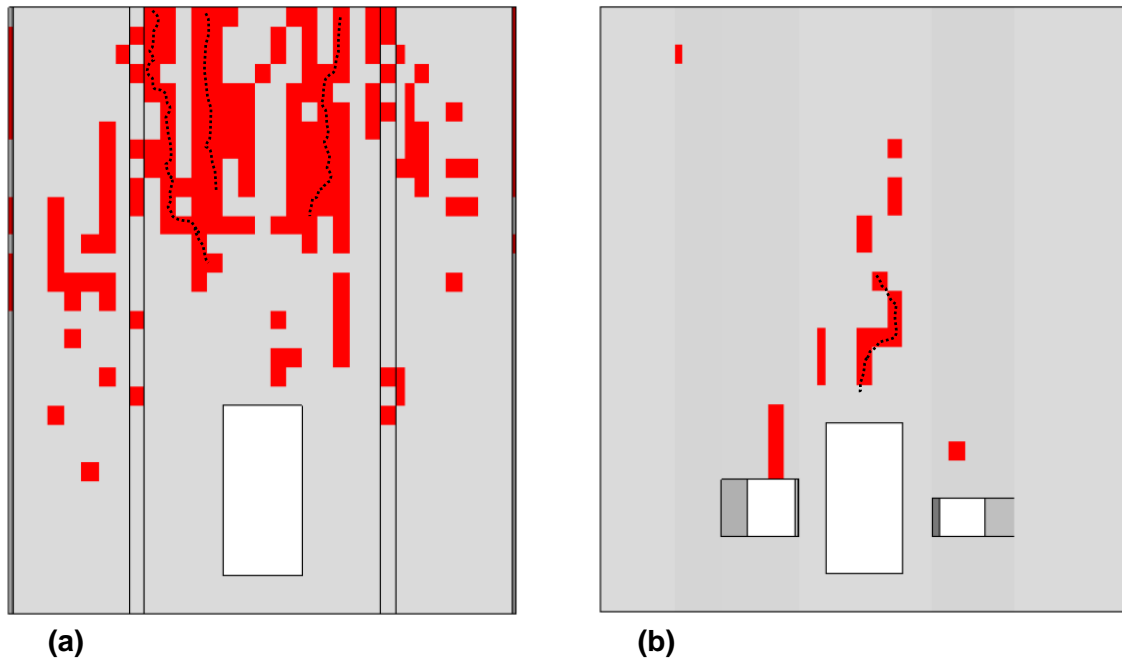


Fig. 5.54. Configurazione 2 - istante $t = 1,37$ s. (a) danneggiamento della parete sud; (b) danneggiamento della parete divisoria. Vengono evidenziati i soli elementi nei quali si registra lo stato di apertura/chiusura di fessure in più di una direzione nel punto di quadratura "67" (lato esterno parete sud) e "102" (lato sud della parete interna) - ANSYS MAPDL. Con il tratteggio nero si evidenzia la possibile apertura di fessure visibili in superficie.

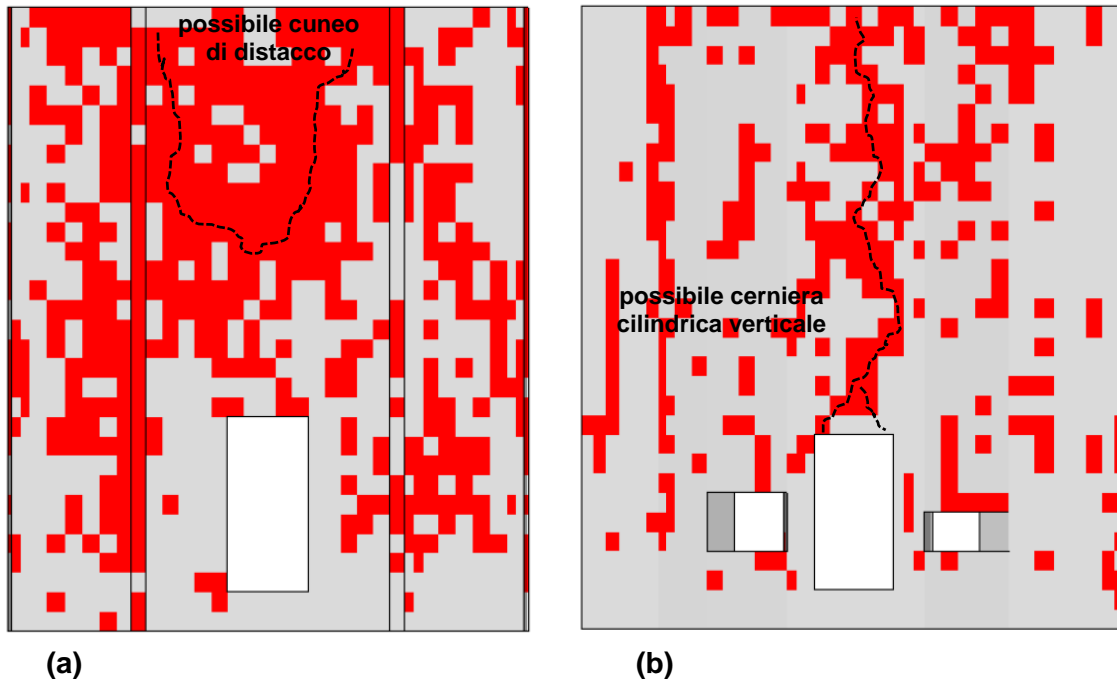


Fig. 5.55. *Configurazione 2* - istante $t = 1,91$ s. Danneggiamento della parete *sud* (a) e della parete interna (b): in rosso vengono evidenziati gli elementi nei quali si registra l'apertura/chiusura di fessure in più di una direzione nel punto di quadratura "95" (lato *sud* di entrambe le pareti) - ANSYS MAPDL.

5.4.3.8 Configurazione 3

- Istante $t = 0,00$ s: termine della fase di attribuzione dei carichi (statici) al modello; quadro fessurativo non grave e simile a quello osservato nella *configurazione 1*.
- Istante $t = 1,00$ s ($a = -0,77$ m/s²): leggero incremento dell'estensione della fessure nella parete *sud* e nella parete divisoria interna (Fig. 5.56); esteso danneggiamento della muratura in corrispondenza dei fori nelle pareti esterne della cappella gentilizia (Fig. 5.57).
- Istante $t = 1,91$ s ($a = -0,44$ m/s²): estensione del danneggiamento della parete *sud* e della parete divisoria (Fig. 5.58), che tuttavia non presentano un quadro fessurativo compatibile con la formazione dei meccanismi di ribaltamento osservati nelle *configurazioni 1* e *2*; viceversa, si osserva ulteriore aggravio del danneggiamento delle pareti laterali della cappella gentilizia. Considerando la ramificazione del danneggiamento, tale condizione, osservata su tutto lo spessore della parete, può indicare la disarticolazione della muratura e la possibile espulsione delle porzioni racchiuse dai tratteggi con cui è stato schematizzato il quadro fessurativo in Fig. 5.59 (a) e (b).

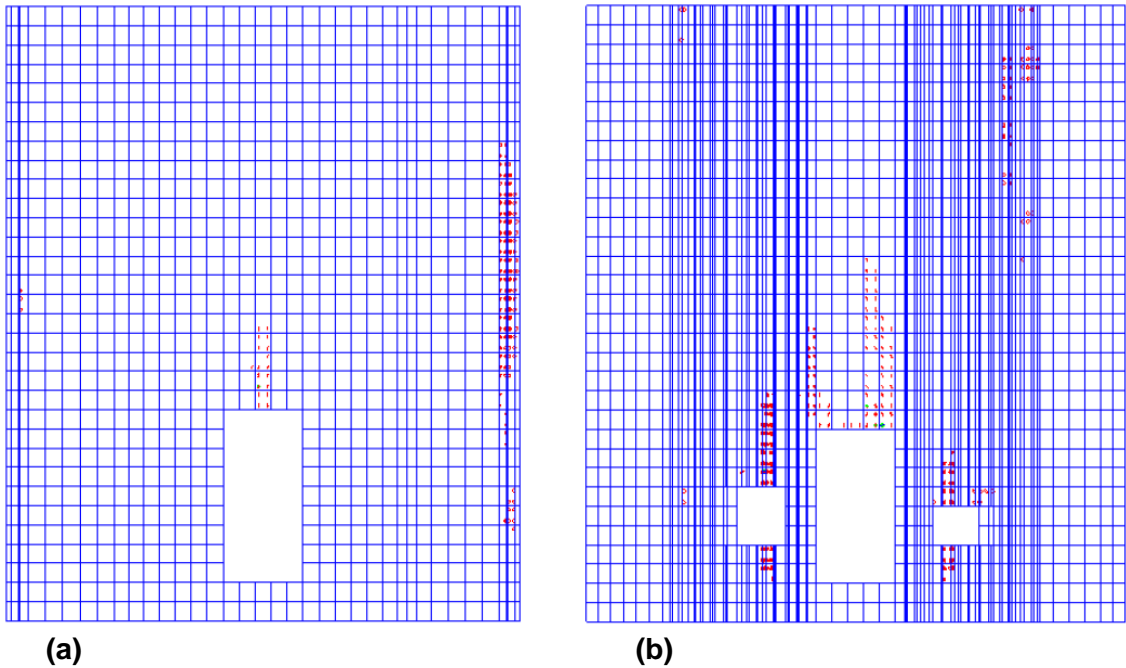


Fig. 5.56. *Configurazione 3* - istante $t = 1,00$ s. Danneggiamento della parete sud (a sinistra) e della parete interna (a destra). In rosso i piani di *crack* presenti in tutti i punti di integrazione - ANSYS MAPDL.

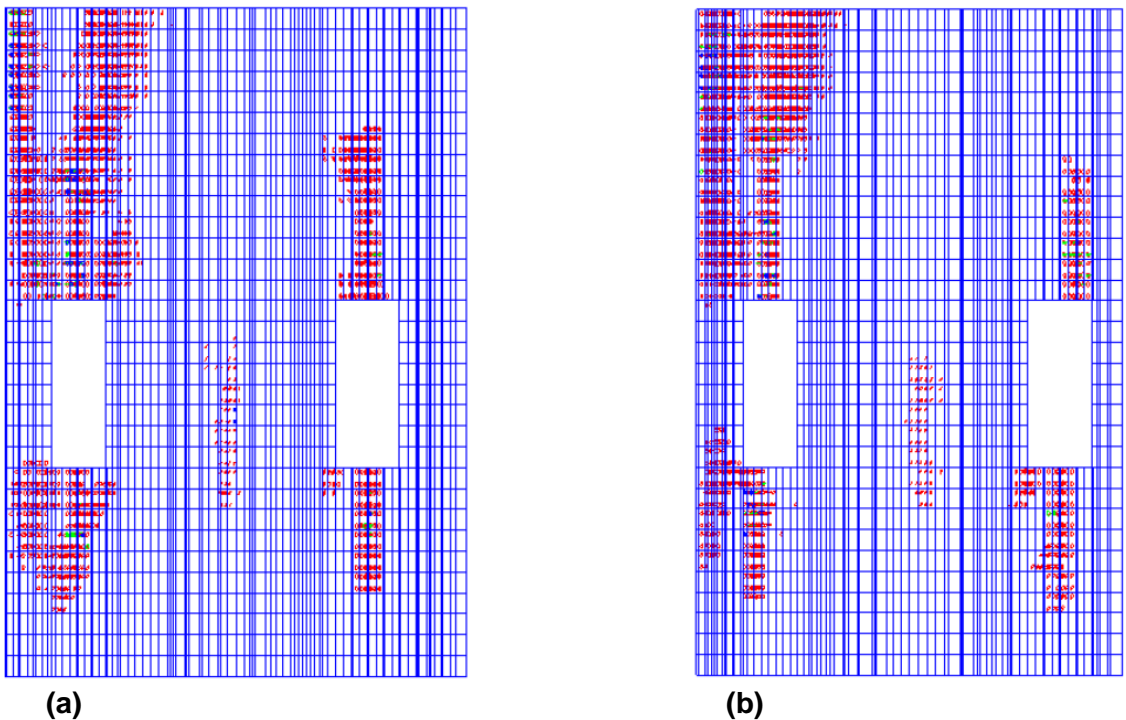
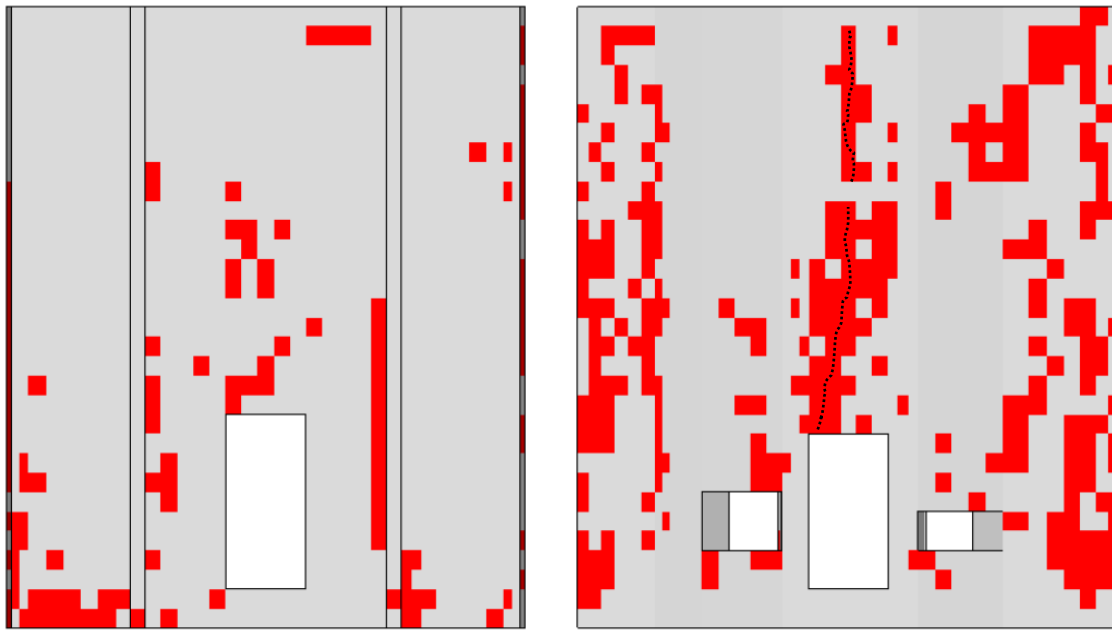
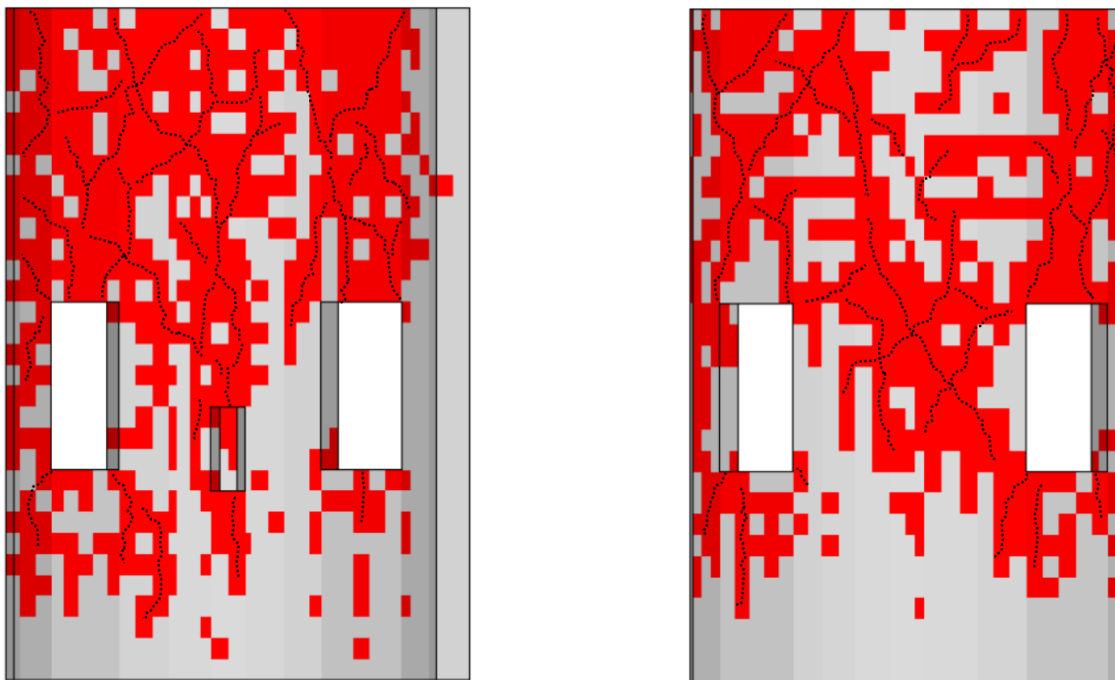


Fig. 5.57. *Configurazione 3* - istante $t = 1,00$ s. Danneggiamento delle pareti laterali della cappella gentilizia: (a) parete ovest; (b) parete est. Si visualizzano i piani di *crack* presenti in tutti i punti di integrazione - ANSYS MAPDL.



(a) (b)

Fig. 5.58. *Configurazione 3* - istante $t = 1,91$ s. Danneggiamento della parete sud (a) e della parete divisoria (b). In rosso vengono evidenziati gli elementi nei quali si è registrata l'apertura di fessure in più di una direzione nel punto di quadratura "95" - ANSYS MAPDL. Con il tratteggio nero si evidenzia la possibile apertura di fessure visibili in superficie.



(a) (b)

Fig. 5.59. *Configurazione 3* - istante $t = 1,91$ s. Danneggiamento delle pareti laterali della cappella gentilizia: (a) parete ovest; (b) parete est. In rosso vengono evidenziati gli elementi nei quali si è registrata l'apertura di fessure in più di una direzione nel punto di quadratura "53" (lato interno della parete ovest) e "88" (lato esterno della parete est) - ANSYS MAPDL. Con il tratteggio nero si evidenzia la possibile apertura di fessure visibili in superficie.

5.4.3.9 Configurazione 4

L'analisi dell'edificio dotato di un diaframma rigido in sommità, per il collegamento di tutte le pareti, ha permesso di ottenere la convergenza della soluzione fino $t = 6,34 s$, istante nel quale si può osservare il raggiungimento dello stato di *crush* in ampie e diffuse porzioni delle pareti.

- Istante $t = 0,00 s$: termine della fase di attribuzione dei carichi (statici) al modello; quadro fessurativo poco significativo e simile a quello osservato nelle configurazioni precedenti.
- Istante $t = 1,00 s$ ($a = -0,77 m/s^2$): poco significativo incremento dell'estensione del danneggiamento nella parete divisoria interna ed in corrispondenza dei fori nelle pareti esterne della cappella gentilizia (Fig. 5.60). Il danneggiamento appare più contenuto rispetto a quanto osservato nello stesso istante nella *configurazione 3*.
- Istante $t = 1,91 s$ ($a = -0,44 m/s^2$): estensione del danneggiamento nella parete *sud* ed in quella interna (Fig. 5.61); il danneggiamento della pareti laterali della cappella gentilizia appare grave (Fig. 5.62).
- Istante $t = 2,37 s$ ($a = -0,48 m/s^2$): *crush* di porzioni significative di muratura in corrispondenza dei fori nelle pareti laterali della cappella gentilizia, cui potrebbe seguire il crollo della muratura sovrastante, già soggetta a diffuso e profondo danneggiamento (Fig. 5.63).

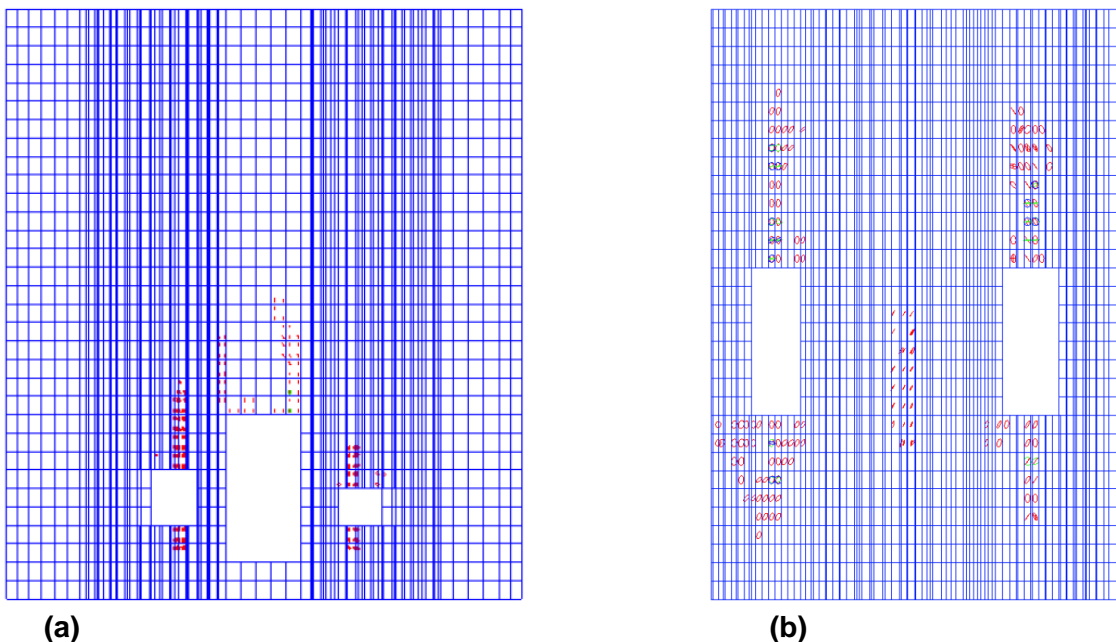
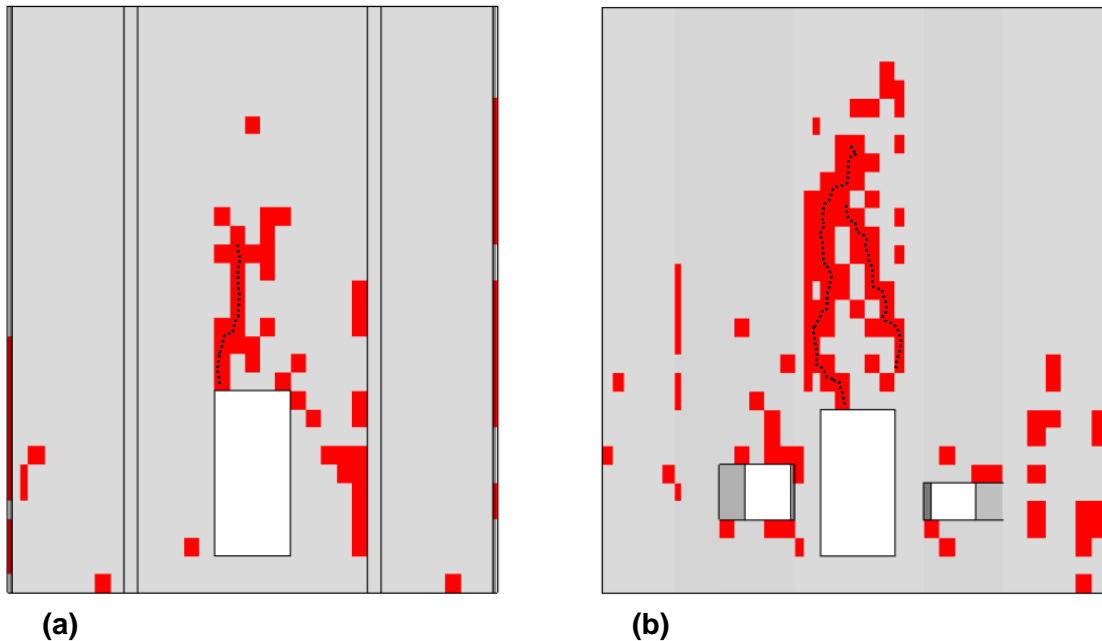
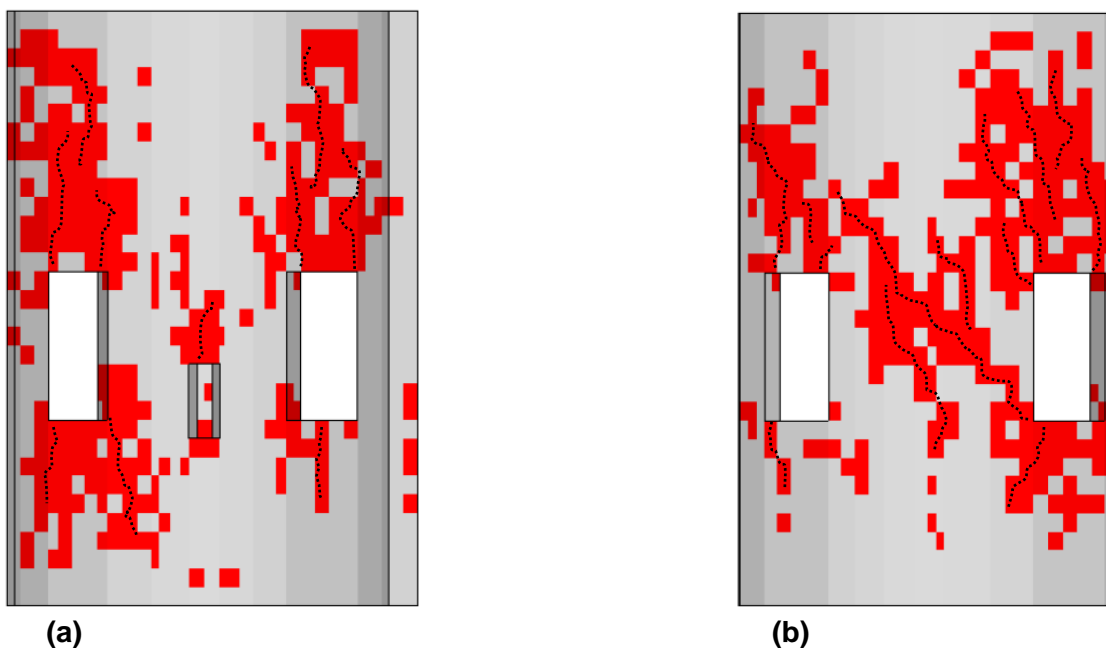


Fig. 5.60. *Configurazione 4* - istante $t = 1,00 s$. Danneggiamento della (a) parete divisoria e (b) della parete ovest della cappella gentilizia. Si evidenziano i piani di *crack* presenti in ogni punto di integrazione - ANSYS MAPDL.



(a) **(b)**
 Fig. 5.61. *Configurazione 4* - istante $t = 1,91$ s. Danneggiamento della (a) parete sud e (b) della parete divisoria. In rosso vengono evidenziati gli elementi nei quali si è registrata l'apertura di fessure in più di una direzione nel punto di quadratura "95" - ANSYS MAPDL. Con il tratteggio nero si evidenzia la possibile apertura di fessure visibili in superficie.



(a) **(b)**
 Fig. 5.62. *Configurazione 4* - istante $t = 1,91$ s. Danneggiamento delle pareti laterali della cappella gentilizia: (a) parete ovest; (b) parete est: in rosso vengono evidenziati gli elementi nei quali si è registrata l'apertura/chiusura di fessure in più di una direzione nel punto di quadratura "53" (lato interno della parete ovest) e "88" (lato esterno della parete est) - ANSYS MAPDL. Con il tratteggio nero si evidenzia la possibile apertura di fessure visibili in superficie.

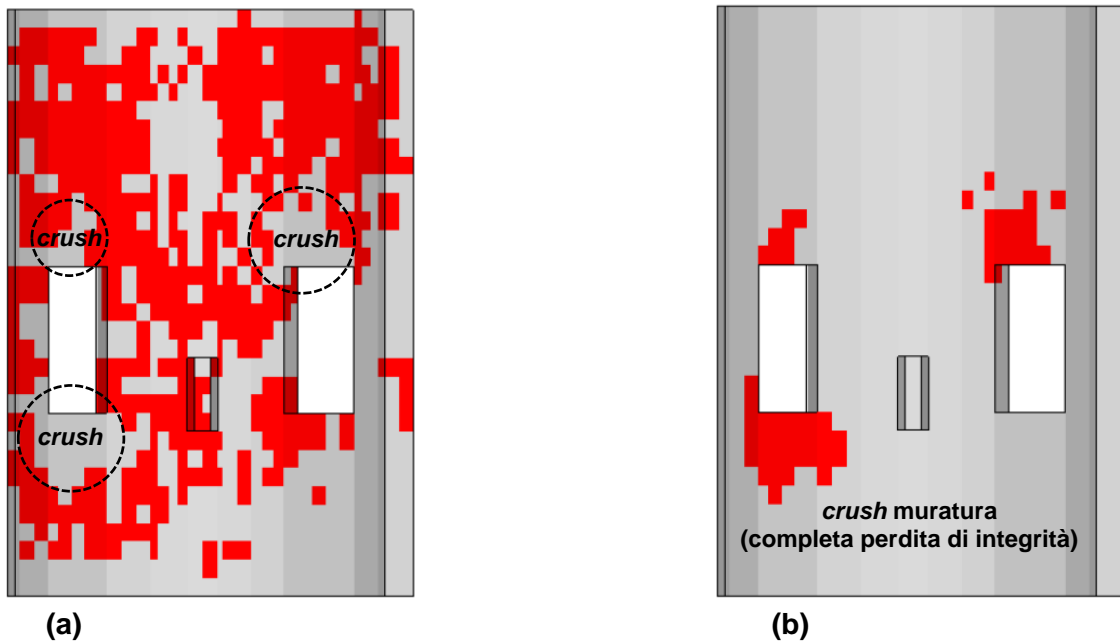


Fig. 5.63. *Configurazione 4* - istante $t = 2,37s$. Danneggiamento della parete ovest (della cappella gentilizia: (a) in rosso vengono evidenziati gli elementi nei quali si è registrata l'apertura di fessure in più di una direzione nel punto di quadratura "53"; (b) elementi nei quali è stato registrato lo stato di *crush* in corrispondenza del punto di quadratura "53" - ANSYS MAPDL.

Dall'analisi dei risultati sopra esposti, si osserva come le 4 configurazioni studiate, pur rispondendo diversamente alle sollecitazioni applicate, evidenziano danneggiamenti tali da delineare il crollo di intere porzioni di muratura nei primi 2,4 secondi dell'evento sismico.

5.4.4 Analisi con SAP2000

In SAP2000 le pareti in muratura dell'edificio sono state modellate utilizzando elementi *shell*, del tipo *homogeneous flat shell*, dal comportamento elastico lineare (CSI Analysis Reference Manual, 2013).

L'elemento *shell* combina il comportamento membranale con quello a piastra e tali contributi non risultano accoppiati se l'elemento è piano. Si osserva tuttavia come il comportamento membranale dell'elemento, implementato attraverso formulazione isoparametrica, non includa solo le componenti di rigidità alla traslazione nel piano, ma, allo scopo di favorirne l'assemblaggio con gli elementi *frame* (spesso indicati come elementi *beam* (ANSYS MAPDL) o "trave"), dotati di 6 *gdl* ai nodi, anche una rigidità (fittizia) alla rotazione intorno ad un asse uscente dal piano dell'elemento.

La discretizzazione (*mesh*) ha tenuto conto delle linee guida fornite dal produttore in merito all'uso degli elementi *shell* (CSI Analysis Reference Manual, 2013). In particolare sono stati utilizzati solo elementi a 4 nodi di forma rettangolare (Fig. 5.64), con rapporti di forma (i.e. rapporti tra il lato maggiore e quello minore) inferiori a 3,3 (ma

generalmente $< 1,2$); le dimensioni dei lati degli elementi sono comprese tra 9 cm e 39 cm .

Nel caso in esame si è scelto di tenere conto della deformabilità a taglio dell'elemento (formulazione piastra alla *Mindlin-Reissner*).

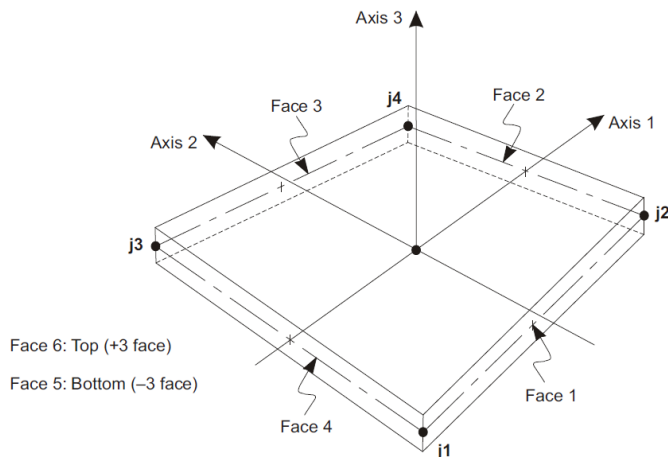


Fig. 5.64. Elemento *shell* (*homogeneous flat shell*) quadrilatero a 4 nodi (*CSI Analysis Reference Manual*, 2013).

5.4.4.1 Modellazione dell'edificio a base fissa

L'edificio è stato modellato definendo 17 gruppi di elementi *shell* differenti per lo spessore loro assegnato (evidenziati dal diverso colore in Fig. 5.65), così da riprodurre, per quanto possibile, l'irregolare geometria dei paramenti murari, sia in pianta che in elevazione (e.g. a causa della presenza di nicchie incavate nelle pareti). Gli spessori assegnati agli elementi *shell* sono compresi tra 15 cm e 85 cm .

Le catene e le relative piastre di ancoraggio sono state modellate con elementi *NLLink* del tipo *Hook* (*CSI Analysis Reference Manual*, 2013) e *constraints* di tipo *plate* (piastra) rispettivamente; agli *NLLink* è stata assegnata la possibilità di trasmettere solo sforzi normali di trazione pari a:

$$f_1 = \begin{cases} k_1 d_{u1} & \text{se } d_{u1} > 0 \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

dove (direzione locale 1 coincidente con l'asse indeformato dell'elemento):

$k_1 = 10^5 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$ rigidezza imposta alla molla che descrive il comportamento nell'elemento *NLLink* nella direzione locale 1 (si è assunto che la catena sia quasi inestensibile);

d_{u1} spostamento relativo nella direzione locale 1 dei nodi di estremità dell'elemento.

L'edificio è stato incastrato rigidamente in corrispondenza di tutti i nodi alla base.

La copertura in legno (deformabile – non modellata) è stata considerata solo in termini di carichi gravitazionali e masse sismiche associate, da assegnare al modello, sulla base della schematizzazione strutturale descritta al par. 5.3 (Fig. 5.24) e per aree di influenza, lungo le pareti interne e perimetrali alla quota di imposta della copertura stessa (+9,60 m - Fig. 5.22 e Fig. 5.66).

Il peso complessivo della copertura è stato stimato in circa 340 kN. Il carico provocato dalla neve sulla copertura è pari a 1,20 kN/m² (D.M. 2008 par. 3.4).

I carichi gravitazionali e le masse sismiche del solaio al livello di calpestio, assunto deformabile e quindi non modellato, sono stati assegnati per aree di influenza, lungo le pareti interne e perimetrali, ad una quota (+0,30 m) pari alla media tra il piano di calpestio (+0,60 m - Fig. 5.22) ed il piano di campagna (+0,00 m).

Il peso complessivo del solaio al livello di calpestio è stato valutato pari a circa 365 kN (carico *permanente* + *portato*), mentre il carico d'esercizio previsto è di 4,00 kN/m² (D.M. 2008 Tab. 3.1.II – Cat.C2).

5.4.4.2 Analisi modale preliminare

Nonostante l'utilizzo di elementi *flat shell* non permetta la descrizione della forma dell'edificio con lo stesso grado di dettaglio raggiunto con gli elementi solidi in *ANSYS MAPDL*, i risultati dell'analisi modale preliminare dell'edificio, effettuata in *SAP2000* con il *metodo dei vettori di Ritz*, ha confermato, con buon accordo, le medesime criticità evidenziate con *ANSYS MAPDL*.

Si è osservato quindi nuovamente come significative forme modali, in termini di massa partecipante, corrispondano ad oscillazioni fuoripiano delle pareti stese in direzione *X* (sistema di riferimento riportato in Fig. 5.65).

Con particolare riferimento al primo modo proprio (Tab. 7), si nota una maggiore percentuale di massa modale associata alla rotazione “fuoripiano” (*MR_x*) della parete *sud* nel modello realizzato in *ANSYS MAPDL* (15,5%), rispetto a quella calcolata in *SAP2000* (8,6%).

Si ritiene che i maggiori scostamenti osservati siano attribuibili, in primo luogo, al diverso metodo utilizzato per l'estrazione di autovettori ed autovalori (*ANSYS MAPDL*: metodo di *Lanczos*; *SAP2000*: metodo dei *vettori di Ritz*) e, secondariamente, alle differenze geometriche ed alle diverse caratteristiche degli elementi finiti utilizzati.

	T_1	MU_y	MR_x
SAP2000	0,357	15,9	8,6
ANSYS MAPDL	0,344	14,8	15,5

Tab. 7. Confronto dei periodi propri di oscillazione e delle percentuali di massa partecipante, associate alla traslazione in direzione Y ed alla rotazione attorno all'asse X , per il primo modo proprio calcolato con **SAP2000** e **ANSYS MAPDL**.

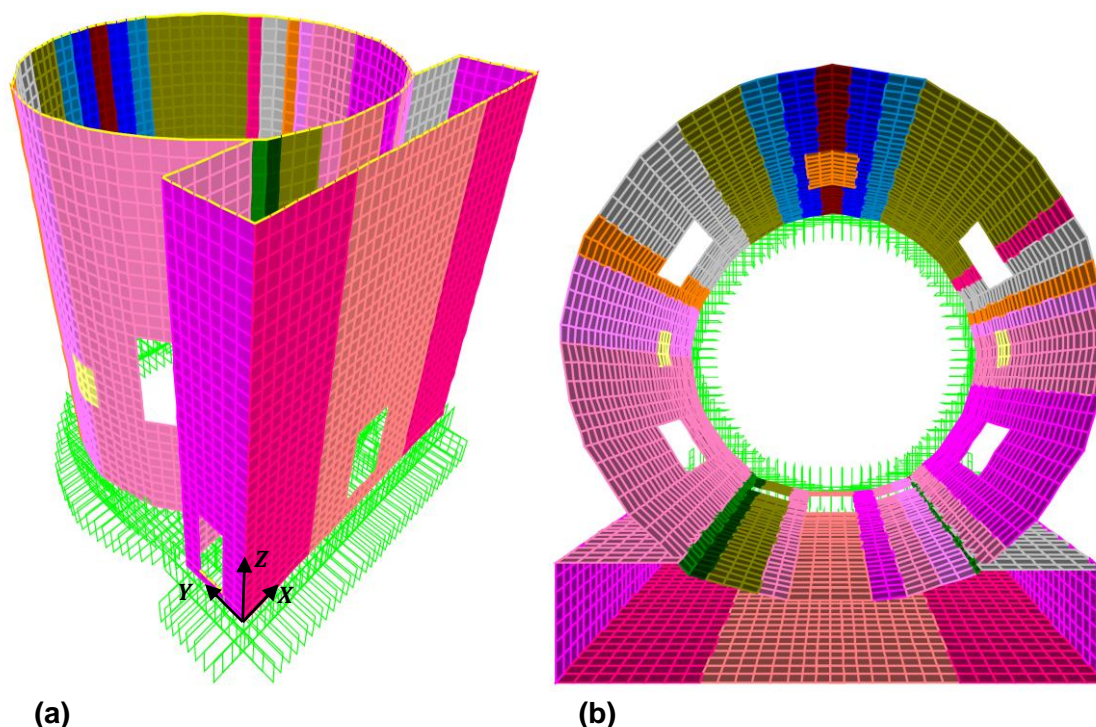


Fig. 5.65. Modello ad elementi finiti dell'Oratorio di Villa Lippomano realizzato in **SAP2000**: (a) primo piano dello spigolo S-O; (b) vista dall'alto. I colori distinguono i diversi elementi *shell* in base allo spessore loro assegnato per riprodurre l'irregolare spessore reale delle pareti.

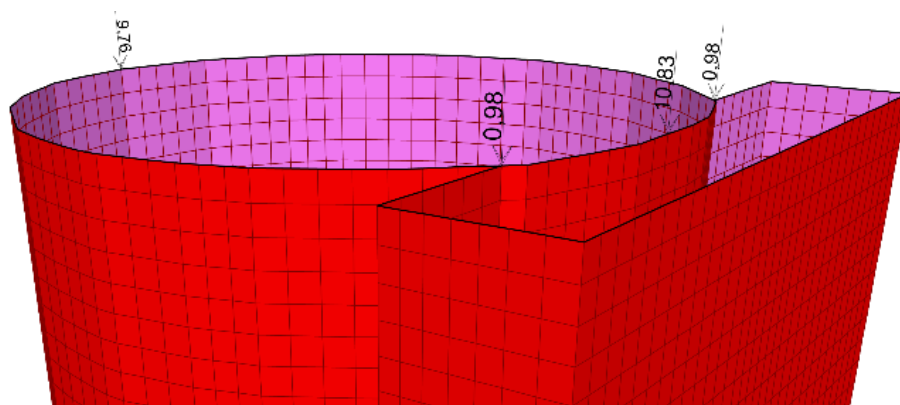


Fig. 5.66. Carichi gravitazionali trasmessi dalla copertura in legno alla testa delle pareti in muratura (sulla base dell'ipotesi descritta al par. 5.3 (Fig. 5.24): carichi concentrati in corrispondenza degli appoggi della capriata e delle travi di bordo diagonali (**SAP2000**).

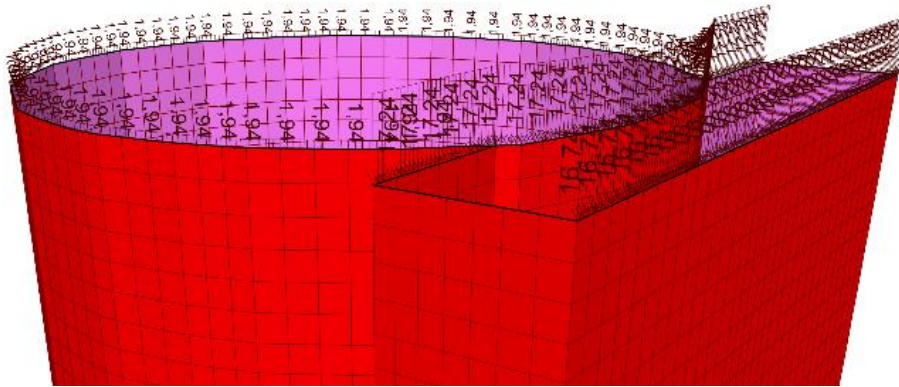


Fig. 5.67. Carichi gravitazionali trasmessi dalla copertura alla testa delle pareti in muratura (sulla base dell'ipotesi descritta al par. 5.3 (Fig. 5.24): carichi distribuiti in corrispondenza degli appoggi della copertura conoidale in legno e dei timpani in muratura di sostegno alla copertura in legno a due falde (SAP2000).

Le percentuali di massa partecipante, per i primi 10 modi sono riportate in Tab. 8. Il minimo numero di modi da considerare perché la quota di massa modale attivata sia $\geq 85\%$ per le traslazioni nel piano orizzontale (dir. X , dir. Y) e per la rotazione attorno all'asse verticale (dir. Z) sono in totale 164.

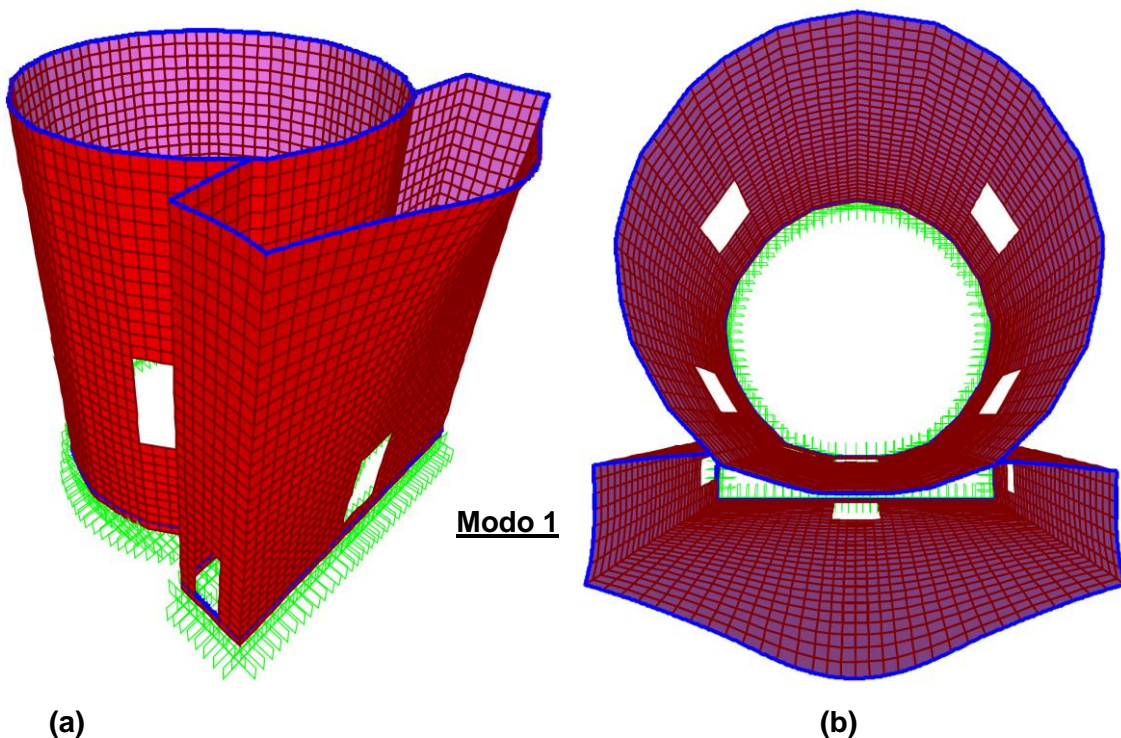


Fig. 5.68. Prima forma modale ($T = 0,357 s$): (a) primo piano dello spigolo S-O; (b) vista dall'alto. Si osserva l'oscillazione fuoripiano della porzione superiore della parete sud (SAP2000).

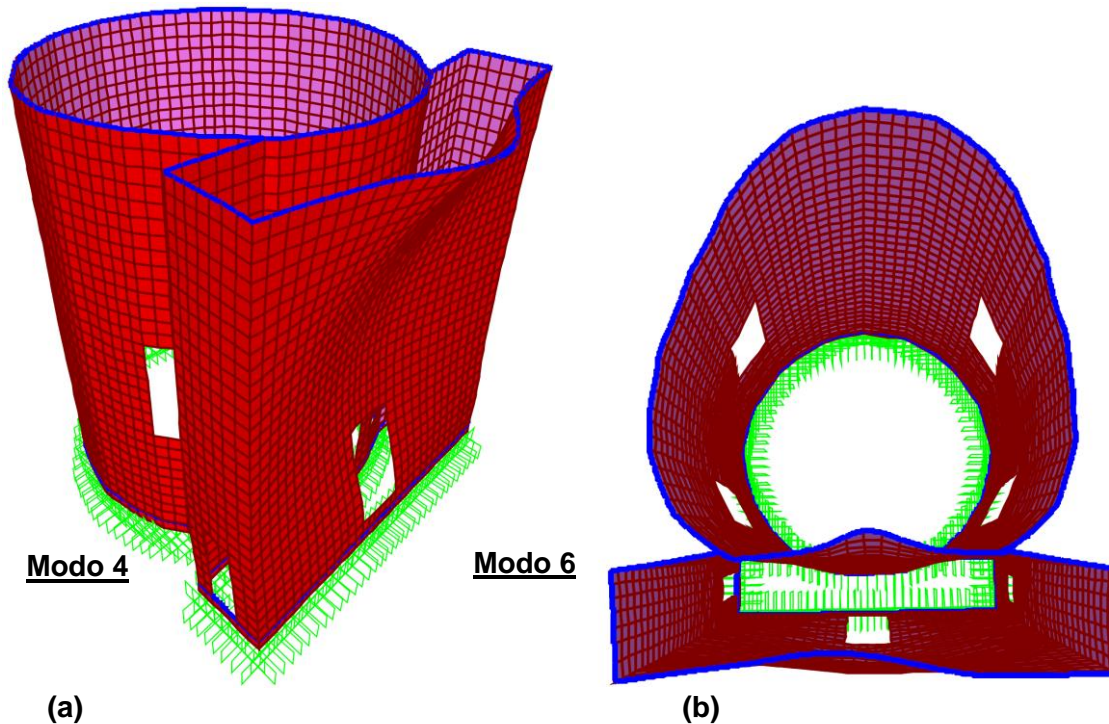


Fig. 5.69. (a) quarta forma modale ($T_4 = 0,174 s$) con in primo piano lo spigolo S-O dell'edificio; (b) sesta forma modale ($T_6 = 0,157 s$) vista dall'alto (SAP2000).

n°	T [s]	massa modale partecipante (traslazione)			(cumulativo)			massa modale partecipante (rotazione)			(cumulativo)		
		MUx %	MUy %	MUz %	MUx %	MUy %	MUz %	MRx %	MRy %	MRz %	MRx %	MRy %	MRz %
1	0,357	0,0	15,9	0,0	0,0	15,9	0,0	8,6	0,0	0,0	8,5	0,0	0,0
4	0,174	0,0	22,8	0,0	0,2	40,6	0,0	1,6	0,0	0,0	11,4	0,2	2,4
5	0,166	2,8	0,0	0,0	2,9	40,6	0,0	0,1	1,8	6,5	11,5	2,0	8,9
6	0,157	0,1	21,3	0,0	3,0	61,9	0,0	11,8	0,1	0,0	23,3	2,1	8,9
7	0,152	57,4	0,0	0,0	60,4	61,9	0,1	0,0	28,0	0,9	23,3	30,0	9,8
10	0,113	0,4	0,0	0,0	61,8	63,6	0,1	0,1	0,0	31,5	26,5	30,3	42,5
...
164	0,009	0,9	0,4	0,1	95,6	96,6	84,6	0,4	2,2	0,2	87,9	89,4	85,1

Tab. 8. Percentuale di massa partecipante associata ai modi propri di vibrare della struttura a base fissa, dove n° indica il numero progressivo dei modi, T il periodo proprio, mentre UX, UY, UZ indicano i gradi di libertà traslazionali e RX, RY, RZ i gradi di libertà rotazionali del sistema di riferimento globale. Vengono riportati, tra i primi 164 modi, i soli che attivano una percentuale di massa modale > 5%.

5.4.4.3 (Non-Linear) Modal Time-History Analysis

L'analisi svolta con *SAP2000* per comprendere la risposta sismica dell'edificio nella *configurazione 1* è stata dinamica lineare, del tipo *modal time-history analysis* (Wilson, 1995): effettuato il disaccoppiamento modale del sistema con il *metodo dei vettori di Ritz* (Wilson et al., 1982), le equazioni di equilibrio dinamico (1 *gdl*) vengono risolte istante per istante imponendo una variazione lineare della funzione di carico (i.e. *input* sismico) nell'intervallo temporale considerato (*CSi Analysis Reference Manual*, 2013).

Per tenere conto della presenza degli incatenamenti (come previsto nelle *configurazioni 2-3-4*), in grado di trasmettere esclusivamente sforzi normali di trazione, si è fatto ricorso invece ad analisi dinamica non lineare, del tipo *Non-Linear Modal Time History Analysis* (*CSi Analysis Reference Manual*, 2013), estensione della *Fast Non-Linear Analysis* (*FNA* - Wilson (1995)), implementata in *SAP2000*.

Analogamente alla *modal time-history analysis*, effettuato il disaccoppiamento modale del sistema con il *metodo dei vettori di Ritz*, le equazioni di equilibrio dinamico (1 *gdl*) vengono risolte istante per istante; nel caso non lineare, inoltre, si osserva la modifica della matrice di rigidezza elastica della struttura ($\mathbf{K} \rightarrow \bar{\mathbf{K}}$) e del vettore delle forze esterne applicate ($\mathbf{F}(t) \rightarrow \bar{\mathbf{F}}(t)$), dovuto all'introduzione del vettore delle reazioni degli elementi non-lineari \mathbf{R}_{NL} :

$$\mathbf{M}\dot{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{u}}(t) + \bar{\mathbf{K}}\mathbf{u}(t) = \bar{\mathbf{F}}(t) \quad (5.69)$$

con:

$\bar{\mathbf{K}} = \mathbf{K} + \mathbf{K}_e$ matrice di rigidezza elastica (modificata per garantire la stabilità del sistema);

\mathbf{K} matrice di rigidezza elastica che comprende il contributo dei soli elementi a cui è assegnato un comportamento elastico;

\mathbf{K}_e matrice di rigidezza elastica che comprende il contributo equivalente (di valore arbitrario) dei soli elementi introdotti, in corrispondenza degli elementi non-lineari, per escludere labilità nel sistema (il contributo degli elementi non-lineari, infatti, non è compreso in \mathbf{K} e viene considerato solo attraverso il vettore \mathbf{R}_{NL});

$$\bar{\mathbf{F}}(t) = \mathbf{F}(t) - \mathbf{R}_{NL}(t) + \mathbf{K}_e\mathbf{u}(t) \quad \begin{array}{l} \text{vettore delle forze esterne} \\ \text{applicate (modificato);} \end{array} \quad (5.70)$$

dove:

$\mathbf{F}(t)$ vettore delle forze esterne applicate;

- $\mathbf{R}_{NL}(t)$ vettore delle reazioni ai nodi degli elementi non-lineari (nel sistema di riferimento globale) - da calcolare iterativamente ad ogni istante temporale t ;
- $\mathbf{K}_e \mathbf{u}(t)$ vettore delle forze applicate (a destra nell'eq. (5.69)) per mantenere l'equilibrio del sistema dopo l'adozione della matrice $\bar{\mathbf{K}}$ (a sinistra nell'eq. (5.69)).

Sostituendo l'eq. (5.70) nell'eq. (5.69), si ottiene:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{u}}(t) + [\mathbf{K} + \mathbf{K}_e] \mathbf{u}(t) = \mathbf{F}(t) - \mathbf{R}_{NL}(t) + \mathbf{K}_e \mathbf{u}(t) \quad (5.71)$$

L'eq. (5.71) evidenzia come il calcolo della soluzione $\mathbf{u}(t)$ richieda, ad ogni istante, l'aggiornamento del solo vettore delle reazioni negli elementi-non lineari $\mathbf{R}_{NL}(t)$, mentre le matrici di rigidezza si mantengono costanti e l'operazione di fattorizzazione (e.g. decomposizione di *Cholesky*, metodo di eliminazione di *Gauss*, ecc.) verrà svolta un'unica volta. L'utilizzo del metodo descritto implica quindi una risposta sempre elastica e lineare della struttura in muratura.

L'applicazione della storia delle accelerazioni alla base è avvenuta successivamente alla definizione della condizione iniziale della struttura, deformata dai carichi statici: è stata quindi definita una funzione ("rampa") che permette l'applicazione incrementale dei carichi, lineare rispetto al tempo.

Per evitare che i carichi verticali generino oscillazioni della struttura che proseguono oltre il primo istante di applicazione dell'azione sismica orizzontale, la funzione *rampa* deve simulare un'applicazione "quasi statica" dei carichi: terminata la fase incrementale, i carichi verticali dovranno quindi essere mantenuti costanti per un intervallo di tempo sufficiente a garantire che l'alto fattore di smorzamento viscoso imposto ($\xi = 99\%$ - costante per tutti i modi propri), annulli ogni oscillazione indesiderata.

Come in *ANSYS MAPDL*, si è scelto di utilizzare il modello di smorzamento viscoso proporzionale (o di *Rayleigh*) per la definizione della matrice di smorzamento $[\mathbf{C}]$ del sistema, imponendo un fattore di smorzamento equivalente $\xi = 6\%$ al periodo del primo modo proprio della struttura ($T = 0,357 \text{ s} \Rightarrow \omega_1 = 17,59 \text{ rad/s}$) ed al periodo corrispondente all'intervallo di integrazione ($T = 0,1 \text{ s} \Rightarrow \omega_2 = 62,83 \text{ rad/s}$), da cui:

$$\alpha = 2\xi \frac{\omega_1 \omega_2}{\omega_1 + \omega_2} = 1,6489; \quad \beta = 2\xi \frac{1}{\omega_1 + \omega_2} = 0,0015.$$

L'interpretazione dei risultati delle analisi dinamiche svolte in *SAP2000* è avvenuta valutando i primi istanti nei quali si registra il raggiungimento della tensione

limite di trazione della muratura in un'area continua e significativa delle pareti; le osservazioni effettuate confermano le vulnerabilità già riscontrate in *ANSYS MAPDL*, ovvero la possibile formazione di meccanismi di ribaltamento fuoripiano già nei primi istanti dell'evento sismico.

Con riferimento al medesimo gruppo di accelerogrammi ed ai risultati delle analisi illustrate in precedenza (par. 5.4.3.4), vengono di seguito riportate le principali evidenze riscontrate.

5.4.5 Confronto per la *Configurazione 1*

L'analisi delle tensioni di trazione massime (i.e. lungo le direzioni principali), indica nell'intervallo $t = 0,9 \div 1,0$ s l'istante in cui avviene il primo raggiungimento del limite elastico del materiale muratura ($\sigma_t > f_t = 0,1$ MPa) in un'area significativa, che, come evidenziato in blu in Fig. 5.70 (a), corrisponde ad un'ampia porzione della parte sommitale della parete sud; tale area, precedentemente sempre in campo elastico, contiene una porzione di muratura effettivamente danneggiata (piani di *crack* in rosso a destra in Fig. 5.70 (b)) e, come evidenziato da *ANSYS MAPDL*, potrebbe successivamente essere soggetta ad espulsione ($t = 1,76$ s; Fig. 5.51).

Analoghe considerazioni possono essere effettuate per la parete divisoria (i.e. tra la zona di ingresso e la cappella gentilizia) e per quelle laterali della cappella gentilizia; in particolare, nella parete divisoria si evidenziano ampie aree soggette a tensioni di trazione superiori a f_t , sempre in campo elastico durante la storia precedente. Il confronto con il danneggiamento della muratura mostra come l'analisi delle tensioni (*SAP2000*) colga il danneggiamento della porzione centrale della parete interna, evidenziando tuttavia un'area meno estesa, in direzione verticale, rispetto a quanto osservabile in *ANSYS MAPDL* (Fig. 5.71).

Tali differenze possono essere correlate al progressivo aumento del danneggiamento, ovvero alla progressiva riduzione della rigidità delle pareti: il raggiungimento della tensione limite f_t implica infatti la redistribuzione delle sollecitazioni in una porzione sempre minore di muratura integra.

L'andamento del taglio alla base dell'edificio nei primi 2,8 s dall'inizio dell'evento sismico è riportato in Fig. 5.73 (direzione N-S) e Fig. 5.73 (direzione E-O).

Sulla base dei risultati illustrati in precedenza, il confronto tra la risposta elastica (valutata in *SAP2000* - curva blu) e quella dell'edificio soggetto a progressivo danneggiamento ed in grado di esprimere una certa duttilità (*ANSYS MAPDL* - curva rossa), evidenzia in particolare:

- modesti spostamenti tra le due curve fino a $t = 1,1 s$, dovuti principalmente agli effetti del danneggiamento dell'edificio ed alla duttilità del materiale espressa al termine della fase di attribuzione dei carichi statici;

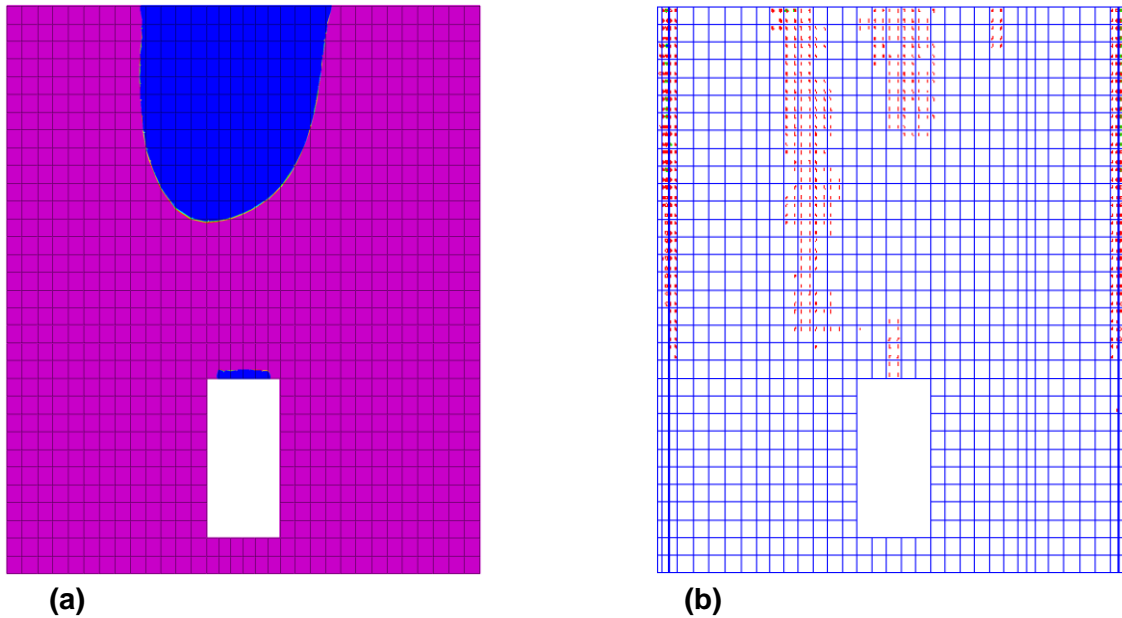


Fig. 5.70. Configurazione 1 - istante $t = 0,95 s$: parete sud. (a) stato tensionale espresso da SAP2000 con riferimento alla superficie visibile: in blu si evidenziano le aree dove $\sigma_t > f_t = 0,1 MPa$; (b) si evidenziano in rosso i piani di crack presenti in corrispondenza di tutti i punti di integrazione degli elementi SOLID65 - ANSYS MAPDL.

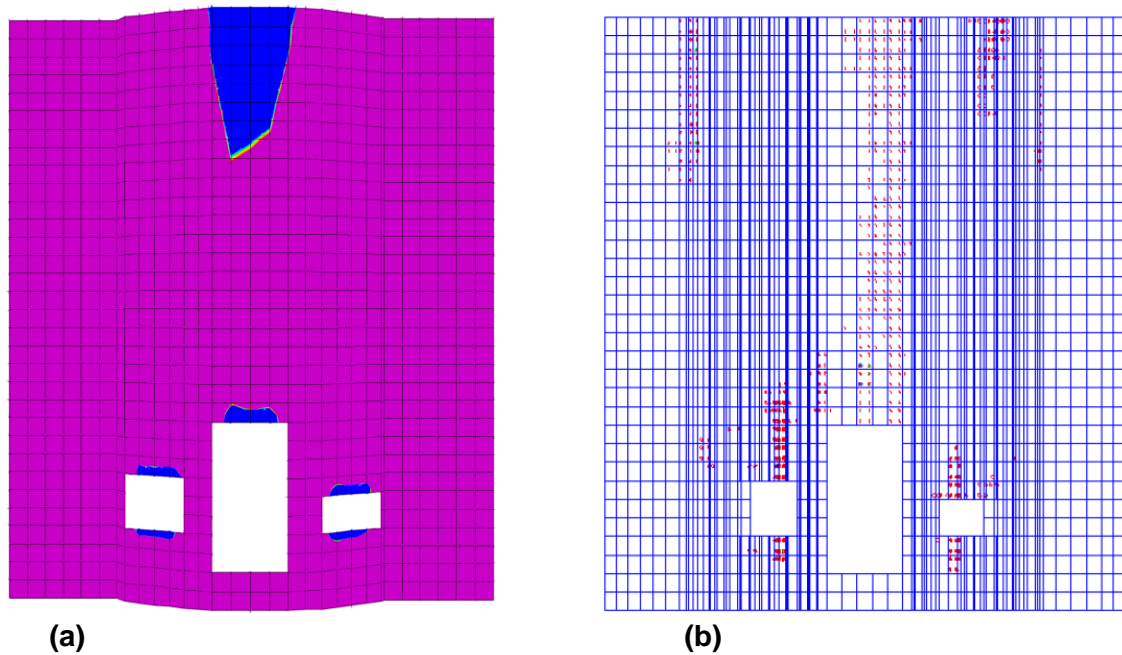


Fig. 5.71. Configurazione 1 - istante $t = 0,95 s$: parete divisoria. (a) stato tensionale espresso da SAP2000 con riferimento alla superficie visibile: in blu si evidenziano le aree dove $\sigma_t > f_t = 0,1 MPa$; (b) in rosso si evidenziano i piani di crack presenti in corrispondenza di tutti i punti di integrazione degli elementi SOLID65 - ANSYS MAPDL.

- abbattimento crescente dei picchi di sollecitazione in direzione *N-S* a partire da $t = 1,2$ s, correlabile, come sopra illustrato, al significativo danneggiamento registrato in prossimità dell'istante $t = 0,95$ s nella parete *sud* ed in quella divisoria; l'abbattimento dei picchi in direzione *E-O* diventa invece significativo a partire da $t = 1,4$ s, a causa della redistribuzione delle sollecitazioni tra gli elementi integri ed all'aggravio del danneggiamento nella pareti laterali della cappella gentilizia (Fig. 5.49).
- a partire dall'istante $t = 2,4$ s, corrispondente ad una condizione di gravissimo danneggiamento della muratura, non è più possibile confrontare le due risposte.

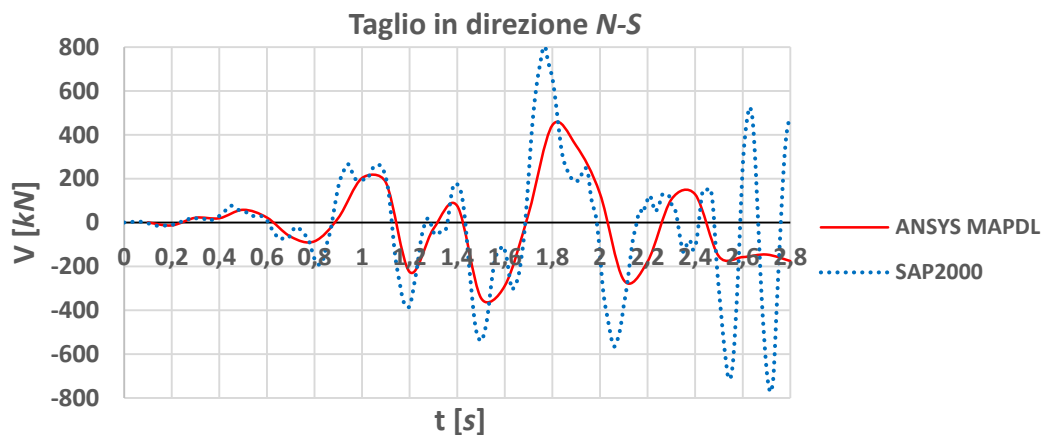


Fig. 5.72. *Configurazione 1*: confronto andamento del taglio alla base (SLC) nei primi 2,8 s dall'inizio dell'evento sismico in direzione *N-S*.

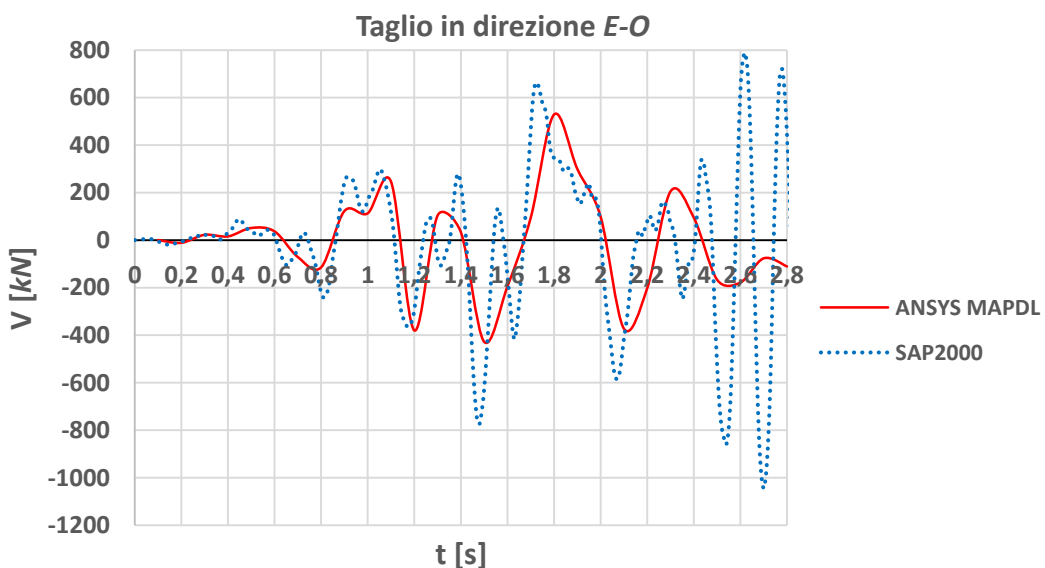


Fig. 5.73. *Configurazione 1*: confronto andamento del taglio alla base (SLC) nei primi 2,8 s dall'inizio dell'evento sismico in direzione *E-O*.

5.4.6 Confronto per la *Configurazione 2*

L'analisi delle tensioni di trazione massime indica, anche per lo stato di fatto, nell'intervallo $t = 0,9 \div 1,0$ s l'istante in cui avviene il primo raggiungimento del limite elastico della muratura: analogamente al caso precedente, tale stato tensionale coinvolge ampie porzioni di muratura in corrispondenza della parte sommitale della parete *sud* e della parete divisoria, in buon accordo con il danneggiamento evidenziato in *ANSYS MAPDL*.

Il confronto con il danneggiamento della muratura mostra come l'analisi delle tensioni in *SAP2000* non redistribuisca, a causa del danneggiamento, le sollecitazioni in prossimità delle piastre di ancoraggio (ingresso laterale *ovest* - Fig. 5.75 (a)), ed in corrispondenza dei fori nelle pareti laterali della cappella gentilizia (parete *est* - Fig. 5.75 (b)); viene comunque identificata la forma del cuneo di distacco e l'istante di superamento della tensione limite f_t .

Analogamente al caso precedente, si osserva come dall'istante $t = 2,4$ s, corrispondente ad una condizione di grave danneggiamento della muratura, non sia più possibile effettuare alcun confronto le due risposte.

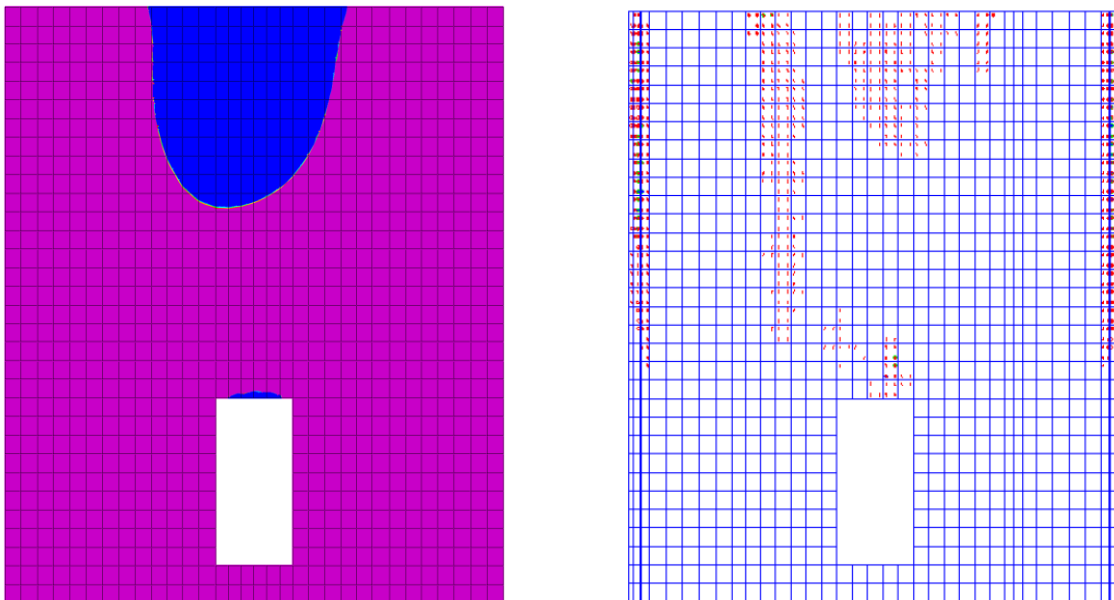


Fig. 5.74. *Configurazione 2* - istante $t = 0,95$ s: parete *sud*. A sinistra lo stato tensionale espresso da *SAP2000* con riferimento alla superficie visibile: in blu si evidenziano le aree dove $\sigma_t > f_t = 0,1$ MPa; a destra si evidenziano i piani di *crack* presenti in corrispondenza di tutti i punti di integrazione degli elementi *SOLID65* - *ANSYS MAPDL*.

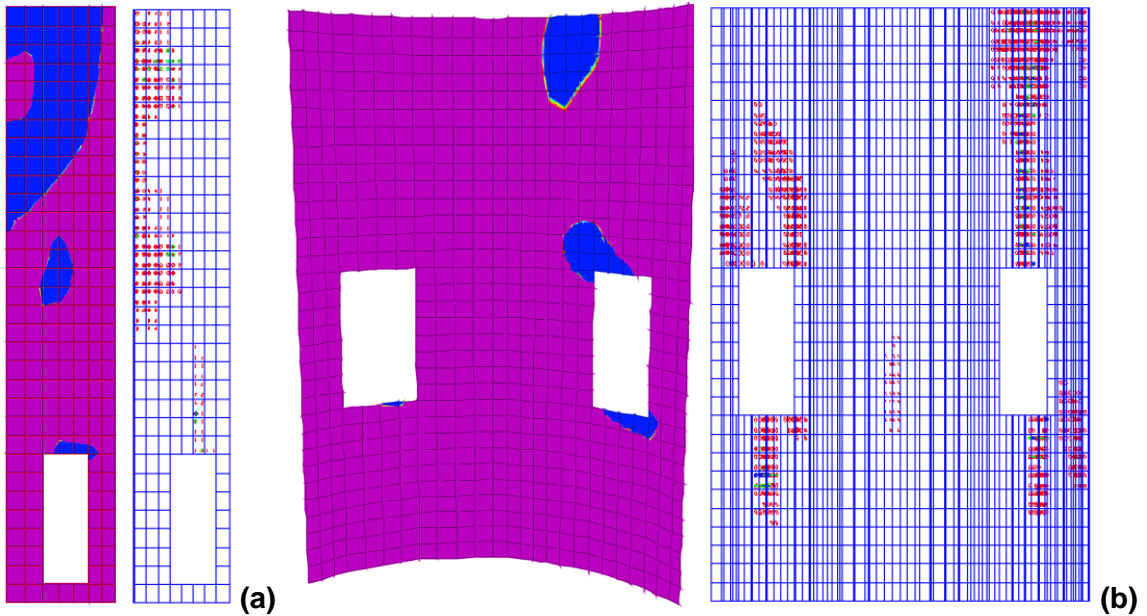


Fig. 5.75. Configurazione 2 - istante $t = 0,95 s$. Stato tensionale (con riferimento alla superficie visibile – SAP2000) e danneggiamento delle pareti:
 (a) parete in corrispondenza dell'ingresso laterale (ovest);
 (b) parete est della cappella gentilizia.
 A sinistra in (a) e (b) si evidenziano in blu le aree dove $\sigma_t > f_t = 0,1 MPa$; a destra in (a) e (b) si evidenziano in rosso i piani di crack presenti in corrispondenza dei punti di integrazione - ANSYS MAPDL.

L'andamento del taglio alla base dell'edificio nei primi 2,8 s dall'inizio dell'evento sismico è riportato in Fig. 5.76 per la direzione N-S e Fig. 5.77 per la direzione E-O.

Il confronto tra la risposta elastica (curva blu) e quella dell'edificio soggetto a progressivo danneggiamento (curva rossa), evidenzia le medesime peculiarità descritte per la configurazione 1.

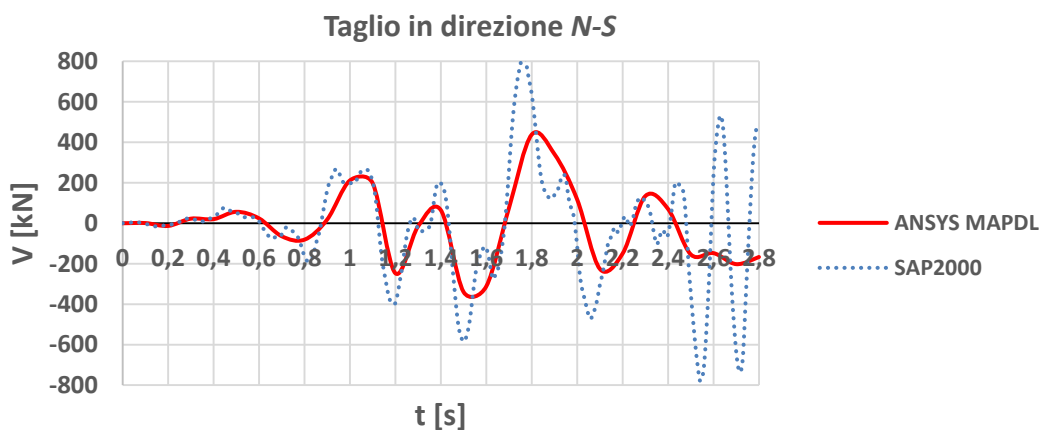


Fig. 5.76. Configurazione 2 (stato di fatto): confronto andamento del taglio alla base (SLC) nei primi 2,8 s dall'inizio dell'evento sismico in direzione N-S.

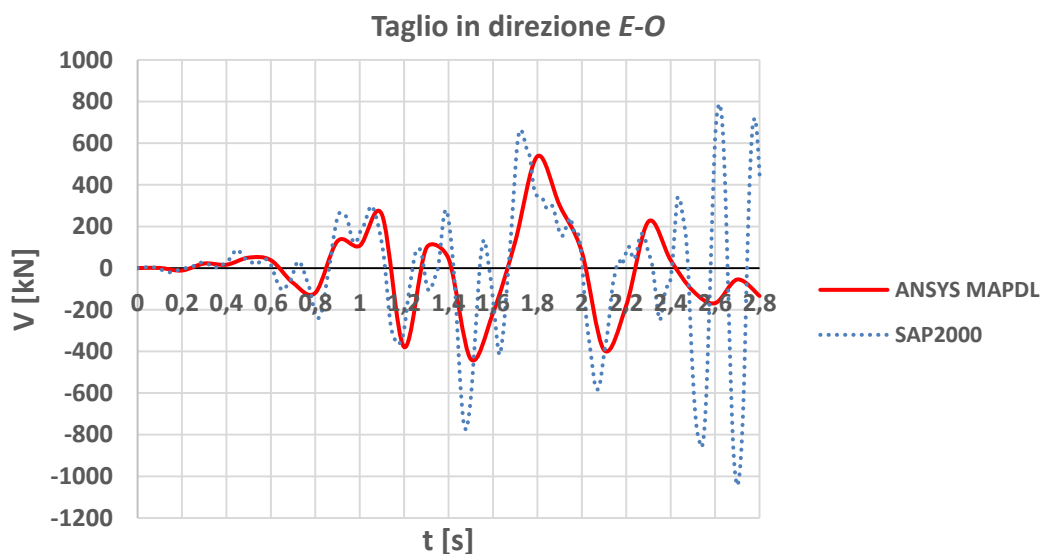


Fig. 5.77. Configurazione 2 (stato di fatto): confronto andamento del taglio alla base (SLC) nei primi 2,8 s dall'inizio dell'evento sismico in direzione E-O.

5.4.7 Confronto per la Configurazione 3

Anche per la *configurazione 3*, l'analisi delle tensioni di trazione massime individua nell'intervallo $t = 0,9 \div 1,0$ s l'istante in cui avviene il raggiungimento del limite elastico della muratura: diversamente dai casi precedenti, si osserva come nella parete *sud* il superamento della tensione massima di trazione f_t ($\sigma_t > f_t = 0,1$ MPa), evidenziato in blu in Fig. 5.78 (a), sia dovuto ai soli carichi statici e non coinvolga la parte superiore della parete, come confermato anche dall'analisi di danneggiamento svolta in ANSYS MAPDL (piani di *crack* evidenziati in rosso in Fig. 5.78 (b)).

Al contrario, nello stesso istante si registra il superamento della tensione massima di trazione ($\sigma_t > f_t = 0,1$ MPa) all'interno di vaste aree nelle pareti laterali, come evidenziato in particolare per la parete *ovest* della cappella gentilizia (in blu in Fig. 5.79 (a)); tale area, sempre in campo elastico nella storia precedente, a causa della mancata riduzione della rigidezza delle pareti, non ricalca esattamente l'area effettivamente danneggiata (piani di *crack* in rosso in Fig. 5.79 (b)), ma coglie l'istante in cui viene raggiunta la tensione di trazione limite f_t ed identifica la vulnerabilità delle pareti laterali della cappella gentilizia che, come dimostrato con ANSYS MAPDL ($t = 1,91$ s; Fig. 5.59), potrebbero successivamente essere soggette al distacco di porzioni di muratura in corrispondenza dei fori.

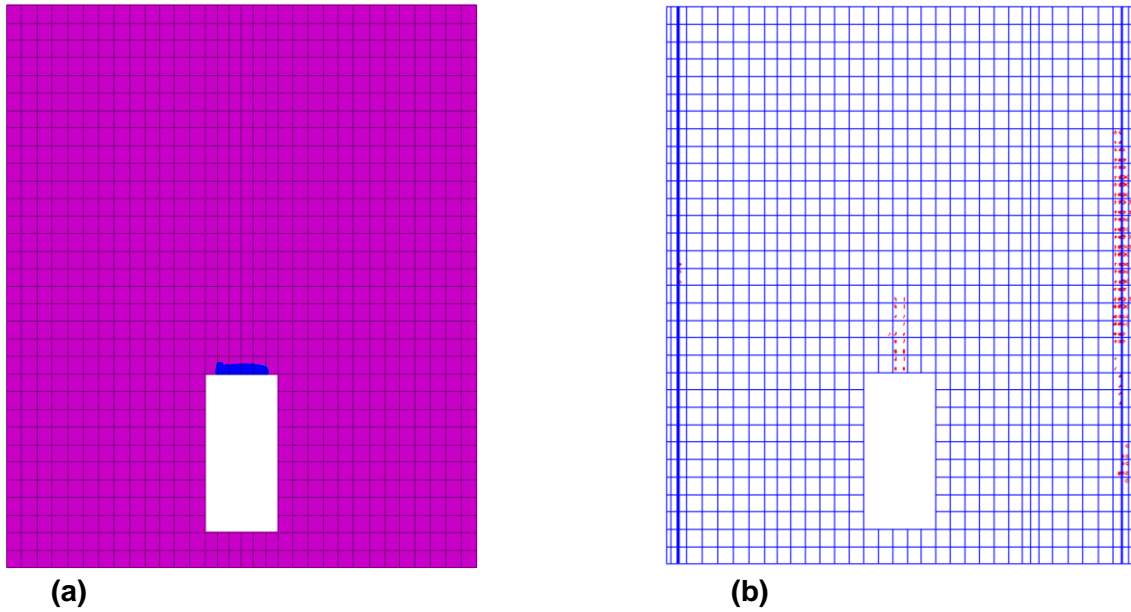


Fig. 5.78. Configurazione 3 - istante $t = 0,95$: parete sud. (a) stato tensionale espresso da SAP2000 con riferimento alla superficie visibile: in blu si evidenziano le aree dove $\sigma_t > f_t = 0,1 \text{ MPa}$; (b) si evidenziano in rosso i piani di crack presenti in corrispondenza di tutti i punti di integrazione degli elementi SOLID65 - ANSYS MAPDL.

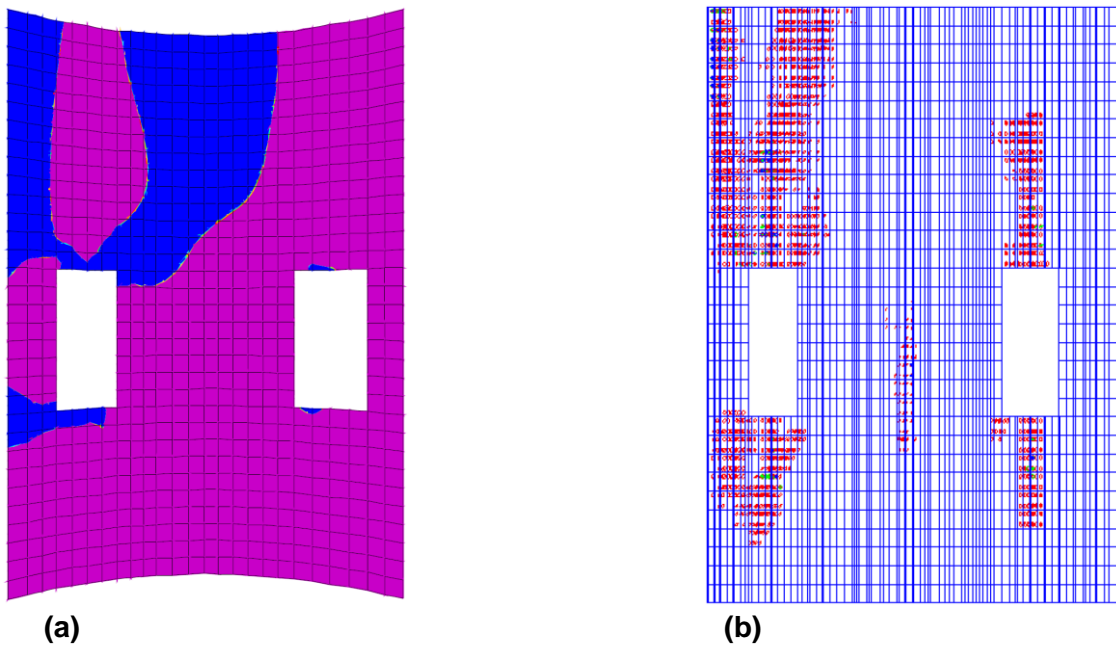


Fig. 5.79. Configurazione 3 - istante $t = 0,95 \text{ s}$: parete ovest della cappella gentilizia. (a) stato tensionale espresso da SAP2000 (in blu si evidenziano le aree dove $\sigma_t > f_t = 0,1 \text{ MPa}$) con riferimento ad entrambe le facce degli elementi shell. (b) si evidenziano in rosso i piani di crack presenti in corrispondenza di tutti i punti di integrazione degli elementi SOLID65 - ANSYS MAPDL.

L'andamento del taglio alla base dell'edificio nei primi 2,8 s dall'inizio dell'evento sismico è riportato in Fig. 5.80 per la direzione N-S e Fig. 5.81 per la direzione E-O.

Analogamente ai casi precedenti, dall'istante $t = 2,4 s$, l'eccessivo danneggiamento della muratura impedisce il confronto tra le due risposte.

Sulla base dei risultati illustrati in precedenza, il confronto tra la risposta elastica (curva blu) e quella dell'edificio soggetto a progressivo danneggiamento (curva rossa) evidenzia come l'eventuale realizzazione di un collegamento rigido, in sommità, tra la parete *sud* e quella divisoria, permetterebbe un leggero miglioramento della redistribuzione delle sollecitazioni tra i maschi murari: le due risposte rimangono infatti simili fino a $t = 1,4 s$, quando si osserva una riduzione del taglio nella sola direzione *E-O* del 66% ($-179 kN$), mentre per la *configurazione 2* (stato di fatto) la riduzione era del 76% ($-215 kN$) in direzione *E-O* e del 51% ($-101 kN$) in direzione *N-S*.

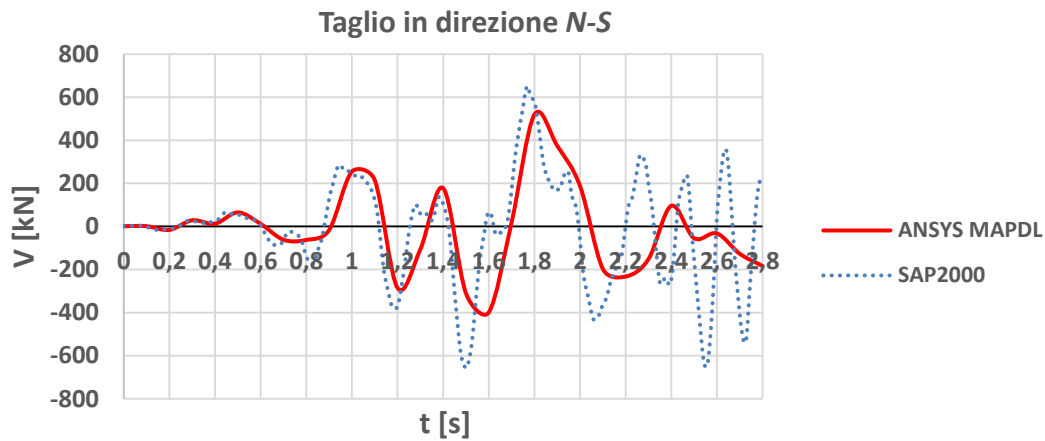


Fig. 5.80. *Configurazione 3*: confronto andamento del taglio alla base (SLC) nei primi 2,8 s dall'inizio dell'evento sismico in direzione *N-S*.

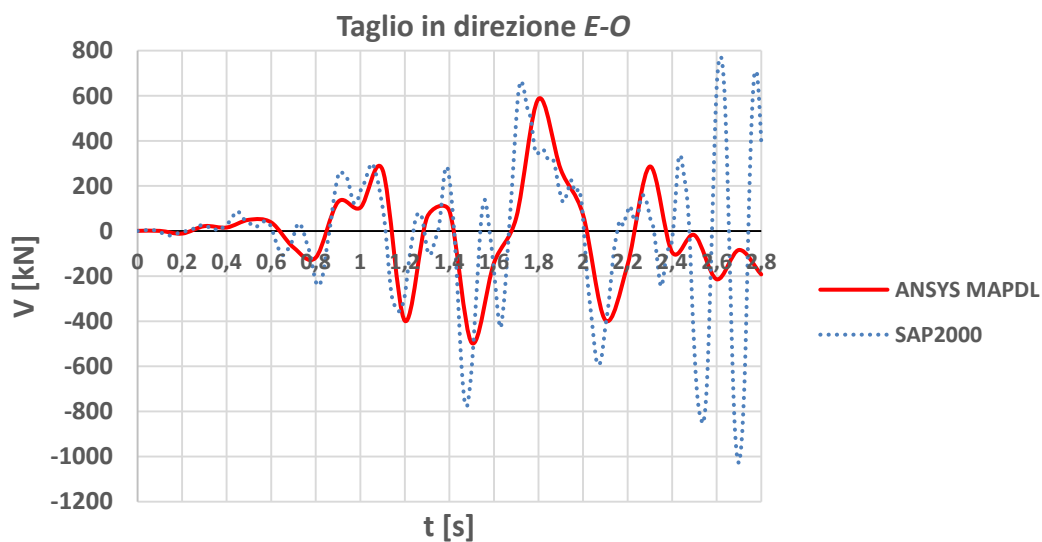


Fig. 5.81. *Configurazione 3*: confronto andamento del taglio alla base (SLC) nei primi 2,8 s dall'inizio dell'evento sismico in direzione *E-O*.

L'analisi della risposta elastica permette il confronto, durante l'intero evento sismico, dello spostamento medio cui sono soggetti i nodi sommitali (cioè alla quota $Z = 9,60\text{ m}$ sul piano di campagna) nella zona centrale della parete *sud*, nello stato di fatto (*configurazione 2*) e nell'ipotesi di intervento prevista dalla *configurazione 3*.

Da tale confronto, riportato in Fig. 5.82 per gli spostamenti U_y ed in Fig. 5.83 per gli spostamenti U_x , si evidenzia come l'inserimento di un diaframma rigido al di sopra della zona di ingresso (*configurazione 3*), consenta di ridurre effettivamente gli spostamenti fuoripiano cui è soggetta tale parete (U_y in Fig. 5.82; riduzione dello spostamento massimo di $3,8\text{ mm}$ (-61%) rispetto alla *configurazione 2*).

Al contrario, si osserva l'aumento degli spostamenti, e quindi delle sollecitazioni, cui la parete *sud* è soggetta nel proprio piano (U_x in Fig. 5.83; incremento dello spostamento massimo di $0,7\text{ mm}$ ($+116\%$) rispetto alla *configurazione 2*).

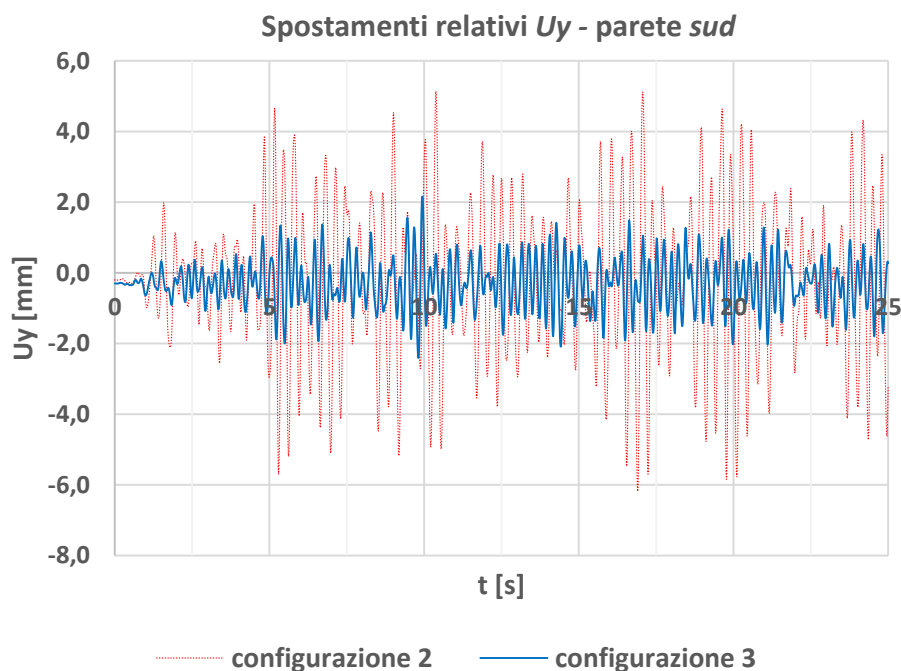


Fig. 5.82. Spostamento dei nodi di testa nella zona centrale della parete *sud* in direzione Y (ortogonale al piano della parete).

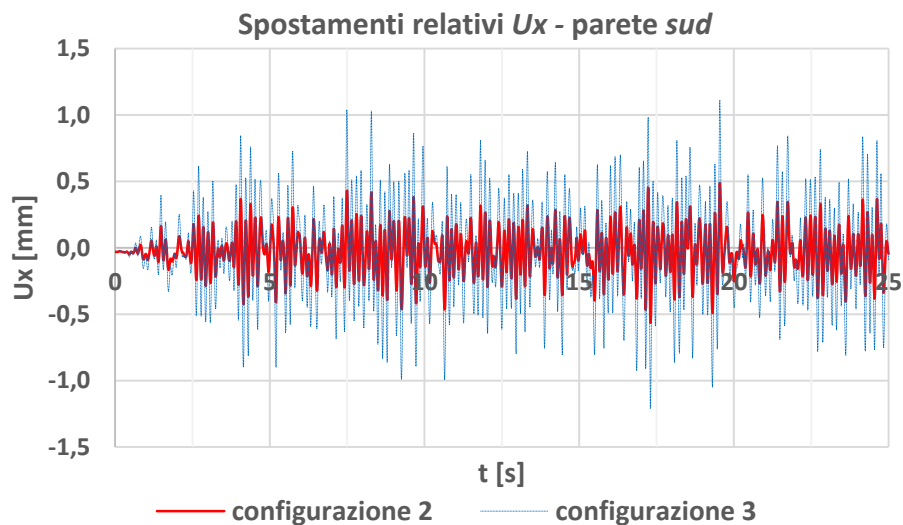


Fig. 5.83. Spostamento dei nodi di testa nella zona centrale della parete *sud* in direzione *X* (i.e. nel piano della parete).

5.4.8 Confronto per la Configurazione 4

Come nei casi precedenti, anche per la *configurazione 4* si registra nell'intervallo $t = 0,9 \div 1,0$ s l'istante in cui avviene il raggiungimento, per la prima volta, della tensione massima di trazione f_t ($\sigma_t > f_t = 0,1$ MPa) in almeno un'area di ampiezza significativa nelle pareti dell'edificio: in particolare, al di sopra dell'ingresso principale nella parete *sud*, in corrispondenza della piastre di ancoraggio dei tiranti di rinforzo inferiori (Fig. 5.84) e nelle pareti laterali della cappella gentilizia (Fig. 5.85).

Nelle figure sopraindicate, tuttavia, si evidenzia un riscontro solo parziale con il quadro di danneggiamento fornito da *ANSYS MAPDL*; tali differenze possono nuovamente essere attribuite alla procedura di redistribuzione, in seguito a danneggiamento, delle sollecitazioni negli elementi (o parte degli elementi) rimasti integri.

L'andamento del taglio alla base dell'edificio nei primi 2,8 s dall'inizio dell'evento sismico è riportato in Fig. 5.86 per la direzione *N-S* e Fig. 5.87 per la direzione *E-O*.

Il confronto tra la risposta elastica (curva blu) e quella dell'edificio soggetto a progressivo danneggiamento (curva rossa) evidenzia come la realizzazione di un diaframma rigido, in sommità, permetterebbe una migliore redistribuzione delle sollecitazioni tra i maschi murari rispetto alla *configurazione 3*. Le due risposte rimangono, infatti, simili fino a all'intervallo $t = 1,4 \div 1,5$ s, quando si osserva una riduzione del picco di sollecitazione nella direzione *E-O* del 27% (-210 kN), mentre per la *configurazione 3* tale riduzione ammontava al 36% (-285 kN).

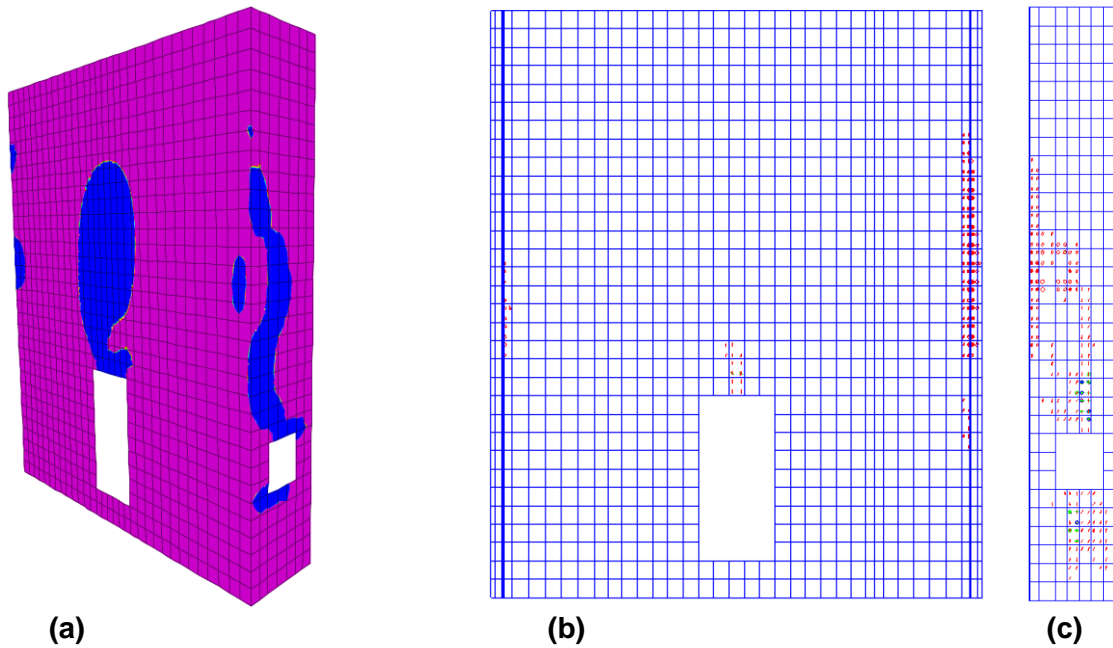


Fig. 5.84. Configurazione 4 - istante $t = 0,95 s$: (a) spigolo S-E (b) parete sud e (c) parete est della zona di ingresso. (a) stato tensionale espresso da SAP2000 con riferimento ad entrambe le facce degli elementi shell (in blu si evidenziano le aree dove $\sigma_t > f_t = 0,1 MPa$); in (b) e (c) si evidenziano in rosso i piani di crack presenti in corrispondenza di tutti i punti di integrazione degli elementi SOLID65 - ANSYS MAPDL.

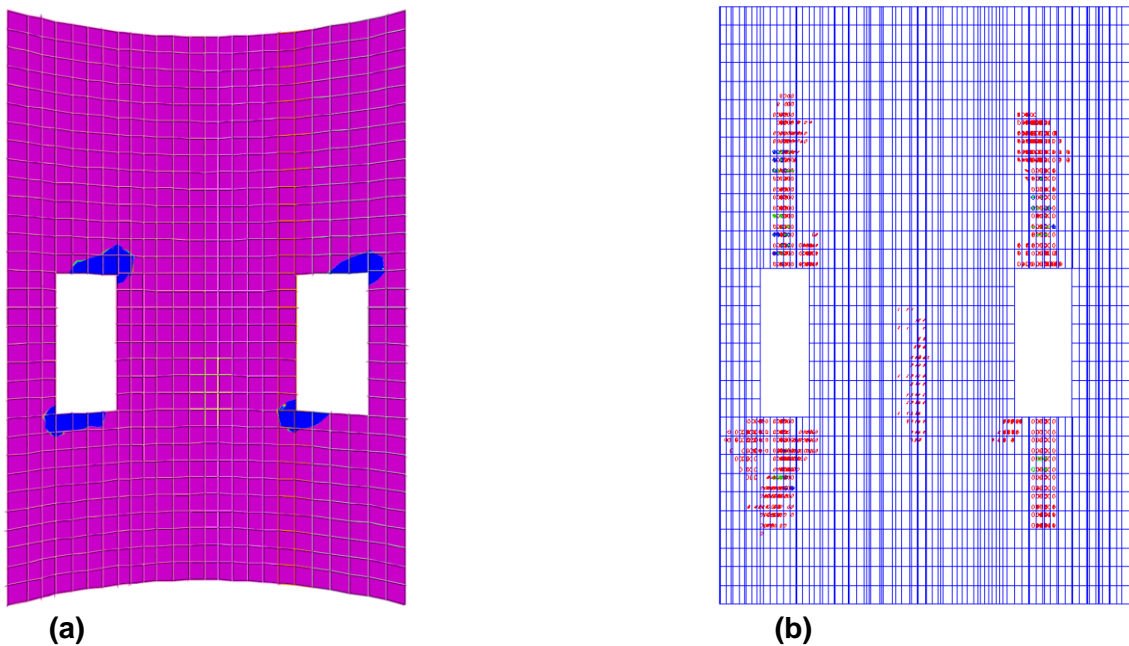


Fig. 5.85. Configurazione 4 - istante $t = 0,95 s$: parete ovest. (a) stato tensionale espresso da SAP2000 con riferimento ad entrambe le facce degli elementi shell (in blu si evidenziano le aree dove $\sigma_t > f_t = 0,1 MPa$); (b) si evidenziano in rosso i piani di crack presenti in corrispondenza di tutti i punti di integrazione degli elementi SOLID65 - ANSYS MAPDL.

Analogamente ai casi precedenti, dall'istante $t = 2,4 \text{ s}$, l'eccessivo danneggiamento della muratura rende difficoltoso il confronto con la risposta elastica.

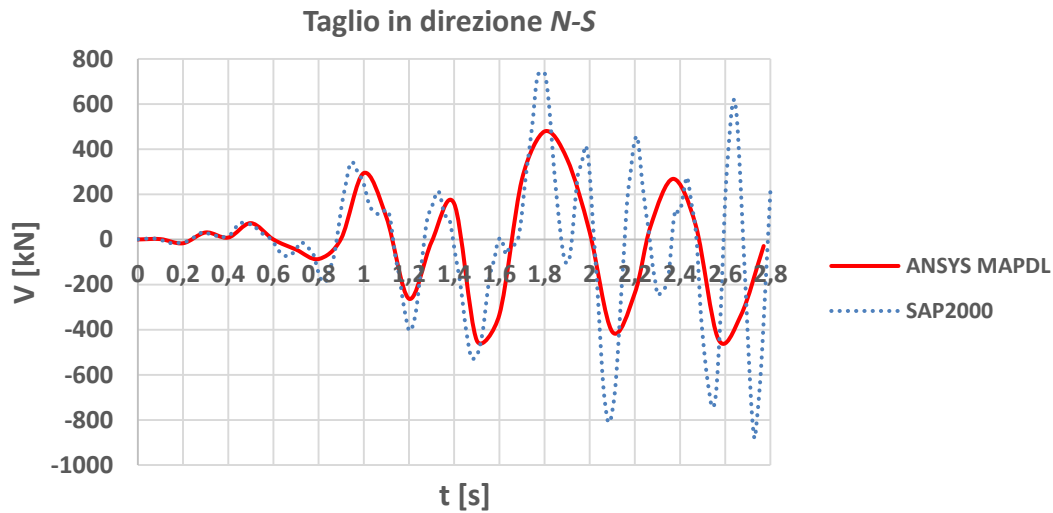


Fig. 5.86. Configurazione 4: confronto andamento del taglio alla base (SLC) nei primi 2,8 s dall'inizio dell'evento sismico in direzione N-S.

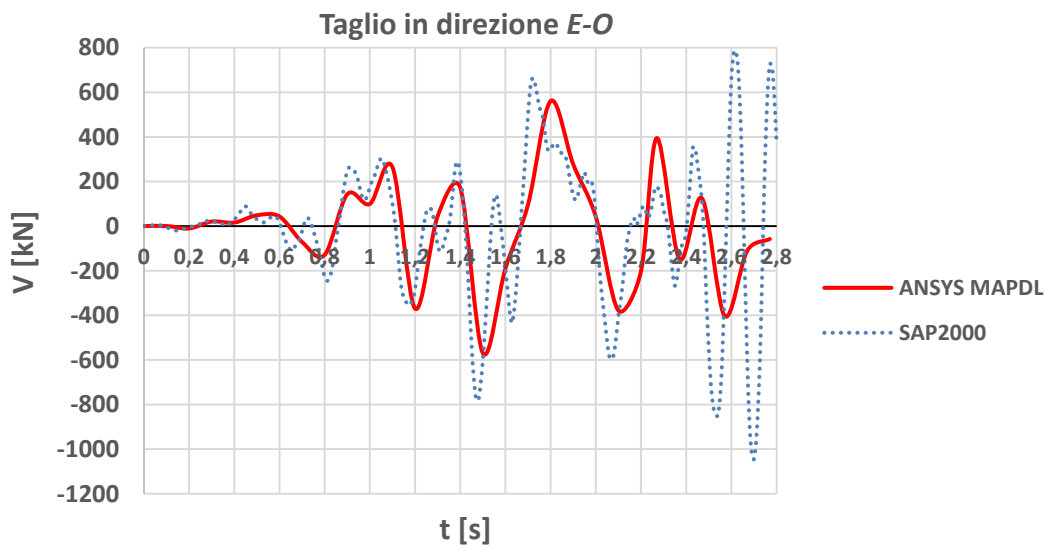


Fig. 5.87. Configurazione 4: confronto andamento del taglio alla base (SLC) nei primi 2,8 s dall'inizio dell'evento sismico in direzione E-O.

Il confronto tra il taglio alla base nella *configurazione 3* e quello nella *configurazione 4*, illustrato in Fig. 5.88 per la direzione N-S e Fig. 5.89 per la direzione E-O, evidenzia come la miglior distribuzione delle sollecitazioni, nel secondo caso, si ripercuota in un minore smorzamento della risposta, come si osserva in particolare in direzione N-S a partire dall'istante $t = 2,1 \text{ s}$.

Tale risultato indica come nella *configurazione 4* il danneggiamento sia inizialmente meno grave poiché diffuso in modo più omogeneo tra le diverse pareti (i.e. miglior comportamento dei maschi murari).

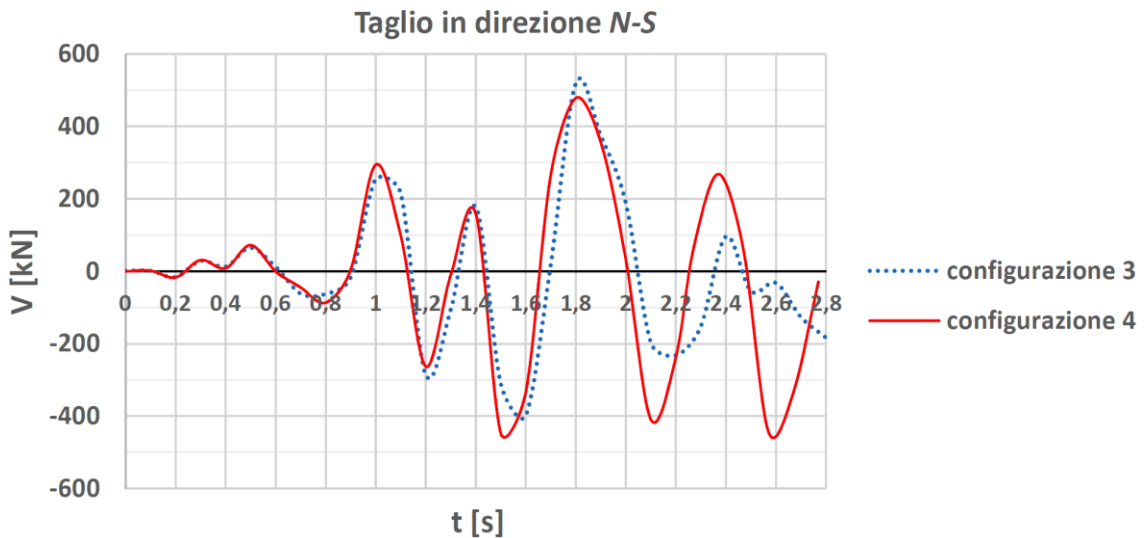


Fig. 5.88. Confronto tra la risposta dell'edificio, in direzione N-S, nella *configurazione 3* e nella *configurazione 4*.

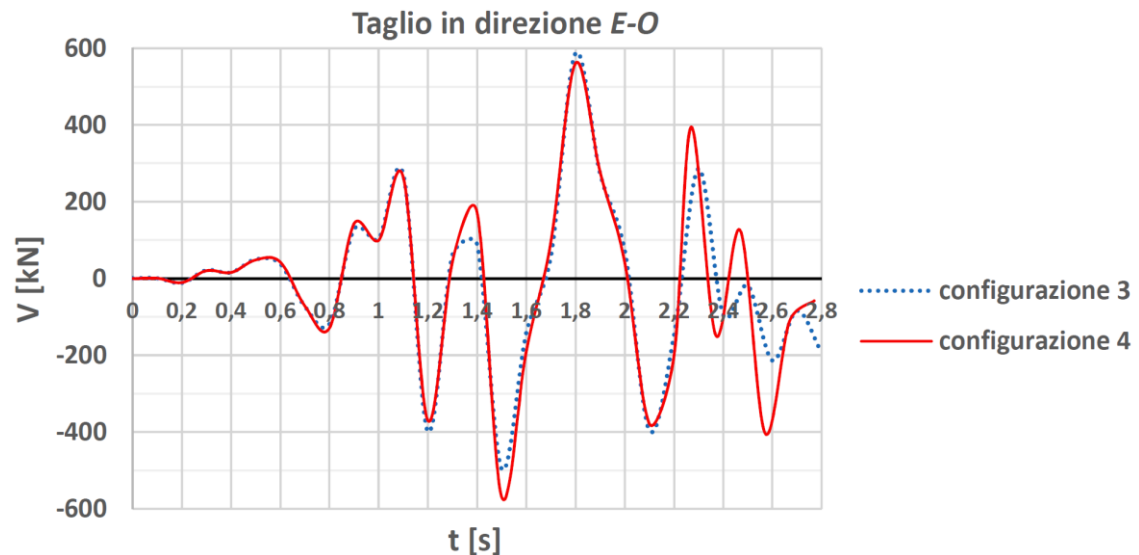


Fig. 5.89. Confronto tra la risposta dell'edificio, in direzione E-O, nella *configurazione 3* e nella *configurazione 4*.

Il confronto tra lo stato tensionale calcolato con *SAP2000* ed il danneggiamento della muratura evidenziato con *ANSYS MAPDL*, mostra, per tutte le configurazioni strutturali considerate, come i due *software* colgano entrambe nell'intervallo $t = 0,9 \div 1,0$ s l'istante in cui avviene il raggiungimento della tensione di trazione f_t (*SAP2000*) ed il danneggiamento (*ANSYS MAPDL*) delle stesse significative porzioni di muratura.

Per le *configurazioni 1 e 2*, la continuità e l'estensione di tali aree, inoltre, ne preannuncia il successivo coinvolgimento in specifici meccanismi di collasso (agli istanti $t = 1,76 s$ e $t = 1,91 s$ rispettivamente), come dimostrato dall'analisi eseguita in ANSYS MAPDL (par. 5.4.3.5: Fig. 5.51 e Fig. 5.55).

Si è dimostrato come l'aggiunta di piani rigidi per il collegamento delle pareti in sommità (*configurazioni 3 e 4*) eviti la formazione del meccanismo di ribaltamento nella parete *sud*, ma non impedisca comunque il gravissimo danneggiamento delle pareti, che, entro pochi secondi dall'inizio dell'evento sismico, potrebbe essere causa di crolli in corrispondenza delle aperture laterali nella cappella gentilizia (come illustrato in Fig. 5.59 ($t = 1,91 s$) per la *configurazione 3* ed in Fig. 5.63 ($t = 2,37 s$) per la *configurazione 4*).

5.4.9 Periodo di ritorno massimo associato alla risposta elastica

L'analisi della risposta elastica dell'edificio, svolta in SAP2000, è stata quindi utilizzata per stimare la massima accelerazione a_g del suolo, indotta dal terremoto (*PGA – Peak Ground Acceleration*), che garantirebbe all'edificio di non subire plasticizzazioni.

A questo scopo, sono state eseguite analisi dinamiche non-lineari utilizzando accelerogrammi, spettrocompatibili con i 4 diversi stati limite disponibili (*SLC, SLV, SLD, SLO – DM 2008 par. 3.2.1*), le cui ordinate sono state moltiplicate per un coefficiente α , diverso per ogni stato limite.

E' stato quindi determinato il massimo valore di α , per ogni stato limite, che evita il raggiungimento della tensione di trazione limite f_t nella muratura durante l'intero evento sismico.

Il *PGA* relativo ad ogni stato limite è stato quindi moltiplicato per il relativo coefficiente α , così da ottenere una stima del *PGA* associato allo spettro compatibile con gli accelerogrammi scalati.

Dal grafico (T_R, a_g), generato mediante il foglio elettronico *Spettri-NTCver.1.0.3* (Fig. 5.90), è stato quindi determinato il *periodo di ritorno* T_R associato al *PGA* (a_g) che garantisce la risposta elastica dell'edificio.

Il *periodo di ritorno* assunto è il più vicino al *periodo di ritorno* dello stato limite di partenza. Tale scelta è volta a considerare lo stato limite i cui accelerogrammi spettrocompatibili possiedano un contenuto in frequenza il più simile possibile a quello degli accelerogrammi associati allo spettro stimato.

Nel caso in esame, per lo stato di fatto (*configurazione 2*), a partire dallo *Stato Limite di Operatività* (SLO; $a_g = 0,058 g$; $T_R = 30 \text{ anni}$) si è valutato $\alpha = 0,6$ e quindi $a_g = 0,058 \cdot 0,6 = 0,035 g$.

Nonostante la verifica nei confronti degli *Stati Limite di Esercizio* (SLE), per le costruzioni esistenti, non sia resa obbligatoria dalla normativa vigente (D.M. 2008 par. 8.3), il confronto tra il *periodo di ritorno* T_R associato alla *PGA* così stimata (Fig. 5.90) e quello previsto dallo Stato Limite di Danno (SLD - $T_{R,SLD} = 50 \text{ anni}$) ha permesso di giustificare il quadro fessurativo presente, nascosto dal recente intervento di restauro conservativo (Fig. 5.21), infatti:

$$a_g = 0,035 g \Rightarrow T_R = 16 \text{ anni} < T_{R,SLD} = 50 \text{ anni}.$$

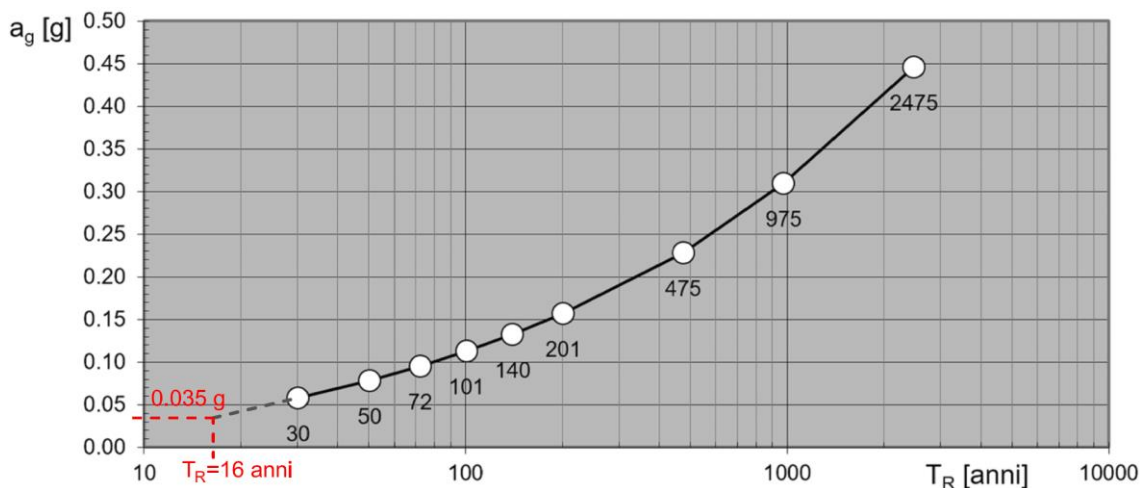


Fig. 5.90. Stima del *periodo di ritorno* T_R associato alla massima accelerazione del suolo, indotta dal terremoto, che garantisce il comportamento elastico dell'edificio nella *configurazione 2* (grafico da foglio elettronico *Spettri-NTCver.1.0.3*).

Procedendo analogamente per le altre configurazioni considerate, si ottiene (Fig. 5.91):

- *configurazione 3*: $a_g = 0,041 g \Rightarrow T_R = 19 \text{ anni}$;
- *configurazione 4*: $a_g = 0,067 g \Rightarrow T_R = 37 \text{ anni}$.

Si osserva quindi come la realizzazione di un diaframma rigido, in sommità, per il collegamento della parete *sud* con quella divisoria, garantisca un aumento del *periodo di ritorno*, associato alla risposta elastica della struttura, poco significativo rispetto all'attuale stato di fatto ($T_{R,config.3} - T_{R,config.2} = 3 \text{ anni}$; +7%). Più utile appare invece la realizzazione di un diaframma rigido, in sommità, per il collegamento di tutte le pareti, che incrementa il *periodo di ritorno* da 16 a 37 *anni* (+131 %).

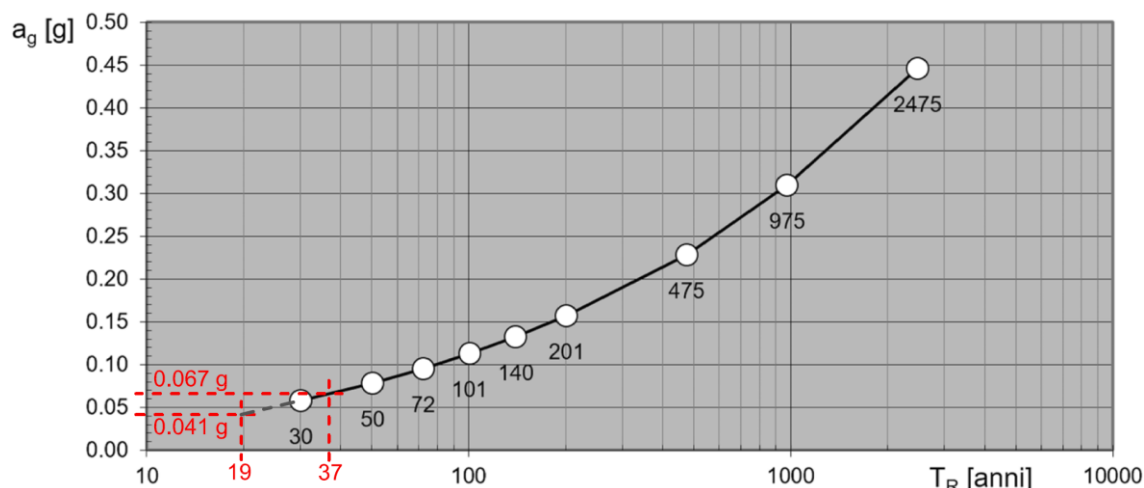


Fig. 5.91. Stima del periodo di ritorno T_R associato alla massima accelerazione del suolo, indotta dal terremoto, che garantisce il comportamento elastico dell'edificio nelle configurazioni 3 e 4 (grafico da foglio elettronico Spettri-NTCver.1.0.3).

5.5 Dimensionamento del sistema di isolamento

Come indicato ai par. 4.2 e 4.3, il pre-dimensionamento degli isolatori elastomerici, necessario alla loro prima modellazione, richiede l'esecuzione di analisi preliminari volte alla stima delle azioni assiali massime e minime agenti sui dispositivi stessi.

I carichi di progetto agenti sugli isolatori dipenderanno quindi dalla posizione occupata alla base della struttura considerata, in funzione della geometria dell'edificio e della distribuzione dei carichi gravitazionali. Nel caso in esame, la mancanza di punti di appoggio puntuali alla base (e.g. base dei pilastri nel caso di una struttura intelaiata), ha portato a considerare diverse possibili soluzioni di posizionamento, alla ricerca della configurazione che massimizzasse l'effetto di riduzione delle sollecitazioni da parte del sistema di isolamento.

Attraverso procedura iterativa è stata quindi determinata la soluzione ritenuta ottimale, che consiste in un sistema di isolamento alla base "ibrido", ovvero composto di 6 isolatori elastomerici (di uguale geometria) e 6 apparecchi d'appoggio multidirezionale "sliders" (o isolatori a scorrimento), che permettono spostamenti in tutte le direzioni del piano orizzontale.

Come indicato al par. 2.2.1, gli *isolatori a scorrimento* sono costituiti da due dischi di diverso diametro che scorrono l'uno sull'altro sviluppando bassa resistenza d'attrito (nel caso in esame costituiti di un piatto in acciaio *inox* e di un piatto di *PTFE (teflon)*, lubrificati, il cui coefficiente di attrito dinamico assume generalmente valori compresi tra l'1% ed il 2%).

Tale soluzione permette di garantire bassa rigidità orizzontale anche quando la compressione agente sull'isolatore è limitata (eq. (2.55)) e, proprio per questa ragione, gli isolatori a scorrimento sono stati posizionati dove i carichi, particolarmente piccoli, limitavano eccessivamente il dimensionamento dei dispositivi elastomerici, in particolare a causa dello slittamento (par. 4.3.12), riducendo, di conseguenza, anche il periodo di isolamento raggiungibile.

La principale controindicazione di un sistema ibrido è legata invece alla differente deformabilità verticale dei due tipi di isolatore e, quindi, allo stato tensionale coattivo che potrebbe generarsi nella sovrastruttura a causa del diverso abbassamento dei suoi punti di appoggio.

Dovrà perciò essere prestata particolare attenzione a questo aspetto sia in fase progettuale che esecutiva, eventualmente predisponendo i punti di appoggio degli isolatori ad un'altezza diversa da quella degli *sliders*, in modo tale da garantire un abbassamento omogeneo della sovrastruttura.

Poiché si deve garantire che non ci siano spostamenti relativi alla base della sovrastruttura, il solaio su cui poggia la sovrastruttura deve garantire un comportamento rigido nel piano. Il rispetto di tale requisito, oltre a salvaguardare l'integrità della sovrastruttura, garantisce la redistribuzione delle azioni sismiche sui dispositivi in funzione della loro rigidità.

E' quindi possibile, in fase di progetto, scegliere una disposizione in pianta dei dispositivi tale da ridurre il più possibile eventuali eccentricità tra il baricentro delle masse e quello delle rigidità laterali del sistema di isolamento.

La configurazione in pianta del sistema progettato, riportata in Fig. 5.92, evidenzia come il posizionamento scelto per i dispositivi elastomerici *U-FREIs* a pianta quadrata $60 \times 60 \text{ cm}$ (par. 5.5.2) e per gli isolatori a scorrimento permetta la coincidenza, sul piano di isolamento, tra il baricentro delle masse della sovrastruttura (G_m – stimato pari al baricentro geometrico del piano di base) e il baricentro delle rigidità laterali del sistema di isolamento stesso (G_k).

Prevedendo che la posa dei dispositivi *U-FREIs* avvenga secondo le modalità descritte al par. 4.1.1, sono state progettate travi di affiancamento murario in acciaio (carpenteria metallica presaldato - Moussalli, 2014), in grado di sostenere il peso della sovrastruttura, prima della messa in carico degli isolatori, con adeguato margine di sicurezza.

In particolare, adottando 2 profilati saldati che garantiscano un modulo di resistenza complessivamente uguale a quello di 2 *UPN260* (asse forte), per la

configurazione di progetto si ottiene un coefficiente di sicurezza minimo a flessione

($C.S. = \frac{M_{Ed}}{M_{Rd}}$ con: M_{Ed} momento sollecitante; M_{Rd} momento resistente):

$$C.S. = \frac{M_{Ed,max}}{M_{Rd}} = 5,4 \text{ (acciaio s355)} > 1.$$

Con riferimento alla configurazione di Fig. 5.92, i carichi utilizzati per il dimensionamento degli isolatori elastomerici (*SREIs* e *U-FREIs*) sono riportati in Tab. 9.

Si evidenzia come il “carico medio” P_{mean} , agente su un singolo dispositivo elastomerico in condizioni sismiche, sia stato calcolato assegnando il peso dell’intera sovrastruttura ai soli 6 isolatori elastomerici previsti (*SREIs* / *U-FREIs*), trascurando la presenza degli *sliders*. Tale operazione è volta infatti alla stima della rigidezza laterale del sistema (K_{est}) che garantisce il raggiungimento del periodo *target* di isolamento (T_{IS}). Per questa ragione, P_{mean} appare maggiore del termine P_{max} , valutato attraverso analisi ad elementi finiti, che rappresenta il carico massimo effettivamente agente su un singolo dispositivo *U-FREI*.

Carichi di progetto
carico massimo su 1 isolatore elastomerico (da comb. <i>fondamentale (SLU)</i> +20%): $P_{max} = 568,7 \text{ kN}$
carico minimo agente su 1 isolatore (da combinazione sismica - 20%): $P_{min} = 214,5 \text{ kN}$
carico totale agente (da comb. sismica): $P_{sism} = 3.587,4 \text{ kN}$
carico totale agente (da comb. sismica) diviso tra i 6 dispositivi elastomerici: $P_{mean} = 597,9 \text{ kN}$

Tab. 9. Carichi utilizzati per il progetto dei dispositivi *SREIs* e *U-FREIs* (determinati sulla base della configurazione illustrata in Fig. 5.92).

Sulla base delle considerazioni espone ai par. 4.2.4 e 4.3.4, il progetto dei dispositivi di isolamento (*SREIs* e *U-FREIs*) è avvenuto imponendo un periodo di oscillazione $T_{is,target} = 2,2 \text{ s}$; il raggiungimento di tale periodo *target* ha richiesto l’utilizzo di una miscela morbida ($G_{din} = 0,4 \text{ MPa}$) per entrambi gli isolatori.

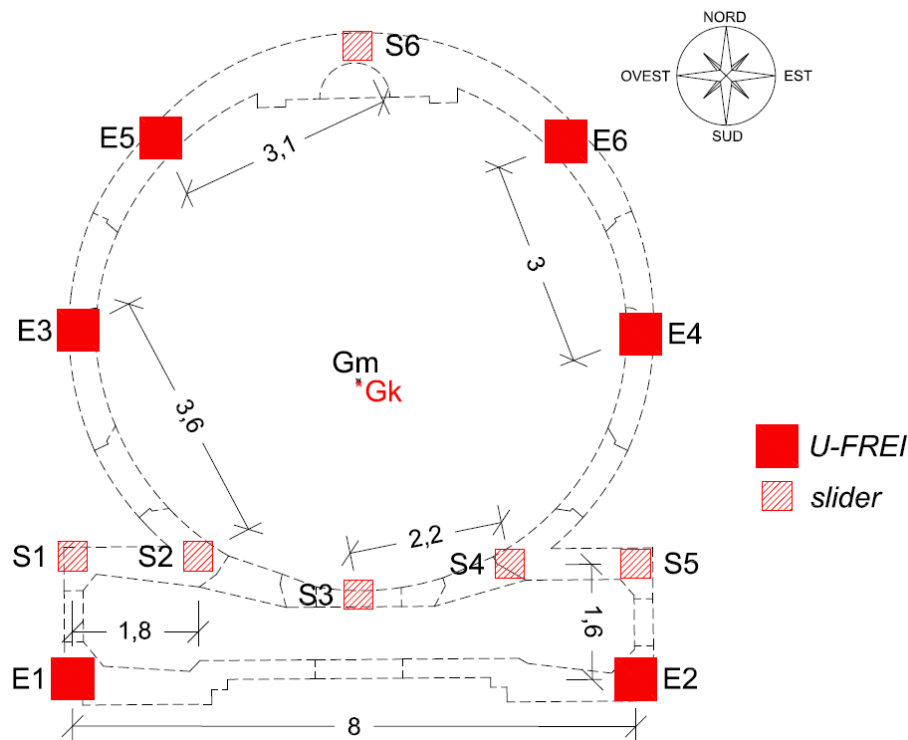


Fig. 5.92. Posizionamento dispositivi di isolamento: (E1 – E6) dispositivi U-FREI 60x60 cm; (S1 – S6) isolatori a scorrimento. Si osserva la coincidenza della proiezione sul piano di isolamento del baricentro delle masse (Gm) con quello delle rigidità laterali del sistema di isolamento stesso (in rosso, Gk).

5.5.1 Dimensionamento dispositivo SREI

Con riferimento ai carichi riportati in Tab. 9, il pre-dimensionamento di un dispositivo SREI è avvenuto secondo la procedura descritta al par. 4.2. I risultati ottenuti sono stati quindi utilizzati per la scelta di un isolatore commerciale, effettuata con riferimento al catalogo di *FIP Industriale* per gli isolatori elastomerici della serie *SI*.

La procedura descritta al par. 4.2 è stata iterata più volte sino ad ottenere il contemporaneo soddisfacimento di tutte le verifiche richieste. Tale condizione corrisponde all'adozione del dispositivo *SI-S 650/207* (Tab. 10), dotato delle seguenti caratteristiche:

- Diametro: $D = 650 \text{ mm}$;
- Altezza totale degli strati in gomma: $t_e = 207 \text{ mm}$;
- Carico verticale massimo agente sull'isolatore per SLC: $V(= P_{max}) = 820 \text{ kN}$;
- Spostamento massimo garantito: $d_E \leq 400 \text{ mm}$.

La rigidità del sistema di isolamento con 6 dispositivi SREI/s è data da:

$$K_{esi} = \left(\frac{2\pi}{T_{is,target}} \right)^2 \cdot \frac{P_{sism}}{g} = \pi^2 \cdot \frac{3.587,4}{9,81} \cong 3.610 \text{ N/mm} \quad (5.72)$$

La rigidezza del singolo isolatore è quindi pari a:

$$K_{eq} = \frac{K_{esi}}{n_{is}} = \frac{3.610}{6} \cong 0,61 \text{ kN/mm} \quad (5.73)$$

Come si osserva, il valore di tale rigidezza (K_{eq}) è compresa tra i corrispondenti valori (colonna " K_e ") riportati in Tab. 10 per i dispositivi *SI-S 600/200* e *SI-S 650/207*.

L'adozione del dispositivo *SI-S 600/200*, al contrario dell'*SI-S 650/207*, non consente di rispettare l'indicazione riportata nell'espressione (4.7) (Fattore di *Overlap*), né di soddisfare la verifica alle tensioni ammissibili delle lamine di rinforzo in acciaio (da stima del numero di strati e secondo *OPCM 3274 All. 10.A*; $\sigma_s = 198 \text{ MPa} > \sigma_{lim} = 190 \text{ MPa}$).

Invertendo l'eq. (5.72) si può stimare, per il caso in esame, il periodo di isolamento raggiungibile utilizzando 6 dispositivi *SI-S 650/207*:

$$T_{is} = 2\pi \sqrt{\frac{P_{sism}}{g} K_{esi}} \cong 1,94 \text{ s} \quad (5.74)$$

Come si osserva, a causa dei vincoli dimensionali imposti ai dispositivi disponibili in commercio, non è stato possibile raggiungere il periodo *target* di isolamento ($T_{is,target} = 2,2 \text{ s}$).

Il produttore (*FIP Industriale* in questo caso), garantisce, per tutti i dispositivi commercializzati, il rispetto dei limiti imposti convenzionalmente sui fattori forma e, di conseguenza, nel catalogo non vengono riportate tutte le caratteristiche geometriche dei dispositivi.

Le indicazioni riportate al par. 4.2 consentono comunque di stimare uno spessore t_i dei singoli strati in gomma tale da garantire il soddisfacimento delle diverse verifiche previste.

Ipotizzando la presenza di 17 strati in gomma di spessore $t_i = 12 \text{ mm}$ si ha:

- $10 < S_1 = 13,35 < 20$ (fattore di forma primario, par. 4.2.6);
- $3 < S_2 = 3,14 < 5$ (fattore di forma secondario, par. 4.2.8);
- tensione massima nelle lamine in acciaio: $\sigma_s = 182 \text{ MPa} < \sigma_{lim} = 190 \text{ MPa}$ (par. 4.2.9).

Si evidenzia infine come il dispositivo *SI-S 650/207* possa sopportare, anche in condizione deformata (*SLC*), un carico $V = 820 \text{ kN} > P_{max} = 568,7 \text{ kN}$.

SI-S	V kN	F _{zd} kN	K _e kN/mm	K _v kN/mm	D _g mm	t _e mm	h mm	H mm	Z mm	W kg
SI-S 450/204	20	1780	0.31	362	450	204	343	393	500	300
SI-S 500/204	135	2780	0.39	519	500	204	343	393	550	369
SI-S 550/203	300	3560	0.47	594	550	203	327	377	600	419
SI-S 600/200	540	4540	0.57	683	600	200	312	362	650	471
SI-S 650/207	820	5440	0.64	743	650	207	313	363	700	540
SI-S 700/200	1240	6890	0.77	861	700	200	307	367	750	669
SI-S 800/200	2730	11950	1.01	1356	800	200	307	367	850	871
SI-S 900/204	3990	15850	1.25	1564	900	204	318	378	950	1136
SI-S 1000/210	5385	20320	1.50	1772	1000	210	326	406	1050	1590
SI-S 1100/210	7860	27460	1.81	2441	1100	210	326	406	1150	1919
SI-S 1200/208	9540	28700	2.18	2778	1200	208	316	396	1250	2207

Tab. 10. Caratteristiche degli isolatori elastomerici serie SI-S, garantiti fino ad uno spostamento massimo di 400 mm, prodotti da FIP Industriale (Catalogo Isolatori Elastomerici S02 di FIP Industriale).

Utilizzando il metodo descritto al par. 4.2.14, sulla base dei risultati di test sperimentali su isolatori SREI/s in scala ($D = 400\text{ mm}$; $t_e = 75\text{ mm}$; $G_{din} = 0,8\text{ MPa}$), è stato determinato il legame non-lineare forza orizzontale (F_H) - spostamento laterale (d) per il dispositivo SI-S 650/207 (Fig. 5.93):

- forza di primo snervamento: $F_1 = 107,59\text{ kN}$;
- pendenza del ramo elastico: $K_1 = 8.418\frac{\text{kN}}{\text{m}}$;
- pendenza del ramo plastico: $K_2 = 844\frac{\text{kN}}{\text{m}}$.

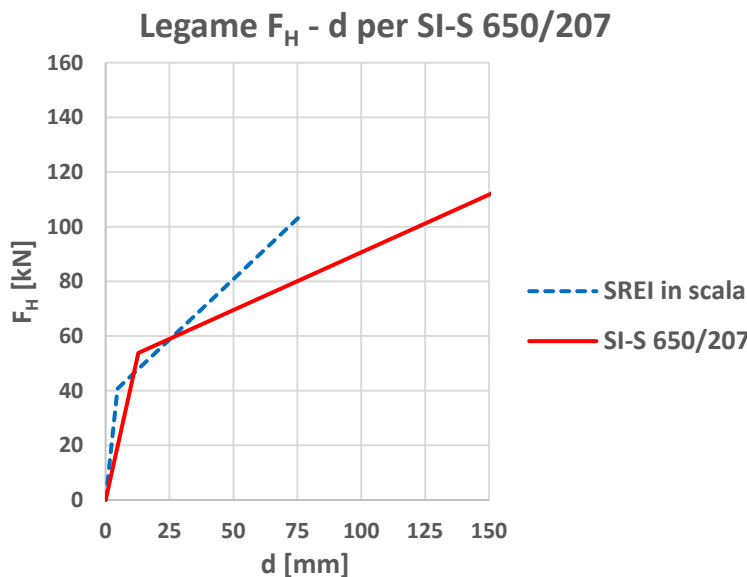


Fig. 5.93. Legame $F_H - d$ (per direzione generica) per: (blu) SREI in scala; (rosso) SI-S 650/207 – FIP Industriale.

5.5.1.1 Stima efficienza del sistema di isolamento

Attraverso analisi lineare statica (D.M. 2008 par. 7.3.3.2) è stato possibile verificare preliminarmente il rispetto dello spostamento orizzontale massimo ammissibile

per l'isolatore ($SLC: d_E = 255 \text{ mm} < 400 \text{ mm}$) e stimare l'abbattimento delle sollecitazioni trasmesse alla sovrastruttura.

Si osserva come, per strutture in c.a. ed in muratura isolate mediante dispositivi elastomerici, venga convenzionalmente accettato uno smorzamento viscoso $\xi = 10 \div 15\%$, che, con una certa approssimazione, risulta pari alla media tra lo smorzamento viscoso equivalente della sovrastruttura (5%) e quello introdotto dagli isolatori, quest'ultimo valutabile come indicato da D.M. 2008 par. 11.9.7: $\xi_{is} \approx 22\%$.

Facendo affidamento sul valore del 10% per lo smorzamento viscoso equivalente del sistema isolato, si stima un abbattimento compreso tra il 53% (SLC) ed il 55% (SLV) del tagliante sismico rispetto alla condizione a base fissa (Tab. 11 e Fig. 5.94).

	SLC	SLV
	Taglio alla base [kN]	Taglio alla base [kN]
base fissa $\xi = 5\%$ ($q = 2,8; T = 0,344 \text{ s}$)	1.023,9 kN	826,2 kN
base isolata $\xi = 10\%$ ($q = 1,5; T_{is} = 1,94 \text{ s}$)	482,5 kN (-53%)	374,9 kN (-55%)

Tab. 11. Riduzione del taglio alla base (da analisi lineare statica).

In Fig. 5.94 si evidenzia la presenza di un "gradino", nello spettro associato all'edificio isolato alla base, in corrispondenza del periodo $T = 0,8T_{is} = 1,55 \text{ s}$. Tale accorgimento permette di considerare la dissipazione energetica negli isolatori attraverso l'adozione di un fattore di smorzamento viscoso equivalente maggiorato (D.M. 2008 par. 7.10.5.3.2).

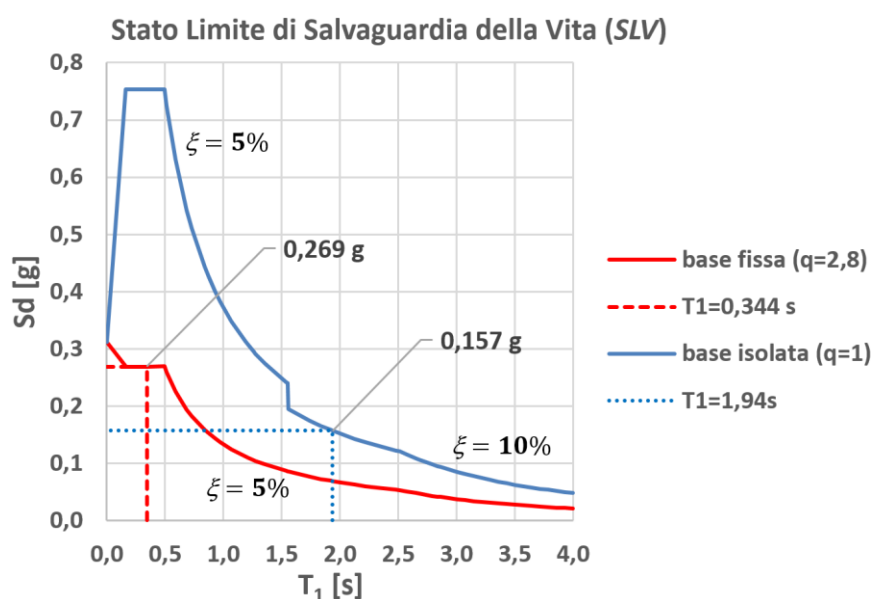


Fig. 5.94. Spettri di risposta orizzontali (SLV) per: (in rosso) edificio a base fissa; (in blu) edificio isolato con dispositivi SREIs.

5.5.2 Dimensionamento dispositivo *U-FREI*

Con riferimento ai carichi riportati in Tab. 9, l'applicazione della procedura descritta al par. 4.3 ha portato a definire un dispositivo *U-FREI* di pianta quadrata dotato delle seguenti caratteristiche:

- area di base dell'isolatore: $A = 3.600 \text{ cm}^2 \Rightarrow l_{is} = 600 \text{ mm}$;
- area di contatto: $A^* = 3.260 \text{ cm}^2$;
- area minima di contatto: $A_{min} = 2.920 \text{ cm}^2$;
- modulo elastico equivalente di comprimibilità dell'isolatore: $E_c = 335 \text{ MPa}$;
- altezza totale degli strati in gomma: $t_e = 263 \text{ mm}$;
- numero degli strati in gomma: $n_{gomma} = 33$ ($t_i = 8,0 \text{ mm}$);
- altezza totale dell'isolatore: $h = 270 \text{ mm}$;
- periodo di isolamento (stima): $T_{IS} = 2,20 \text{ s}$.

Tale dimensionamento garantisce il rispetto delle diverse verifiche previste, in particolare:

- massima compressione ammissibile (par. 4.3.2): $\sigma_{max} = 1,80 \text{ MPa} < 10 \text{ MPa}$;
- fattore di forma primario (par. 4.3.6): $10 < S_1 = 18,8 < 20$;
- instabilità da *Roll Out* (par. 4.3.9) : $\frac{l_{is}}{h} = 2,2 > 2,1$;
- carico critico euleriano (par. 4.3.10): $\frac{P_{crit}(A_{min})}{P_{max}} = \frac{2.272}{568,7} = 3,9 > 2,0$;
- massima deformazione a taglio (par.4.3.11 e da *analisi lineare statica* preliminare):

$$\gamma_{s,max} = 0,76 < 1,67$$
;
- slittamento (par. 4.3.12): $\sigma_{min}^* = 0,66 \text{ MPa} > 0,375 \text{ MPa}$.

Utilizzando il criterio descritto al par. 4.3.13, sulla base dei risultati di *test* sperimentali compiuti su isolatori *U-FREI*s quadrati in scala ($l_{is} = 240 \text{ mm}$; $t_e = 50 \text{ mm}$; $G_{din} = 0,8 \text{ MPa}$), è stato determinato il legame non-lineare forza orizzontale (F_H) - spostamento laterale (d) per il dispositivo *U-FREI* progettato (Fig. 5.95):

- forza di primo snervamento: $F_1 = 37,4 \text{ kN}$;
- pendenza del ramo elastico: $K_1 = 1.885 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$;
- pendenza del ramo plastico: $K_2 = 300 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$;
- rigidità secante equivalente: $K_{eq} = 419 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$.

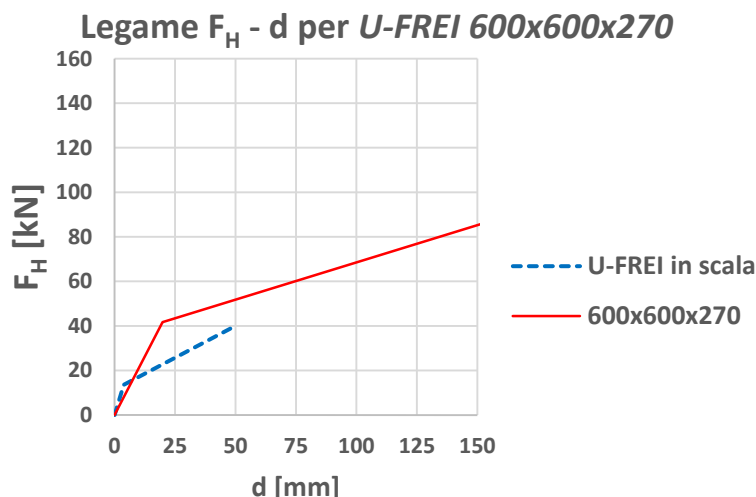


Fig. 5.95. Legame $F_H - d$ (uguale nelle 2 direzioni parallele ai lati) per: (blu) *U-FREI* in scala; (rosso) *U-FREI* 600x600x270 mm (altezza totale degli strati in gomma: $t_e = 263$ mm).

5.5.2.1 Stima efficienza del sistema di isolamento

L’abbattimento delle sollecitazioni trasmesse alla sovrastruttura, nella condizione isolata con *U-FREIs*, rispetto alla condizione a base fissa può essere stimato attraverso *analisi lineare statica* (D.M. 2008 par. 7.3.3.2), come per il sistema di isolamento basato sull’adozione di dispositivi *SREIs*.

Nel caso in esame, facendo affidamento su uno smorzamento viscoso equivalente del sistema isolato pari ancora al 10% (par. 5.5.1.1), si osserva un abbattimento del tagliante sismico, rispetto alla condizione a base fissa, compreso tra il 59% (*SLC*) ed il 60% (*SLV*) (Tab. 12 e Fig. 5.96).

In Fig. 5.96 si evidenzia la presenza di un “gradino”, nello spettro associato all’edificio isolato alla base, in corrispondenza del periodo $T = 0,8T_{is} = 1,76$ s. Tale accorgimento permette di considerare la dissipazione energetica negli isolatori attraverso l’adozione di un fattore di smorzamento viscoso equivalente maggiorato (D.M. 2008 par. 7.10.5.3.2).

	<i>SLC</i>	<i>SLV</i>
	Taglio alla base [kN]	Taglio alla base [kN]
base fissa $\xi = 5\%$ ($q = 2,8; T = 0,344$ s)	1.023,9 kN	826,2 kN
base isolata $\xi = 10\%$ ($q = 1,5; T_{is} = 2,05$ s)	424,9 kN (-59%)	330,1 kN (-60%)

Tab. 12. Riduzione del taglio alla base (da analisi lineare statica).

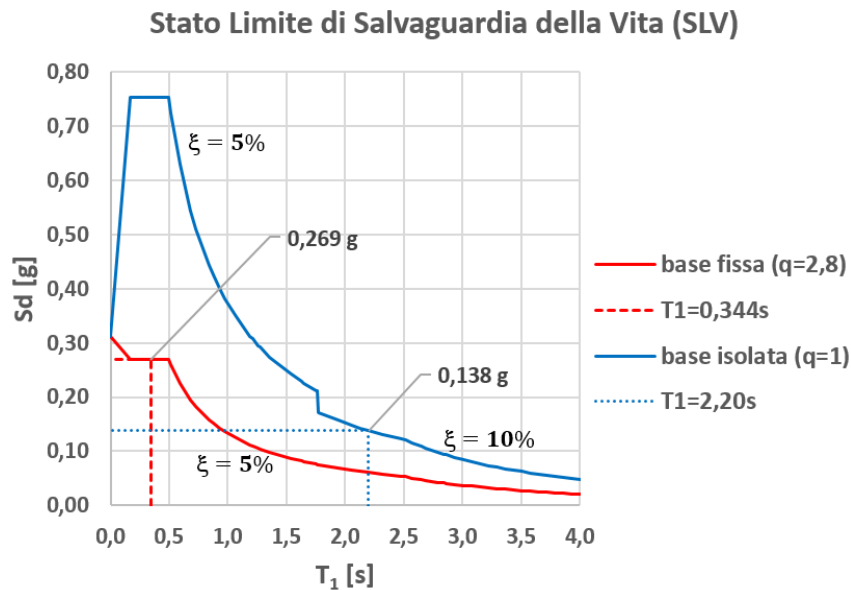


Fig. 5.96. Spettri di risposta orizzontali (SLV) per: (in rosso) edificio a base fissa; (in blu) edificio isolato con dispositivi *U-FREIs*.

5.5.3 Confronto tra gli isolatori elastomerici progettati

Al termine della fase di pre-dimensionamento si sono ottenuti i seguenti risultati:

- **SREI** - dispositivo commerciale "SI-S650/207"

mescola morbida: $G_{din} = 0,4\text{ MPa}$;

$D = 650\text{ mm}$ ($A = 3.318\text{ mm}^2$);

$t_e = 207\text{ mm}$; $h = 313\text{ mm}$ (incluso le piastre di ancoraggio: $h = 363\text{ mm}$);

$T_{IS} = 1,94\text{ s} \Rightarrow F_{H(SLC)} = 482,5\text{ kN}$.

- **U-FREI**

mescola morbida: $G_{din} = 0,4\text{ MPa}$;

$l_{IS} = 600\text{ mm}$ ($A = 3.600\text{ mm}^2$);

$t_e = 263\text{ mm}$; $h = 270\text{ mm}$;

$T_{IS} = 2,20\text{ s} \Rightarrow F_{H(SLC)} = 424,9\text{ kN}$.

Il confronto tra i due tipi di isolatore elastomerico evidenzia come il dimensionamento del dispositivo *U-FREI*, non vincolato all'adozione di particolari caratteristiche (geometriche e meccaniche) già commercializzate, permetta di ottenere un isolatore, al netto delle piastre di ancoraggio, più piccolo dello *SREI* ($-6,4\%$ del volume) ed un periodo di isolamento maggiore ($+13,4\%$), a cui corrisponde una maggiore riduzione del taglio agente alla base della sovrastruttura ($-11,9\%$).

5.6 Modellazione ed analisi dell'edificio isolato alla base mediante *U-FREIs*

L'analisi della risposta della struttura a base fissa ha evidenziato importanti criticità: in particolare, i due *software* utilizzati (*ANSYS MAPDL* e *SAP2000*) indicano, nello stesso istante ($t \cong 1,0 s$), il raggiungimento di uno stato tensionale e di un quadro fessurativo tali da delineare il successivo crollo ($t = 1,76 \div 1,91 s$) della parte sommitale della parete *sud* nelle *configurazioni 1 e 2* (Fig. 5.51, Fig. 5.55) e delle pareti laterali della cappella gentilizia nella *configurazione 3* (Fig. 5.59). Nella *configurazione 4* si osserva invece come l'estensione del danneggiamento rilevata all'istante $t = 2,37 s$ presagisca la disarticolazione della muratura ed il distacco di blocchi dalle pareti laterali della cappella gentilizia (Fig. 5.63).

Il principale obiettivo del presente studio è valutare se il sistema di isolamento alla base, progettato mediante dispositivi *U-FREI*, permetta la completa salvaguardia dell'integrità del patrimonio storico, artistico e culturale che un edificio come quello in esame rappresenta. In quest'ottica, e grazie alla maggiore comprensione dei fenomeni fessurativi ottenuta dall'analisi dell'edificio a base fissa, la modellazione della struttura isolata è avvenuta ricorrendo agli strumenti offerti da *SAP2000*, più snelli da un punto di vista computazionale.

Per tenere conto del comportamento non lineare dei dispositivi *U-FREIs* (Fig. 5.95), si è fatto ricorso ad analisi dinamica non lineare, del tipo *Non-Linear Modal Time History Analysis* (*CSI Analysis Reference Manual, 2013*), estensione della *Fast Non-Linear Analysis* (*FNA - Wilson (1995)*), implementata in *SAP2000*.

Come descritto in precedenza (eq. (5.71)) il calcolo della soluzione ($\mathbf{u}(t)$), che rappresenta gli spostamenti della struttura, richiede, ad ogni istante, l'aggiornamento del solo vettore delle reazioni negli elementi non lineari ($\mathbf{R}_{NL}(t)$), mentre le matrici di rigidezza si mantengono costanti e l'operazione di fattorizzazione potrà essere svolta un'unica volta (risparmiando così notevoli oneri computazionali).

Il metodo presume quindi che, ad eccezione di un limitato numero di elementi dal comportamento specificatamente non lineare (in questo caso i dispositivi di isolamento e le catene metalliche), il resto della struttura presenti una storia tensionale tale da permettere al materiale di mantenersi sempre all'interno del suo dominio elastico. Tale approccio appare dunque implicitamente in accordo con l'obiettivo di completa salvaguardia dell'integrità di un edificio storico attraverso l'utilizzo di dispositivi *U-FREIs*, come indicato in precedenza.

5.6.1 Modellazione del dispositivo *U-FREI*

La modellazione di un dispositivo *U-FREI* in *SAP2000* ha richiesto l'assemblaggio di 3 elementi finiti, del tipo *Non Linear Link (NLLink)*; tale tipologia di elemento può essere intesa come un gruppo di 6 molle che impongono determinate relazioni (lineari e/o non lineari) alle 6 coppie di gradi di libertà dei nodi che connettono (Fig. 5.97.).

Nel caso in esame, la scelta degli elementi *NLLink* ed il loro assemblaggio è volto alla descrizione di aspetti specifici del comportamento non lineare dell'isolatore, in particolare:

- riduzione della rigidezza laterale legata all'innestarsi del fenomeno di *Roll Over* (i.e. legame $F_H - d$ non lineare; Fig. 5.95);
- possibilità che il dispositivo, non ancorato, scorra tra sottostruttura e sovrastruttura in funzione dell'attrito presente tra le superfici a contatto;
- completo distacco dell'isolatore dalla struttura in assenza di compressione.

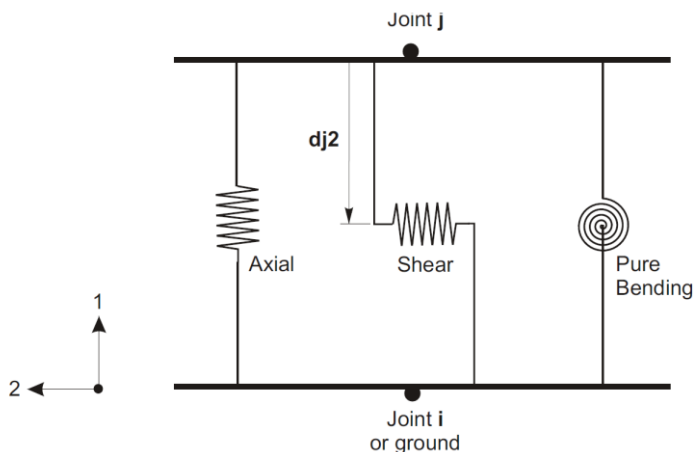


Fig. 5.97. Tre delle sei molle indipendenti in un elemento Link generico (*CSi Analysis Reference Manual, 2013*).

Il funzionamento dei due diversi elementi *NLLink* utilizzati è descritto nel seguito.

- *Hysteretic (Rubber) Isolator*

L'elemento *Rubber* (Fig. 5.98 (a)), sulla base del modello proposto da *Park, Wen e Ang* (1986), permette l'utilizzo di legami forza-spostamento ($f - d$) non-lineari accoppiati per gli spostamenti nelle due direzioni trasversali (i.e. assi locali 2 e 3) all'asse longitudinale dell'elemento (i.e. asse locale 1). Se entrambe le relazioni tra i gradi di libertà traslazionali (nelle direzioni locali 2 e 3) sono non-lineari, si ha:

$$f_{u2} = \text{ratio2} k_2 d_{u2} + (1 - \text{ratio2}) \text{yield2} z_2; \quad (5.75)$$

$$f_{u3} = \text{ratio3} k_3 d_{u3} + (1 - \text{ratio3}) \text{yield3} z_3 \quad (5.76)$$

dove:

- f_{u2}, f_{u3} sono le forze di taglio agenti nelle direzioni locali 2 e 3 rispettivamente;
- d_{u2}, d_{u3} sono gli spostamenti relativi dei nodi di estremità dell'elemento Rubber nelle direzioni locali 2 e 3 rispettivamente;
- $k2, k3$ sono le costanti elastiche delle molle che collegano i nodi dell'elemento nelle direzioni locali 2 e 3 rispettivamente;
- $yield2, yield3$ sono le forze in corrispondenza del cambiamento di pendenza (i.e. rigidità) delle curve che esprimono il legame non lineare $F - d$ nelle direzioni locali 2 e 3 rispettivamente;
- $ratio2, ratio3$ sono i rapporti tra la rigidità del ramo post-elastico k_p e quella del ramo elastico k_{el} delle curve che esprimono il legame non lineare $F - d$ nelle direzioni locali 2 e 3 rispettivamente;
- z_2, z_3 sono variabili isteretiche interne che devono assumere valori tali da soddisfare la disequazione seguente:

$$\sqrt{z_2^2 + z_3^2} \leq 1 \quad \text{dove: } \sqrt{z_2^2 + z_3^2} = 1 \quad \text{descrive la superficie di snervamento.} \quad (5.77)$$

Le variabili z_2 e z_3 determinano quindi l'accoppiamento delle molle non-lineari nelle direzioni locali 2 e 3, in accordo con la seguente legge incrementale:

$$\begin{bmatrix} \dot{z}_2 \\ \dot{z}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 - a_2 z_2^2 & -a_3 z_2 z_3 \\ -a_2 z_2 z_3 & 1 - a_3 z_3^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{k2}{yield2} \dot{d}_{u2} \\ \frac{k3}{yield3} \dot{d}_{u3} \end{bmatrix} \quad (5.78)$$

dove (ponendo inizialmente: $z_2 = z_3 = 0$):

$$a_2 = \begin{cases} 1 & \text{se } \dot{d}_{u2} z_2 > 0; \\ 0 & \text{altrimenti;} \end{cases}$$

$$a_3 = \begin{cases} 1 & \text{se } \dot{d}_{u3} z_3 > 0; \\ 0 & \text{altrimenti.} \end{cases}$$

Le relazioni tra le altre 4 coppie di gradi di libertà assegnabili all'elemento sono tutte del tipo elastico lineare e, di conseguenza, la risposta dell'elemento soggetto a trazione oppure a compressione è la stessa. Poiché, al contrario, la presenza di compressione in un dispositivo privo di ancoraggio è necessaria ad evitarne lo *slittamento* (par. 4.3.12), viene utilizzato anche un altro elemento *NLLink (Friction Pendulum Isolator)*, cui spetterà il compito di permettere al *Rubber* di contribuire alla rigidità laterale del sistema di isolamento solo in presenza di compressione.

- **Friction-Pendulum Isolator**

L'elemento *Friction-Pendulum (FP; Fig. 5.98 (b))* viene utilizzato generalmente per modellare il comportamento degli isolatori ad attrito pendolare; nel caso in esame il suo utilizzo è volto a modellare il completo distacco dell'isolatore dalla struttura in assenza di compressione oppure, in presenza di compressione, i fenomeni attritivi tra le superfici a contatto.

Come per il *Rubber*, anche l'elemento *FP* consente l'utilizzo di legami forza-spostamento non-lineari accoppiati per gli spostamenti nelle due direzioni trasversali (i.e. assi locali 2 e 3) all'asse longitudinale dell'elemento (i.e. asse locale 1).

In direzione assiale il comportamento è non lineare: in assenza di compressione, infatti, il dispositivo cessa di opporre resistenza alla traslazione orizzontale:

$$f_{u1} = P = \begin{cases} k_{eq,1}d_{u1} & \text{se } d_{u1} < 0; \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

dove:

P è lo sforzo normale agente (< 0 se compressione);

$k_{eq,1}$ è la rigidezza elastica equivalente dell'isolatore (nella direzione locale 1 - assiale), valutata sulla base delle indicazioni riportate al par. 4.3.14; oss.: poiché la modellazione di un dispositivo *U-FREI* prevede l'assemblaggio, in serie, di due elementi *FP* uguali, il valore assegnato ad ognuno sarà pari alla metà.

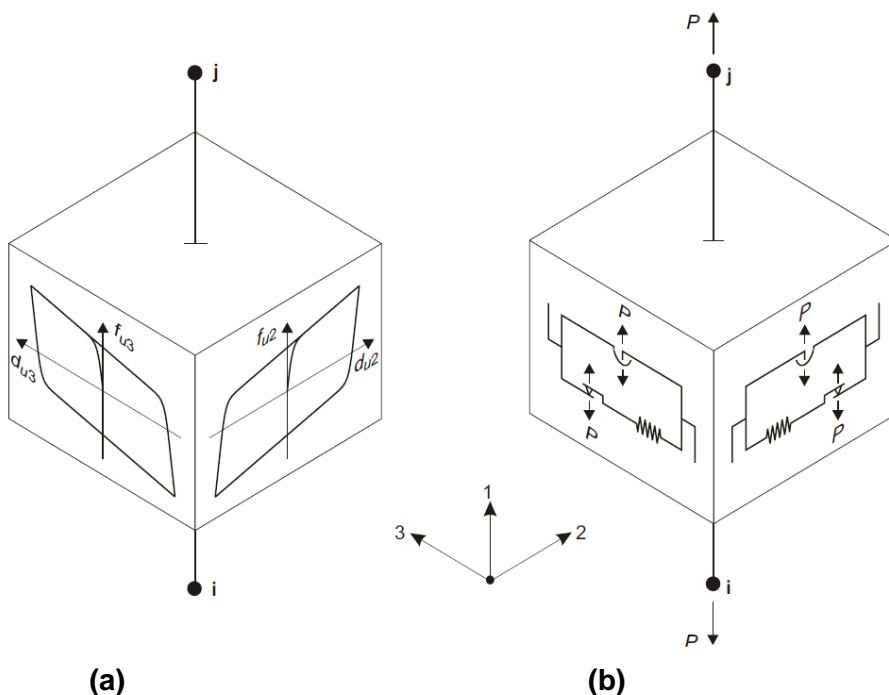


Fig. 5.98. (a) *Hysteretic (Rubber) Isolator*: si osservano i legami forza-spostamento accoppiati nelle direzioni locali 2 e 3; (b) *Friction-Pendulum Isolator (CSI Analysis Reference Manual, 2013)*.

Nel caso in esame, ovvero per superfici di scorrimento piane e quindi trascurando il contributo pendolare, il comportamento dell'elemento FP nelle direzioni locali 2 e 3 è governato dai seguenti legami:

$$f_{u2} = -P\mu_2 z_2; \quad (5.79)$$

$$f_{u3} = -P\mu_3 z_3 \quad (5.80)$$

con:

$$\mu_2 = fast2 - (fast2 - slow2)e^{-rv} \quad \text{coefficiente d'attrito in direzione 2;} \quad (5.81)$$

$$\mu_3 = fast3 - (fast3 - slow3)e^{-rv} \quad \text{coefficiente d'attrito in direzione 3;} \quad (5.82)$$

$fast2, fast3$ coefficienti di attrito ad alte velocità di scivolamento;

$slow2, slow3$ coefficienti di attrito a basse velocità di scivolamento;

$$r = \frac{rate2 \dot{d}_{u2}^2 + rate3 \dot{d}_{u3}^2}{v^2}; \quad (5.83)$$

$$v = \sqrt{\dot{d}_{u2}^2 + \dot{d}_{u3}^2} \quad \text{velocità di scivolamento totale;} \quad (5.84)$$

$rate2, rate3$ inverso delle velocità di scivolamento nelle direzioni locali 2 e 3 rispettivamente;

z_2, z_3 variabili isteretiche interne che devono assumere valori tali da soddisfare la disequazione:

$$\sqrt{z_2^2 + z_3^2} \leq 1 \quad \text{dove} \quad \sqrt{z_2^2 + z_3^2} = 1 \quad \text{descrive la superficie di snervamento.} \quad (5.85)$$

Le variabili z_2 e z_3 determinano quindi l'accoppiamento delle molle non-lineari nelle direzioni locali 2 e 3, in accordo con la seguente legge incrementale:

$$\begin{bmatrix} \dot{z}_2 \\ \dot{z}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 - a_2 z_2^2 & -a_3 z_2 z_3 \\ -a_2 z_2 z_3 & 1 - a_3 z_3^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{k2}{P\mu_2} \dot{d}_{u2} \\ \frac{k3}{P\mu_3} \dot{d}_{u3} \end{bmatrix} \quad (5.86)$$

dove (ponendo la condizione iniziale: $z_2 = z_3 = 0$):

$k2, k3$ sono le rigidzze elastiche a taglio dell'elemento (nelle direzioni locali 2 e 3 rispettivamente);

$$a_2 = \begin{cases} 1 & \text{se } \dot{d}_{u2} z_2 > 0; \\ 0 & \text{altrimenti;} \end{cases}$$

$$a_3 = \begin{cases} 1 & \text{se } \dot{d}_{u3} z_3 > 0; \\ 0 & \text{altrimenti.} \end{cases}$$

Il modello ad attrito permette sempre, quindi, in funzione delle rigidzze elastiche $k2$ e $k3$, spostamenti orizzontali relativi tra sopra e sottostruttura per valori non nulli della forza di taglio; tali spostamenti aumentano sensibilmente quando la forza di taglio si

avvicina al valore $P\mu$, ovvero quando lo stato tensionale dell'elemento FP raggiunge la superficie di snervamento ($z = 1$).

Assumendo che i dispositivi $U-FREI$ s poggino su superfici rese adeguatamente scabre, si può assumere che le velocità di scivolamento resteranno molto basse (i.e. $rate2 = rate3 = 0$; $e^{-rv} = 1$); trascurando i coefficienti di attrito alle alte velocità (i.e. $fast2 = fast3 = 0$), si osserva allora come i coefficienti di attrito μ_2 e μ_3 (eqq. (5.81) e (5.82)) dipenderanno solo dai coefficienti $slow2$ e $slow3$ rispettivamente.

Nel caso in esame, sulla base dei risultati di *test* condotti presso l'Università degli Studi di Udine (Gallina, 2008), si è assunto $slow2 = slow3 = \mu = 0,93$.

Assegnando agli elementi FP rigidezze elastiche allo scorrimento $k2$ e $k3$ molto alte (10^5 volte maggiori delle rigidezze laterali dell'elemento *Rubber*), l'elemento FP si comporterà, nei confronti di un elemento *Rubber* a lui vincolato, come un interruttore:

- aperto in assenza di compressione \Rightarrow non potrà trasmettere alcuna azione di taglio all'elemento *Rubber*;
- chiuso in presenza di compressione \Rightarrow l'elemento *Rubber*, molto meno rigido, assorbirà l'intera azione di taglio trasmessa dall'elemento FP .

5.6.1.1 Assemblaggio degli *NLLink*

Ogni dispositivo $U-FREI$ è stato modellato tramite l'assemblaggio degli elementi *NLLink* sopra descritti, in particolare, inserendo tra il modello della sovrastruttura e quello della (eventuale) sottostruttura tali elementi in serie e nell'ordine seguente, partendo dall'alto:

- 1 elemento FP : descrive i fenomeni di attrito e l'eventuale completo distacco della sovrastruttura dall'isolatore;
- 1 elemento *Rubber*: descrive il comportamento a taglio dell'isolatore in presenza di compressione;
- 1 elemento FP : descrive i fenomeni di attrito e l'eventuale completo distacco dell'isolatore dalla sottostruttura.

In Fig. 5.99 si riporta un esempio illustrativo del funzionamento, in presenza di compressione o meno, di dispositivi $U-FREI$ s modellati attraverso l'assemblaggio di un elemento *Rubber* interposto fra due elementi FP (vincolati a sotto e sovrastruttura).

Alla base di un telaio regolare, costituito da 4 pilastri e 4 travi che li collegano, sono stati modellati 4 dispositivi $U-FREI$ uguali. Come indicato al par. 5.5, il sistema di isolamento deve escludere spostamenti sismici differenziali di sotto e sovrastruttura; per

questa ragione i gradi di libertà dei nodi alla base del telaio sono stati vincolati tra loro, imponendo un *constraint* di tipo *diaphragm* (*CSi Analysis Reference Manual, 2013*), che ne uguaglia gli spostamenti in direzione X e Y e la rotazione attorno all'asse verticale Z .

Il telaio è stato sottoposto ad azione sismica; inoltre, in corrispondenza di uno solo dei dispositivi ($RUB1$) è stato imposto forzatamente uno stato tensionale di trazione durante l'evento sismico.

Dai risultati dell'analisi è stato possibile osservare che mentre i dispositivi $RUB2$, $RUB3$ e $RUB4$, compressi, risultano deformati dall'azione orizzontale agente, l'elemento $RUB1$, scarico, mantiene la sua configurazione indeformata e la struttura al di sopra di esso si solleva.

In Fig. 5.99 viene riportata la configurazione deformata (in blu) del sistema isolato all'istante $t = 9,3 s$ (in grigio la configurazione iniziale): in assenza di compressione si osserva il distacco della sovrastruttura dall'elemento ($RUB1$), che rimane in condizione indeformata (verticale), mentre l'inclinazione degli elementi FP descrive lo scorrimento accumulato tra sotto/sovrastruttura ed isolatore fino all'istante considerato.

In Fig. 5.100 si riporta l'andamento nel tempo del taglio orizzontale agente negli elementi $RUB1$ (trazione nel pilastro: isolatore scarico) e $RUB2$ (isolatore compresso e quindi soggetto alle azioni orizzontali di origine sismica): si osserva come, in assenza di compressione, il taglio nell'elemento ($RUB1$) sia pressoché nullo.

In Fig. 5.101 è illustrato il comportamento ciclico degli elementi $RUB1$ (rosso) e $RUB2$ (blu): l'elemento $RUB1$, poiché di lunghezza finita e dotato di massa ai 2 nodi, può comunque subire una deformazione a taglio che, seppur minima, genera un momento di trasporto ed il taglio "*residuo*" osservabile in figura. Per ridurre tale effetto, anche se poco significativo in termini di risposta globale, è possibile assegnare una lunghezza nulla agli elementi *Rubber*.

Si fa infine osservare che, per evitare che in assenza di compressione la molla associata alla deformazione a taglio dell'elemento *Rubber*, dotata di massa, si sposti indefinitamente impedendo la convergenza della soluzione, vengono inserite, in parallelo agli elementi FP , molle elastiche dalla bassa rigidità laterale.

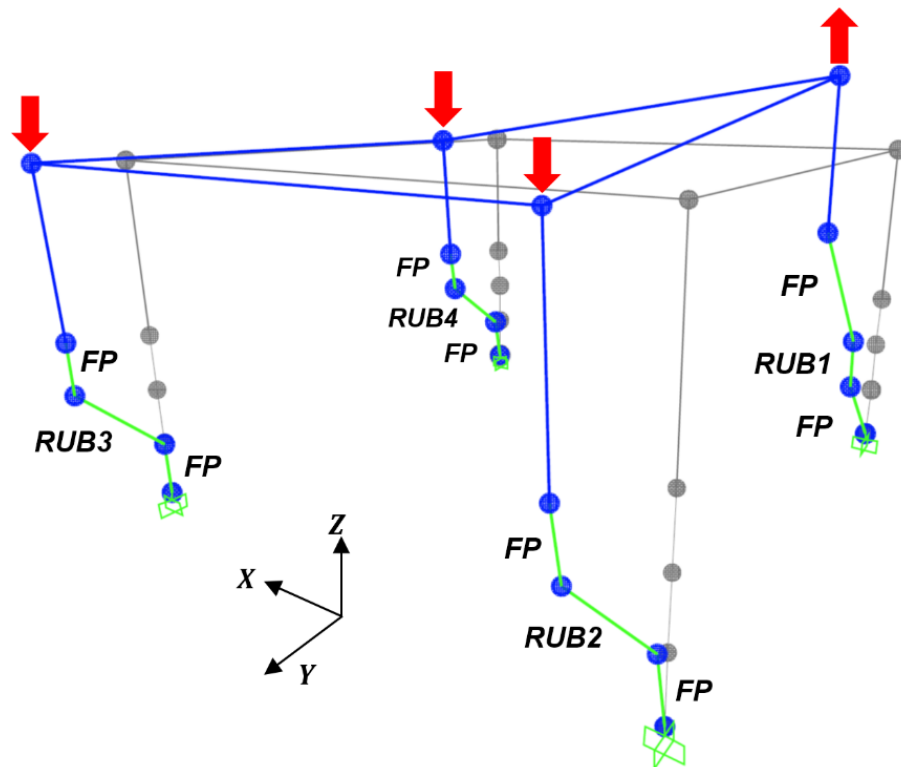


Fig. 5.99. Risposta a sisma orizzontale di dispositivi *U-FREI* modellati con *SAP2000* e soggetti, come evidenziato dalle frecce rosse in sommità, alle seguenti condizioni: trazione nel pilastro sovrastante l'elemento *RUB1*; compressione nei pilastri appoggiati sugli elementi *RUB2*, *RUB3* e *RUB4*.

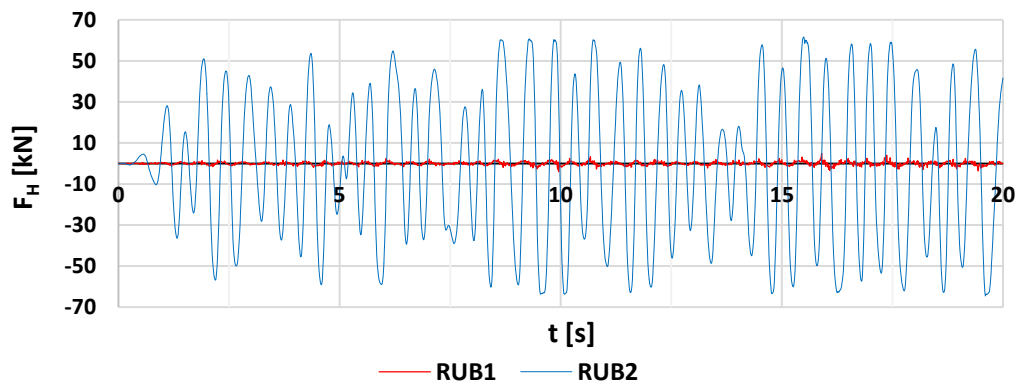


Fig. 5.100. Andamento del taglio in direzione *X* (Fig. 5.99), negli elementi *RUB1* (in rosso) e *RUB2* (in blu).

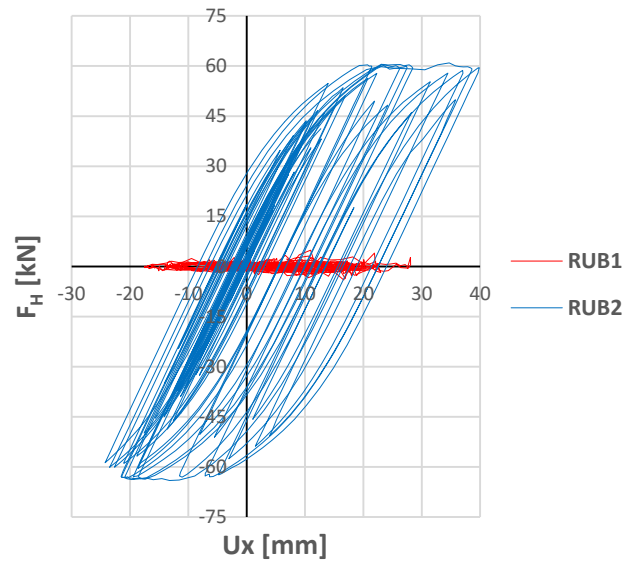


Fig. 5.101. Comportamento ciclico degli elementi *RUB1* e *RUB2* in direzione *X*, durante l'evento sismico (F_H rappresenta la forza orizzontale agente nel dispositivo).

5.6.1.2 Parametri del caso studio

Il progetto del sistema di isolamento, per il caso di studio, ha richiesto anche la modellazione degli isolatori a scorrimento (“*sliders*”). Tali dispositivi, qui indicati con la sigla “*SL*”, sono stati modellati utilizzando *NLLink* del tipo *Friction-Pendulum Isolator*, assumendo, in analogia a quanto svolto per gli elementi *FP*: superficie piana, $rate2 = rate3 = 0$ e $fast2 = fast3 = 0$. Viceversa, è stata loro assegnata bassa rigidezza a taglio (10^{-4}) e coefficiente di attrito statico pari al 2%.

In Fig. 5.102 si riporta la stima della rigidezza assiale equivalente del dispositivo *U-FREI* progettato, determinata come indicato al par. 4.3.14 (eq.(4.116)).

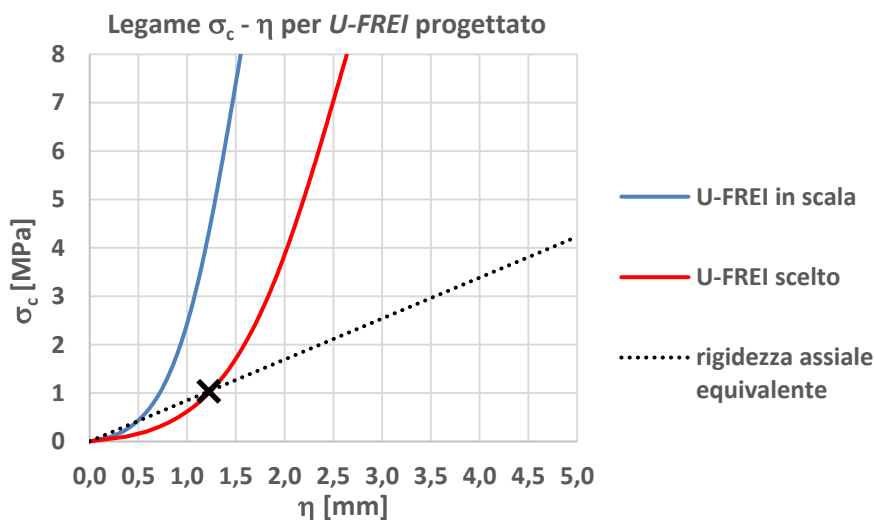


Fig. 5.102. Stima, sulla base dei risultati delle prove sperimentali condotte su dispositivi in scala, della rigidezza assiale equivalente del dispositivo *U-FREI* progettato.

Con riferimento alla notazione utilizzata in precedenza, le caratteristiche assegnate agli elementi *FP*, *Rubber* e *SL* sono riportate in Tab. 13.

<i>NLLink</i>	<i>gdl</i>	k_{eq} [kN/m]	k_{el} [kN/m]	<i>ratio</i>	<i>yield</i> [kN]	<i>slow</i>	<i>rate</i>
FP	<i>U1</i>	152.340	-	-	-	-	-
	<i>U2, U3</i>	$5 \cdot 10^7$	-	-	-	0,93	0
	<i>R1, R2, R3</i>	10^8	-	-	-	-	-
SL	<i>U1</i>	304.679	-	-	-	-	-
	<i>U2, U3</i>	$1 \cdot 10^{-4}$	-	-	-	0,02	0
	<i>R1</i>	0	-	-	-	-	-
	<i>R2, R3</i>	10^8	-	-	-	-	-
Rubber	<i>U1</i>	10^8	-	-	-	-	-
	<i>U2, U3</i>	467,7	2.104	0,16	41,7	-	-
	<i>R1</i>	0	-	-	-	-	-
	<i>R2, R3</i>	10^8	-	-	-	-	-

Tab. 13. Parametri meccanici assegnati alle molle che controllano i gradi di libertà (*gdl*) degli elementi *NLLink* in *SAP2000* (*U*: *gdl* traslazionale; *R*: *gdl* rotazionale; k_{eq} : rigidità elastica equivalente; k_{el} : rigidità del ramo elastico).

5.6.2 Analisi modale preliminare

L'analisi modale, effettuata in *SAP2000* con il *metodo dei vettori di Ritz*, ha evidenziato come i primi 3 modi propri della struttura isolata (nella *configurazione 2*) garantiscano la partecipazione di tutta la massa modale associata ai gradi di libertà che controllano la risposta del sistema isolato, ovvero le traslazioni orizzontali nelle direzioni principali (*X* e *Y*), e la rotazione attorno all'asse verticale (*Z*) – sistema di riferimento in Fig. 5.103. Le forme modali dei primi 3 modi propri sono illustrate in Fig. 5.103, Fig. 5.104 e Fig. 5.105, rispettivamente mentre le relative percentuali di massa modale sono riportate in Tab. 14. Si osserva come la prima forma modale corrisponda ad una traslazione in direzione *X* ($MU_x = 88,5\%$) e, in misura meno significativa, ad una rotazione attorno all'asse *Z* ($MR_z = 11,5\%$), la seconda forma modale ad una traslazione in direzione *Y* ($MU_y = 99,9\%$), mentre la terza ad una rotazione attorno all'asse *Z* ($MR_z = 88,5\%$) e, secondariamente, ad una traslazione in direzione *X* ($MU_x = 11,5\%$).

La presenza, al primo modo, di una certa quota di massa modale associata alla rotazione intorno all'asse *Z* ($MR_z = 11,5\%$) indica il non perfetto allineamento della proiezione del baricentro delle masse sul piano di isolamento (stimato coincidente quello

geometrico in fase di progetto), con quello delle rigidezze laterali del sistema di isolamento stesso. Ciò è dovuto alla forma irregolare della pianta dell'edificio.

Alla luce delle diverse configurazioni studiate, si ritiene che la disposizione dei dispositivi illustrata in Fig. 5.92 rappresenti un buon compromesso tra massimizzazione dell'effetto isolante e praticità di posa degli isolatori.

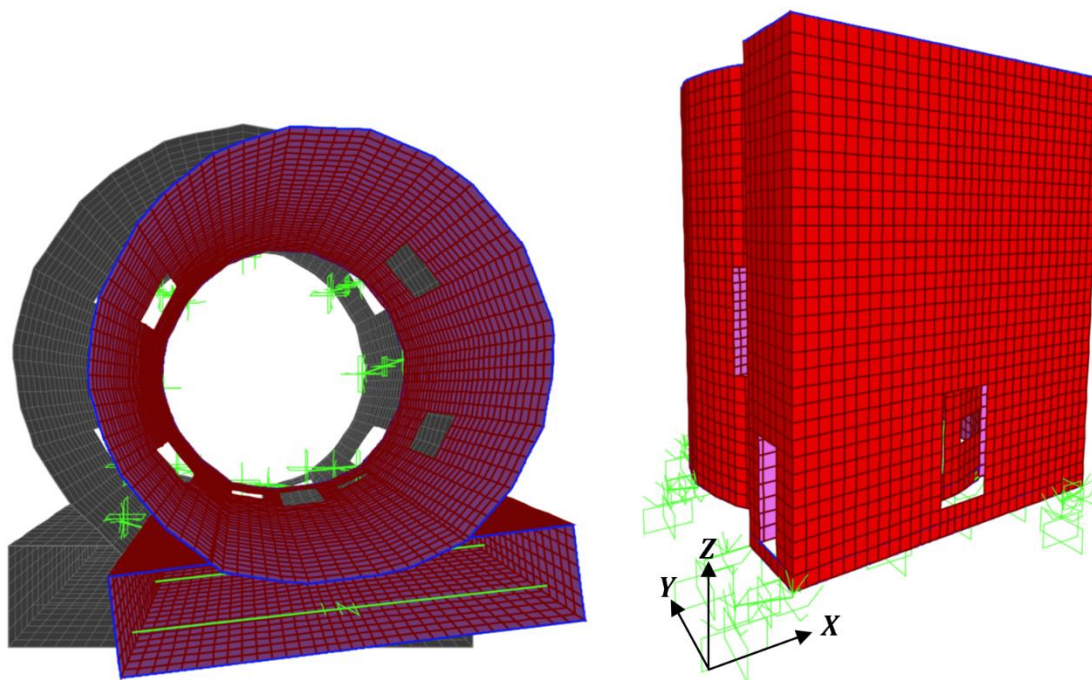


Fig. 5.103. Prima forma modale ($T_1 = 2,32 s$): traslazione in direzione X e rotazione intorno all'asse verticale Z (SAP2000). A sinistra in grigio la configurazione indeformata.

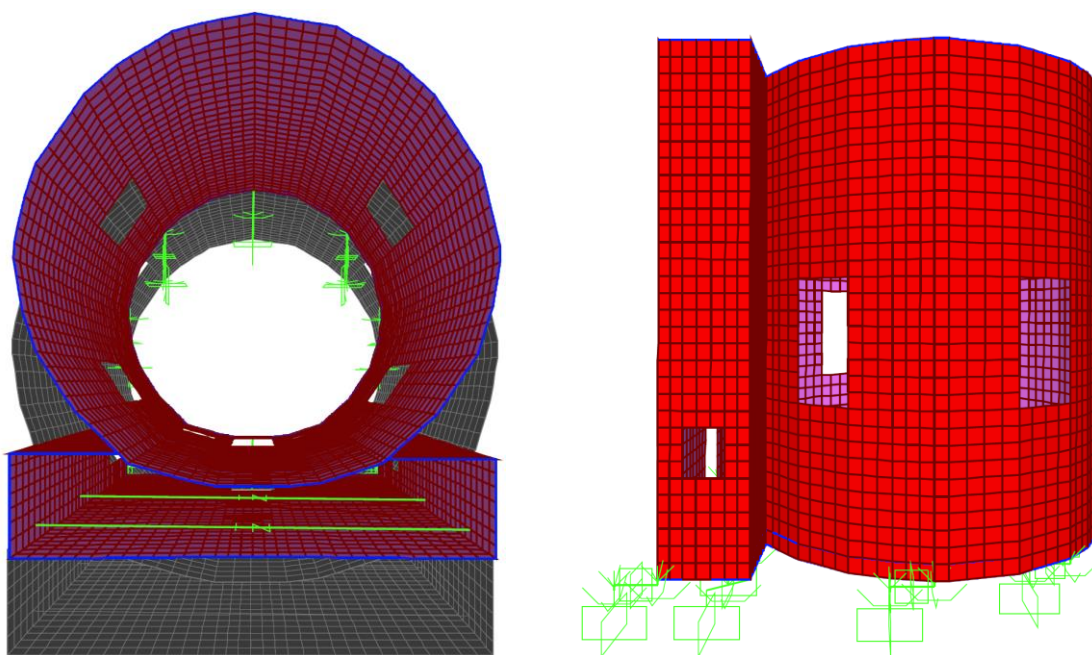


Fig. 5.104. Seconda forma modale ($T_2 = 2,28 s$) - traslazione in direzione Y (SAP2000).

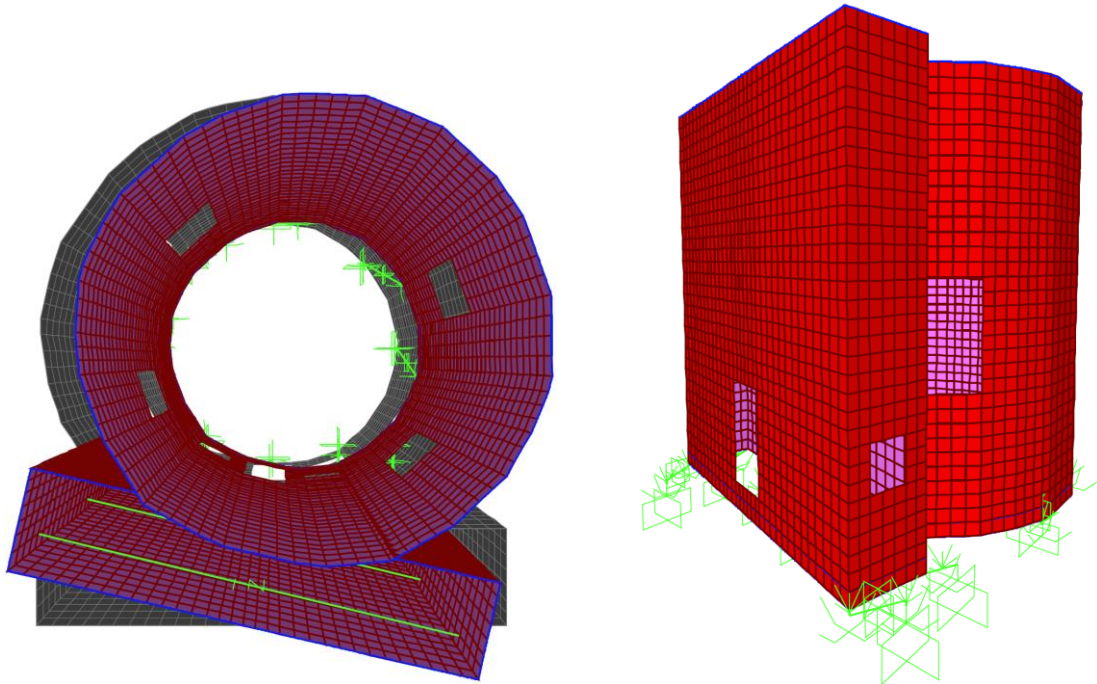


Fig. 5.105. Terza forma modale ($T_3 = 1,96\text{ s}$) – rotazione intorno all’asse verticale Z e traslazione in direzione X (SAP2000).

n°	T [s]	massa modale partecipante (traslazione)			(cumulativo)			massa modale partecipante (rotazione)			(cumulativo)		
		MU_x	MU_y	MU_z	MU_x	MU_y	MU_z	MR_x	MR_y	MR_z	MR_x	MR_y	MR_z
		%	%	%	%	%	%	%	%	%	%	%	%
1	2,32	88,5	0,0	0,0	88,5	0,0	0,0	0,0	0,1	11,5	0,0	0,1	11,5
2	2,28	0,0	99,9	0,0	88,5	100	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,1	11,5
3	1,96	11,5	0,0	0,0	100	100	0,0	0,0	0,5	88,5	0,0	0,6	100

Tab. 14. Percentuale di massa partecipante associata ai modi propri (n°) di vibrare (di periodo proprio T) della struttura a base isolata. Oss.: UX, UY, UZ indicano i gradi di libertà traslazionali, RX, RY, RZ i gradi di libertà rotazionali (sistema di riferimento globale).

5.6.3 Non-Linear Modal Time History Analysis

L’analisi non lineare dell’edificio isolato alla base è stata svolta in maniera analoga a quella per l’edificio a base fissa.

E’ stata quindi utilizzata una funzione (“*rampa*”) per l’applicazione incrementale dei carichi verticali. Per evitare che i carichi verticali generino oscillazioni della struttura che proseguono oltre il primo istante di applicazione dell’azione sismica, terminata la fase incrementale ($t = 5,0\text{ s}$), i carichi verticali sono stati mantenuti costanti per un

intervallo di tempo ($\Delta t = 5,0 s$) sufficiente a garantire che l'alto fattore di smorzamento viscoso imposto ($\xi = 99\%$ - costante per tutti i modi propri), annulli ogni oscillazione.

Al termine della fase "quasi statica" ($t = 10s$), gli abbassamenti registrati in corrispondenza dei punti di appoggio della sovrastruttura agli isolatori, sono compresi tra $1,60 mm$ e $1,63 mm$. Tale risultato evidenzia come il comportamento rigido imposto al piano di appoggio della sovrastruttura agli isolatori comporti un abbassamento omogeneo della stessa.

Nella fase seguente (i.e. applicazione della storia delle accelerazioni alla base) per le ragioni numeriche descritte in precedenza (par. 5.4.3.5), si è assunto un fattore di smorzamento viscoso equivalente $\xi = 1\%$, in questo caso costante per tutti i modi propri.

Con riferimento allo stesso gruppo di accelerogrammi considerato in precedenza (Fig. 5.40), basato sulla storia delle accelerazioni riportata in Fig. 5.30, sono state svolte analisi dinamiche non-lineari dell'edificio, isolato alla base mediante dispositivi *U-FREIs*, considerando diverse configurazioni della sovrastruttura, ovvero, con riferimento al par. 5.4.3.5:

- *configurazione 2*: stato di fatto;
- *configurazione 3*: aggiunta di un diaframma rigido in sommità per la connessione della parete *sud* con la parete divisoria;
- *configurazione 4*: aggiunta di un diaframma rigido in sommità per la connessione di tutte le pareti.

5.6.4 Configurazione 2 (stato di fatto)

Le analisi svolte sull'edificio isolato alla base nella *configurazione 2*, corrispondente allo stato di fatto, hanno evidenziato i risultati esposti nel seguito.

5.6.4.1 Spostamenti massimi

Gli spostamenti relativi massimi, sia in direzione X (ΔU_x) che in direzione Y (ΔU_y), registrati tra i nodi di estremità degli elementi *RUB* (i.e. deformazione a taglio dei dispositivi) sono riportati in Tab. 15.

Si osserva come lo spostamento massimo, pari a $\Delta_{max} = 183,3 mm$, venga registrato in corrispondenza dell'elemento *RUB1*, posizionato in prossimità dello spigolo S-O dell'edificio (ovvero in corrispondenza dell'origine del sistema di riferimento riportato in Fig. 5.103).

ID elemento	valore	spostamento relativo tra i nodi dell'isolatore		
		ΔU_x [mm]	ΔU_y [mm]	ΔU_{max} [mm]
RUB1	<i>max</i>	141,3	114,0	183,3
	<i>min</i>	-183,3	-156,8	
RUB2	<i>max</i>	141,3	139,0	169,3
	<i>min</i>	-168,5	-169,3	
RUB3	<i>max</i>	123,9	114,2	168,3
	<i>min</i>	-168,3	-158,4	
RUB4	<i>max</i>	124,1	139,3	178,0
	<i>min</i>	-158,8	-178,0	
RUB5	<i>max</i>	116,8	116,9	162,3
	<i>min</i>	-158,5	-162,3	
RUB6	<i>max</i>	116,9	135,6	180,0
	<i>min</i>	-155,4	-180,0	

Tab. 15. Spostamento relativo massimo dei nodi degli elementi RUB nelle direzioni principali.

Ipotizzando che tale spostamento venga registrato contemporaneamente nell'isolatore in entrambe le direzioni principali X ed Y , è possibile stimare un valore cautelativo dell'area minima di contatto del dispositivo $U-FREI$ soggetto a *Roll Out*:

$$A_{min} = (l_{IS} - \Delta U_{max} + \mu_0)^2 \quad (5.87)$$

Nel caso in esame, poiché l'abbassamento η in tutti gli isolatori durante l'evento sismico è mediamente pari a $1,6 \text{ mm}$, dall'eq. (4.54) si ottiene: $\mu_0 = 29 \text{ mm}$.

Dall'eq. (5.87) si ottiene:

$$A_{min} = (600 - 183,3 + 29)^2 = 198.648 \text{ mm}^2.$$

Tale area deve essere maggiore dell'area minima (A_{cr}) necessaria a soddisfare la verifica di instabilità euleriana (par. 4.3.10), che può essere calcolata dall'eq. (4.99) imponendo $\frac{P_{cr}}{P_{max}} = 2,0$. Nel caso in esame si ottiene:

$$A_{cr} = 146.144 \text{ mm}^2 < A_{min} = 198.648 \text{ mm}^2 \Rightarrow \text{la verifica è soddisfatta.}$$

5.6.4.2 Taglio alla base

Ipotizzando il comportamento elastico della muratura durante l'intero evento sismico, in Fig. 5.106 e Fig. 5.107 si illustra la risposta dell'edificio a base fissa (stato di fatto) e dell'edificio isolato alla base mediante *U-FREIs*. Si evidenzia come l'introduzione del sistema di isolamento permetta una drastica riduzione del taglio massimo alla base, pari a $-70,1\%$ in direzione *Y* e $-77,6\%$ in direzione *X*, e l'omogeneizzazione della risposta nelle due direzioni (i.e. $V_x \cong V_y$).

	Base fissa		Base isolata		Δ (%)	
	V_x [kN]	V_y [kN]	V_x [kN]	V_y [kN]	ΔV_x	ΔV_y
<i>max</i>	2.103	1.592	471	476	- 77,6%	- 70,1%
<i>min</i>	- 2.149	- 2.108	- 401	- 397	- 81,3%	- 81,2%

Tab. 16. Taglio alla base dell'edificio nelle configurazioni a base fissa (*configurazione 2*) e isolata.

Sulla base delle indicazioni ottenute per l'edificio a base fissa (*configurazione 2*), i risultati delle analisi del sistema isolato, compiuta con *SAP2000*, possono essere utilizzate per verificare se, in corrispondenza dei picchi di sollecitazioni riportati in Fig. 5.106 e Fig. 5.107, lo stato tensionale presente nella muratura rientri nel suo dominio elastico o, eventualmente, ne configuri il danneggiamento.

Le analisi effettuate indicano il primo raggiungimento della tensione critica ($\sigma_t \leq f_t$) in un'area continua e significativa di muratura all'istante $t = 3,58$ s (Fig. 5.108).

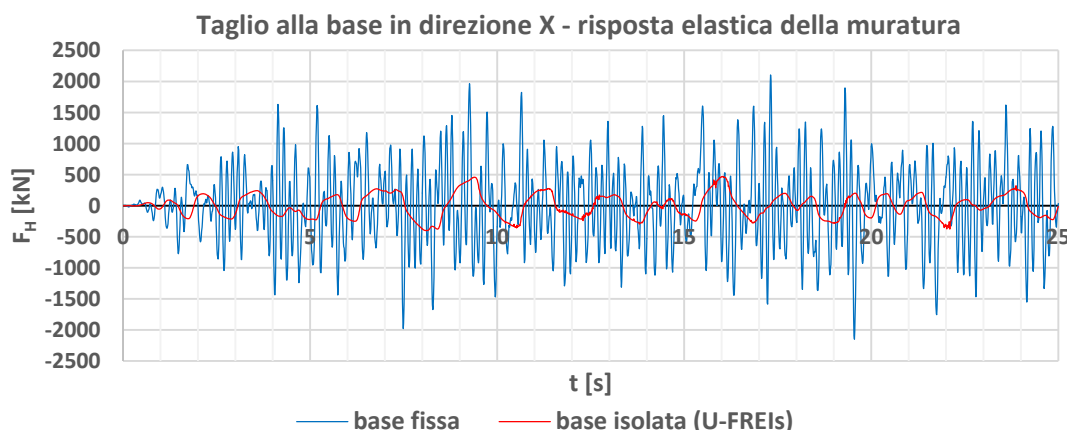


Fig. 5.106. Risposta elastica, in direzione *X*, all'azione sismica (*SLC*) dell'edificio a base fissa nella *configurazione 2* (in blu) e dello stesso edificio isolato alla base mediante dispositivi *U-FREIs* (in rosso).

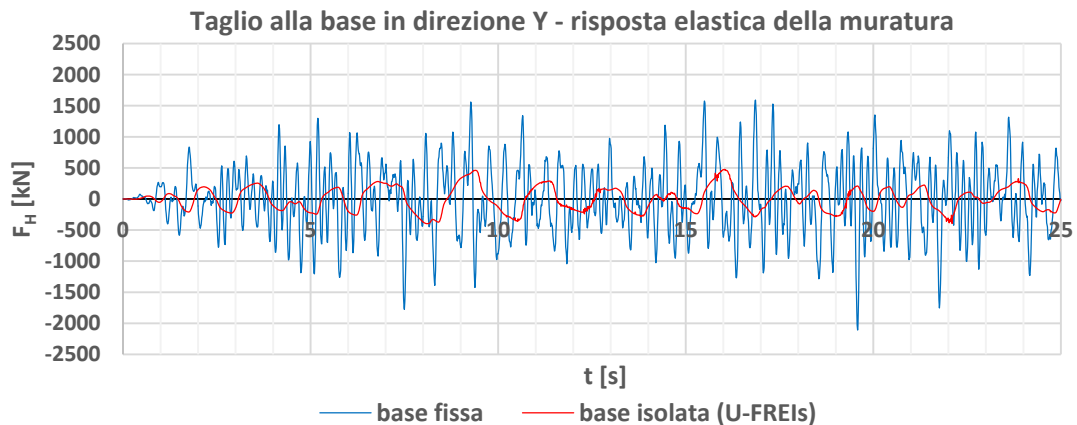


Fig. 5.107. Risposta elastica, in direzione Y, all'azione sismica (SLC) dell'edificio a base fissa nella configurazione 2 (in blu) e dello stesso edificio isolato alla base mediante dispositivi U-FREIs (in rosso).

Le aree soggette al superamento della tensione di trazione ammissibile f_t della muratura appaiono essere le stesse osservate all'istante $t = 0,95 s$ nell'edificio a base fissa nella configurazione 1 (Fig. 5.70 e Fig. 5.71) e nella configurazione 2 (Fig. 5.74).

Tale condizione può essere associata ad un quadro fessurativo che, come osservato in precedenza, non implica ancora la formazione di meccanismi di collasso, ma richiede l'adozione di ulteriori interventi di rinforzo per evitare che si verifichino crolli in occasione dei successivi picchi di accelerazione del suolo.

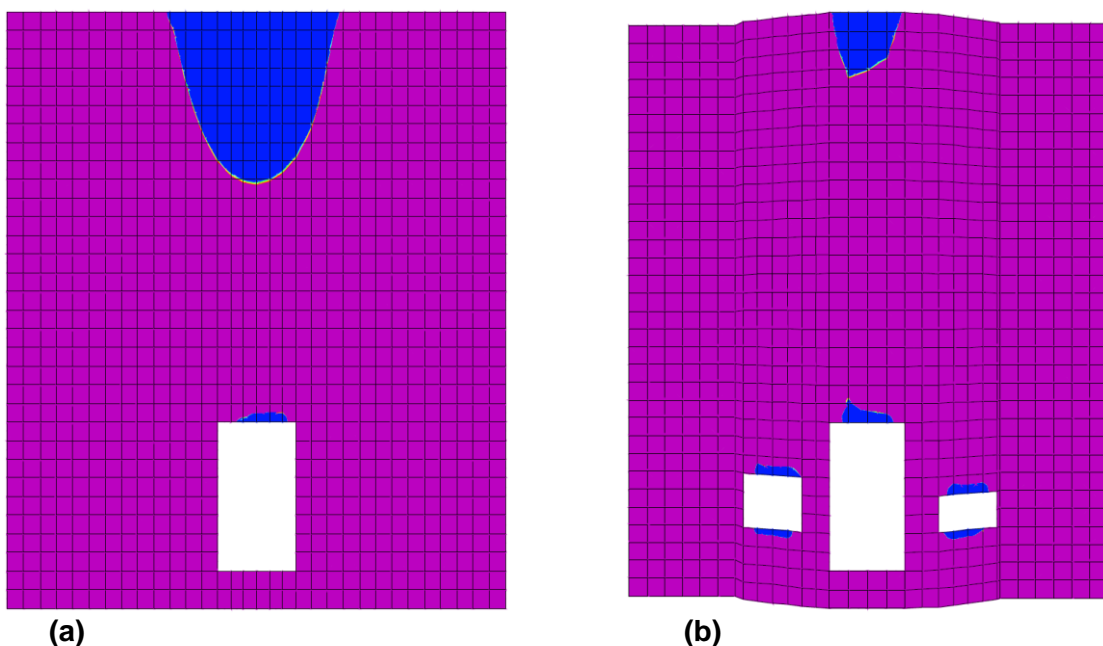


Fig. 5.108. Configurazione 2. Stato tensionale determinato da SAP2000, con riferimento alla superficie visibile, all'istante $t = 3,58 s$ (in blu si evidenziano le aree dove $\sigma_t > f_t = 0,1 MPa$): (a) parete sud; (b) parete divisoria.

5.6.4.3 Periodo di ritorno massimo associato alla risposta elastica

Attraverso analisi *IDA* (*Incremental Dynamic Analysis*), analogamente a quanto descritto al par. 5.4.9, è stata stimata l'accelerazione massima a_g del suolo che garantirebbe all'edificio isolato di non subire danneggiamenti e, attraverso il grafico in Fig. 5.109, il corrispondente *periodo di ritorno* T_R .

$$a_g = 0,103 \text{ g} \Rightarrow T_R = 82 \text{ anni}$$

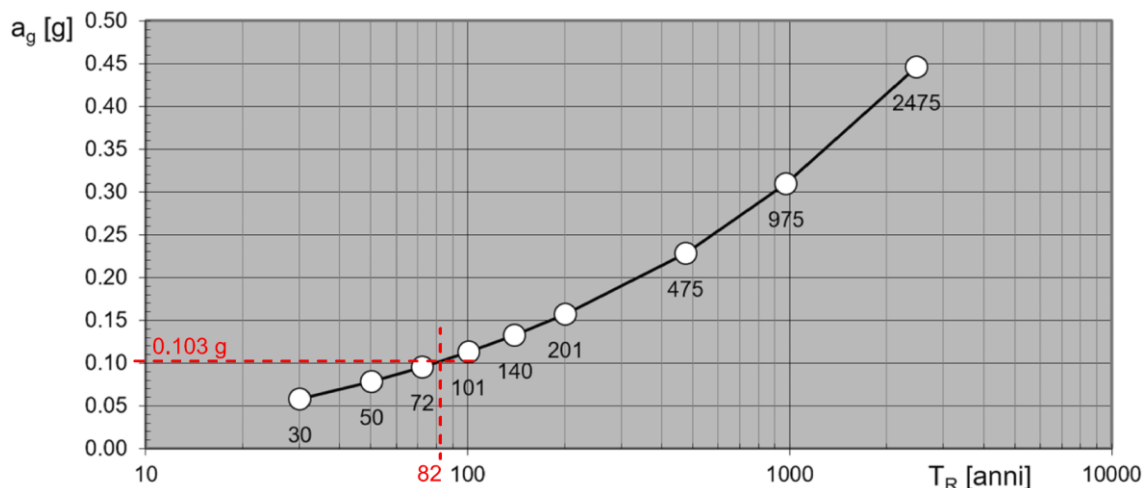


Fig. 5.109. **Configurazione 2.** Stima del *periodo di ritorno* T_R associato alla massima accelerazione del suolo, indotta dal terremoto, che garantisce il comportamento elastico dell'edificio isolato alla base (grafico da foglio elettronico *Spettri-NTCver.1.0.3*).

Rispetto alla medesima configurazione a base fissa (par. 5.4.9), si osserva un incremento del *periodo di ritorno*, associato alla risposta elastica dell'edificio, del 412% (+66 anni).

5.6.5 Configurazione 3

Le analisi svolte sull'edificio isolato alla base nella *configurazione 3*, che prevede l'inserimento di un diaframma rigido in sommità per il collegamento della parete *sud* con la parete divisoria, hanno evidenziato i risultati esposti nel seguito.

5.6.5.1 Spostamenti massimi

Gli spostamenti relativi massimi, registrati tra i nodi di estremità degli elementi *RUB* (i.e. deformazione a taglio dei dispositivi) sono riportati in Tab. 17.

Si osserva come lo spostamento massimo, pari a $\Delta_{max} = 180,8 \text{ mm}$, venga registrato in corrispondenza dell'elemento *RUB1*, posizionato in prossimità dello spigolo S-O dell'edificio (ovvero in corrispondenza dell'origine del sistema di riferimento in Fig. 5.103).

		spostamento relativo tra i nodi dell'isolatore		
ID elemento	valore	ΔU_x [mm]	ΔU_y [mm]	ΔU_{max} [mm]
RUB1	<i>max</i>	141,1	114,0	180,8
	<i>min</i>	-180,8	-154,1	
RUB2	<i>max</i>	141,1	138,9	169,5
	<i>min</i>	-168,6	-169,5	
RUB3	<i>max</i>	123,9	114,1	170,9
	<i>min</i>	-170,9	-161,2	
RUB4	<i>max</i>	124,1	139,1	177,7
	<i>min</i>	-158,6	-177,7	
RUB5	<i>max</i>	116,8	116,8	165,5
	<i>min</i>	-161,4	-165,5	
RUB6	<i>max</i>	116,9	135,4	177,0
	<i>min</i>	-156,8	-177,0	

Tab. 17. Spostamento relativo massimo dei nodi degli elementi **RUB** nelle direzioni principali.

Poiché l'abbassamento η in tutti gli isolatori durante l'evento sismico è mediamente pari a 1,6 mm, dall'eq. (4.54) si ottiene: $\mu_0 = 29$ mm.

Ipotizzando che tale spostamento venga registrato contemporaneamente nell'isolatore in entrambe le direzioni principali X ed Y , dall'eq. (5.87) è possibile stimare un valore cautelativo dell'area minima di contatto del dispositivo *U-FREI* soggetto a *Roll Out*:

$$A_{min} = (600 - 180,8 + 29)^2 = 200.883 \text{ mm}^2.$$

Tale area deve essere maggiore dell'area minima (A_{cr}) necessaria a soddisfare la verifica di instabilità euleriana, già calcolata al par. 5.6.4:

$$A_{cr} = 146.144 \text{ mm}^2 < A_{min} = 200.883 \text{ mm}^2 \Rightarrow \text{la verifica è soddisfatta.}$$

5.6.5.2 Taglio alla base

Ipotizzando il comportamento elastico della muratura durante l'intero evento sismico, in Fig. 5.110 e Fig. 5.111 si illustra la risposta dell'edificio a base fissa (*configurazione 3*) e dello stesso edificio isolato alla base mediante *U-FREIs*.

Si evidenzia come l'introduzione del sistema di isolamento permetta una drastica riduzione del taglio massimo alla base, pari a $-72,8\%$ in direzione Y e $-77,4\%$ in direzione X , e l'omogeneizzazione della risposta nelle due direzioni (i.e. $V_x \cong V_y$).

	Base fissa		Base isolata		Δ (%)	
	V_x [kN]	V_y [kN]	V_x [kN]	V_y [kN]	ΔV_x	ΔV_y
<i>max</i>	2086	1745	471	475	- 77,4%	- 72,8%
<i>min</i>	- 2137	- 1753	- 400	- 397	- 81,3%	-77,4%

Tab. 18. Taglio alla base dell'edificio nelle configurazioni a base fissa (*configurazione 3*) e isolata.

Sulla base delle indicazioni ottenute per l'edificio a base fissa (*configurazione 3*), i risultati delle analisi del sistema isolato, compiuta con *SAP2000*, possono essere utilizzate per verificare se, in corrispondenza dei picchi di sollecitazioni riportati in Fig. 5.110 e Fig. 5.111, lo stato tensionale presente nella muratura rientri nel suo dominio elastico o, eventualmente, ne configuri il danneggiamento.

Le analisi effettuate indicano il primo raggiungimento della tensione critica ($\sigma_t \leq f_t$) in un'area significativa di muratura all'istante $t = 8,11$ s (Fig. 5.112).

Sulla base dei risultati illustrati al par. 5.4.7 ($t \leq 1,0$ s), tuttavia, si ritiene che tale condizione non implichi obbligatoriamente la presenza di fessure in superficie (i.e. assenza di più di un piano di *crack* nei punti di quadratura - Petri, 2011) né possa essere associata ad un danneggiamento sufficiente a modificare la risposta dell'edificio.

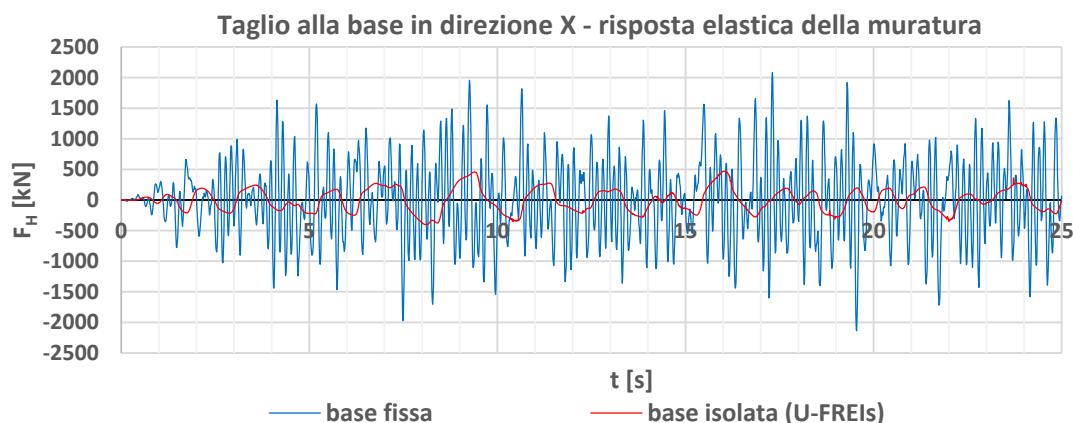


Fig. 5.110. Risposta elastica, in direzione X , all'azione sismica (*SLC*) dell'edificio a base fissa nella *configurazione 3* (in blu) e dello stesso edificio isolato alla base mediante dispositivi *U-FREIs* (in rosso).

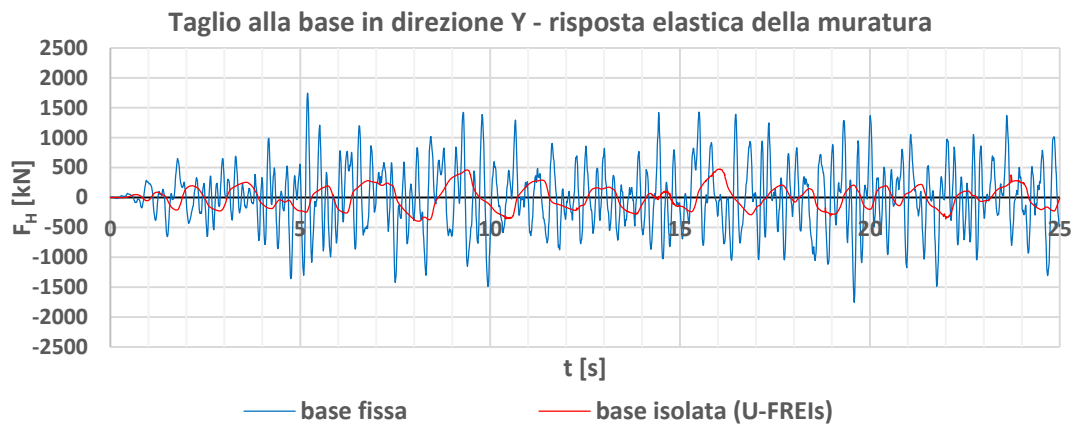


Fig. 5.111. Risposta elastica, in direzione Y, all’azione sismica (SLC) dell’edificio a base fissa nella configurazione 3 (in blu) e dello stesso edificio isolato alla base mediante dispositivi U-FREIs (in rosso).

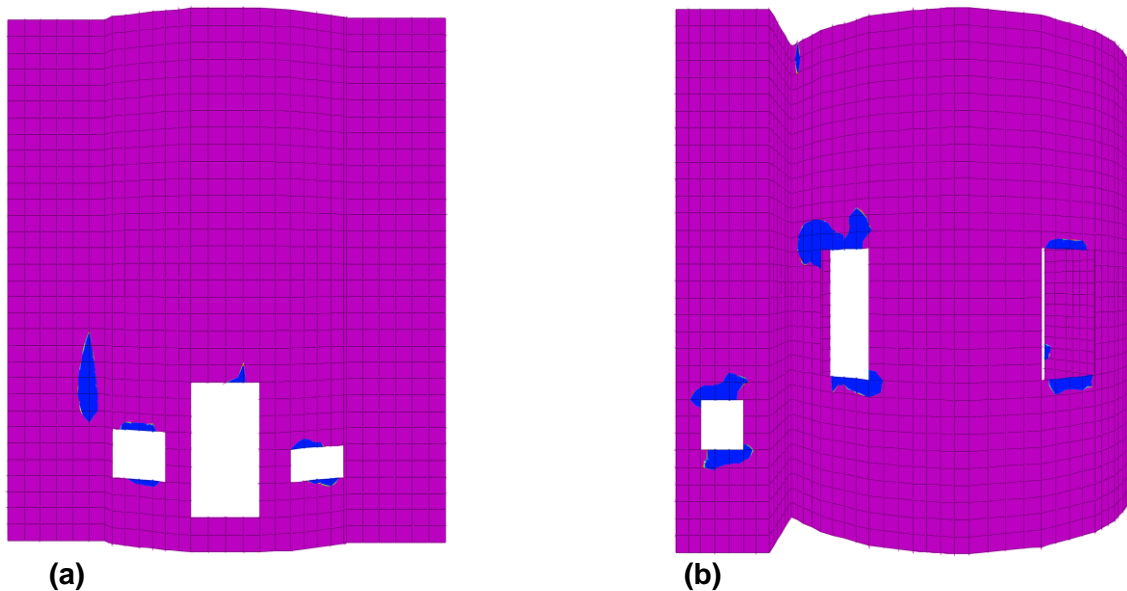


Fig. 5.112. Configurazione 3. Stato tensionale espresso da SAP2000, con riferimento alla superficie visibile, all’istante $t = 8,11\text{ s}$ (in blu si evidenziano le aree dove $\sigma_t > f_t = 0,1\text{ MPa}$): (a) parete divisoria; (b) lato est dell’edificio.

Il primo stato tensionale rappresentativo di un reale danneggiamento viene invece raggiunto all’istante $t = 9,40\text{ s}$ (Fig. 5.113). Le aree soggette al superamento della tensione di trazione ammissibile f_t della muratura risultano simili a quelle osservate all’istante $t = 0,95\text{ s}$ per la stessa configurazione a base fissa (Fig. 5.79).

Tale condizione può essere associata ad un quadro fessurativo che, come osservato in precedenza, non implica ancora la formazione di meccanismi di collasso, ma richiede l’adozione di ulteriori interventi di rinforzo per evitare che si verifichino crolli in occasione dei successivi picchi di accelerazione del suolo.

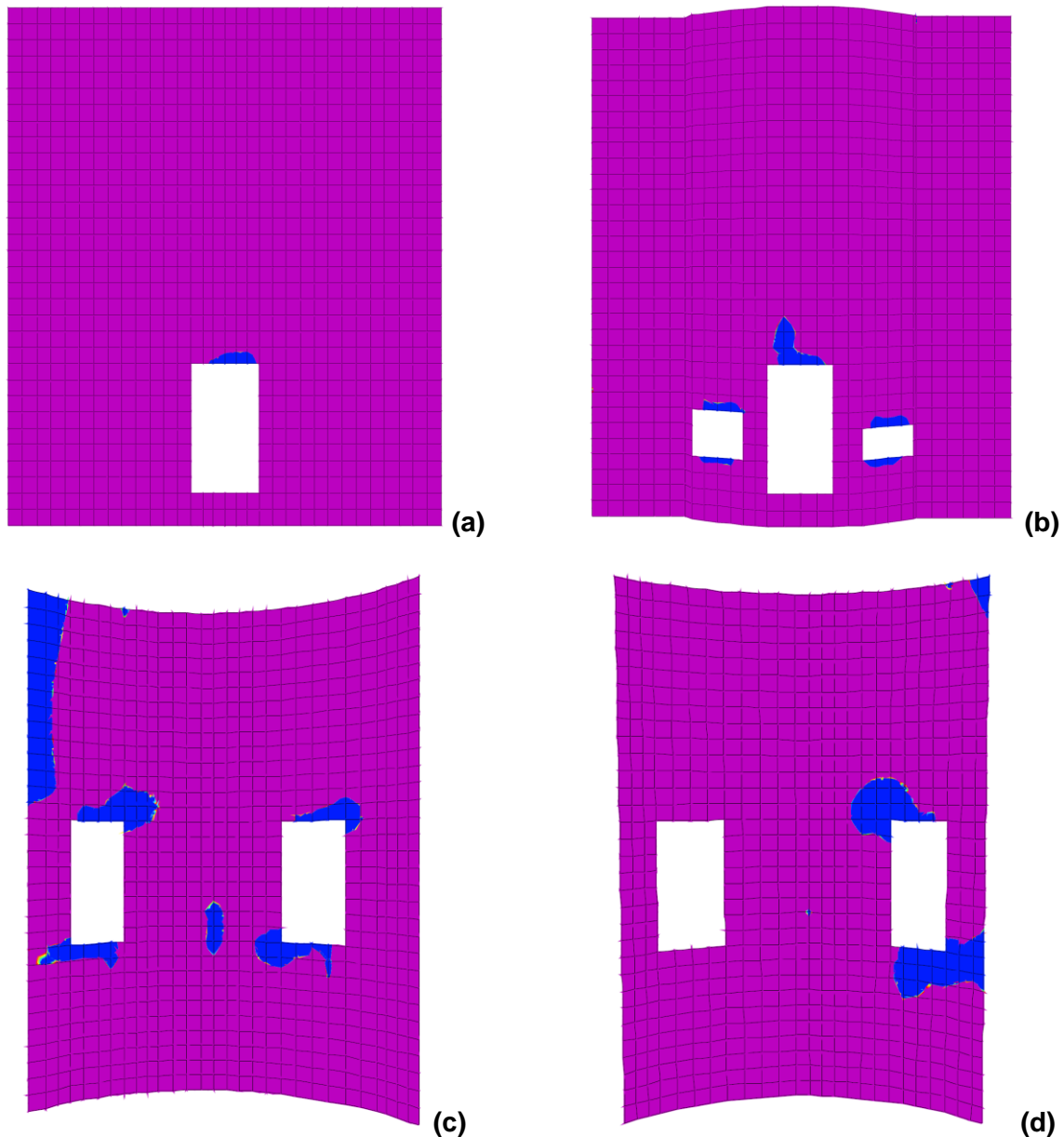


Fig. 5.113. *Configurazione 3*. Stato tensionale espresso da SAP2000, con riferimento ad entrambe le superfici, all'istante $t = 9,40$ s (in blu si evidenziano le aree dove $\sigma_t > f_t = 0,1$ MPa): (a) parete sud; (b) parete divisoria; (c) parete ovest della cappella gentilizia; (d) parete est della cappella gentilizia;

5.6.5.3 Periodo di ritorno massimo associato alla risposta elastica

Attraverso analisi IDA (*Incremental Dynamic Analysis*), analogamente a quanto descritto al par. 5.4.9, è stata stimata l'accelerazione massima a_g del suolo che garantirebbe all'edificio isolato di non subire danneggiamenti ed il corrispondente *periodo di ritorno* T_R (Fig. 5.114).

$$a_g = 0,182 g \Rightarrow T_R = 274 \text{ anni.}$$

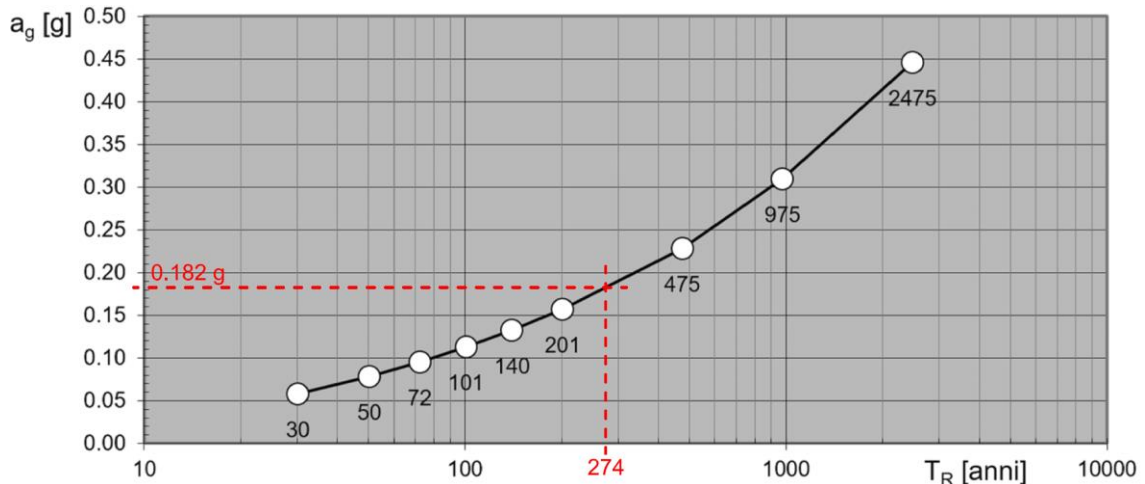


Fig. 5.114. **Configurazione 3.** Stima del *periodo di ritorno* T_R associato alla massima accelerazione del suolo, indotta dal terremoto, che garantisce il comportamento elastico dell'edificio isolato alla base (grafico da foglio elettronico *Spettri-NTCver.1.0.3*).

Si osserva quindi come il *periodo di ritorno* T_R , associato alla risposta elastica dell'edificio, sia 14 volte superiore (+255 *anni*) al corrispondente valore calcolato per la configurazione a base fissa, riportato al par. 5.4.9.

5.6.6 Configurazione 4

Le analisi svolte sull'edificio isolato alla base nella *configurazione 4*, che prevede l'inserimento di un diaframma rigido in sommità per il collegamento di tutte le pareti, hanno evidenziato, i risultati esposti nel seguito.

5.6.6.1 Spostamenti massimi

Gli spostamenti relativi massimi, registrati tra i nodi di estremità degli elementi *RUB* (i.e. deformazione a taglio dei dispositivi) sono riportati in Tab. 19.

Si osserva come lo spostamento massimo, pari a $\Delta_{max} = 184,0 \text{ mm}$, venga registrato in corrispondenza dell'elemento *RUB1*, posizionato in prossimità dello spigolo *S-O* dell'edificio.

Poiché l'abbassamento η in tutti gli isolatori durante l'evento sismico è mediamente pari a $1,6 \text{ mm}$, dall'eq. (4.54) si ottiene: $\mu_0 = 29 \text{ mm}$.

Ipotizzando che tale spostamento venga registrato contemporaneamente nell'isolatore in entrambe le direzioni principali *X* ed *Y*, dall'eq. (5.87) è possibile stimare l'area minima di contatto del dispositivo *U-FREI* soggetto a *Roll Out*.

$$A_{min} = (600 - 184,0 + 29)^2 = 198.025 \text{ mm}^2.$$

Tale area deve essere maggiore dell'area minima (A_{cr}) necessaria a soddisfare la verifica di instabilità euleriana, già calcolata al par. 5.6.4:

$$A_{cr} = 146.144 \text{ mm}^2 < A_{min} = 198.025 \text{ mm}^2 \Rightarrow \text{la verifica è soddisfatta.}$$

ID elemento	valore	spostamento relativo tra i nodi dell'isolatore		
		dx [mm]	dy [mm]	d_{max} [mm]
RUB1	<i>max</i>	141,0	114,0	184,0
	<i>min</i>	-184,0	-157,2	
RUB2	<i>max</i>	141,0	138,7	168,6
	<i>min</i>	-168,4	-168,6	
RUB3	<i>max</i>	123,8	114,2	169,7
	<i>min</i>	-169,7	-159,9	
RUB4	<i>max</i>	124,0	138,9	178,2
	<i>min</i>	-158,8	-178,2	
RUB5	<i>max</i>	116,8	116,8	164,6
	<i>min</i>	-160,7	-164,6	
RUB6	<i>max</i>	116,8	135,3	177,3
	<i>min</i>	-155,7	-177,3	

Tab. 19. Spostamento relativo massimo dei nodi degli elementi *RUB* nelle direzioni principali.

5.6.6.2 Taglio alla base

Ipotizzando il comportamento elastico della muratura durante l'intero evento sismico, in Fig. 5.115 e Fig. 5.116 si illustra la risposta dell'edificio a base fissa (*configurazione 4*) e dello stesso edificio isolato alla base mediante *U-FREIs*. Si evidenzia come l'introduzione del sistema di isolamento permetta una drastica riduzione del taglio massimo alla base, pari a $-80,2\%$ in direzione *Y* e $-80,5\%$ in direzione *X*, e l'omogeneizzazione della risposta nelle due direzioni (i.e. $V_x \cong V_y$).

Sulla base delle indicazioni ottenute per l'edificio a base fissa (*configurazione 4*), i risultati delle analisi del sistema isolato, compiuta con *SAP2000*, possono essere utilizzate per verificare se, in corrispondenza dei picchi di sollecitazioni riportati in Fig. 5.115 e Fig. 5.116, lo stato tensionale presente nella muratura rientri nel suo dominio elastico o, eventualmente, ne configuri il danneggiamento.

	Base fissa		Base isolata		Δ (%)	
	V_x [kN]	V_y [kN]	V_x [kN]	V_y [kN]	ΔV_x	ΔV_y
<i>max</i>	2.139	2.383	469	472	- 78,1%	- 80,2%
<i>min</i>	- 2.118	- 2.091	- 400	- 408	-81,1 %	-80,5%

Tab. 20. Taglio alla base dell'edificio nelle configurazioni a base fissa (*configurazione 4*) e isolata.

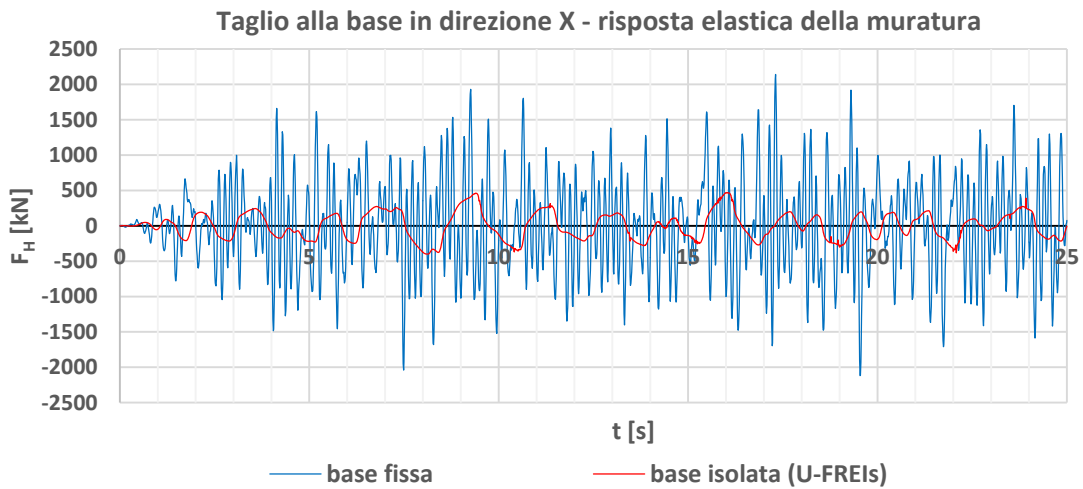


Fig. 5.115. Risposta elastica, in direzione X, all'azione sismica (SLC) dell'edificio a base fissa nella *configurazione 4* (in blu) e dello stesso edificio isolato alla base mediante dispositivi U-FREIs (in rosso).

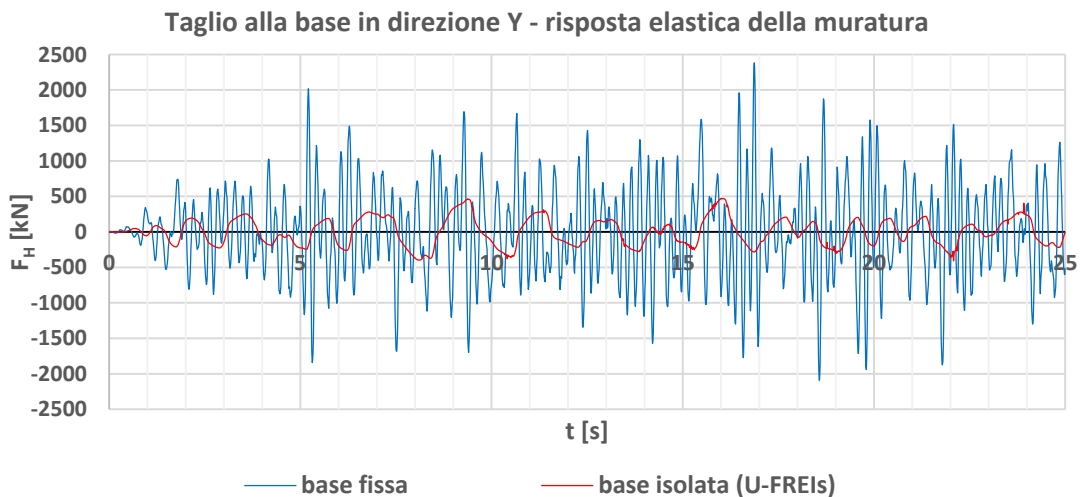


Fig. 5.116. Risposta elastica, in direzione Y, all'azione sismica (SLC) dell'edificio a base fissa nella *configurazione 4* (in blu) e dello stesso edificio isolato alla base mediante dispositivi U-FREIs (in rosso).

Le analisi effettuate indicano come la tensione critica ($\sigma_t \leq f_t$) venga raggiunta in un'area significativa di muratura solamente all'istante $t = 9,37$ s (Fig. 5.117).

Tale stato tensionale, poiché riconducibile a quanto osservato al par. 5.4.8 ($t = 0,95 s$; Fig. 5.84), si ritiene non implichi obbligatoriamente la presenza di fessure in superficie (i.e. probabile assenza di più di un piano di *crack* nei punti di quadratura - Tab. 5) né possa essere associata ad un danneggiamento in grado di modificare significativamente la risposta dell'edificio.

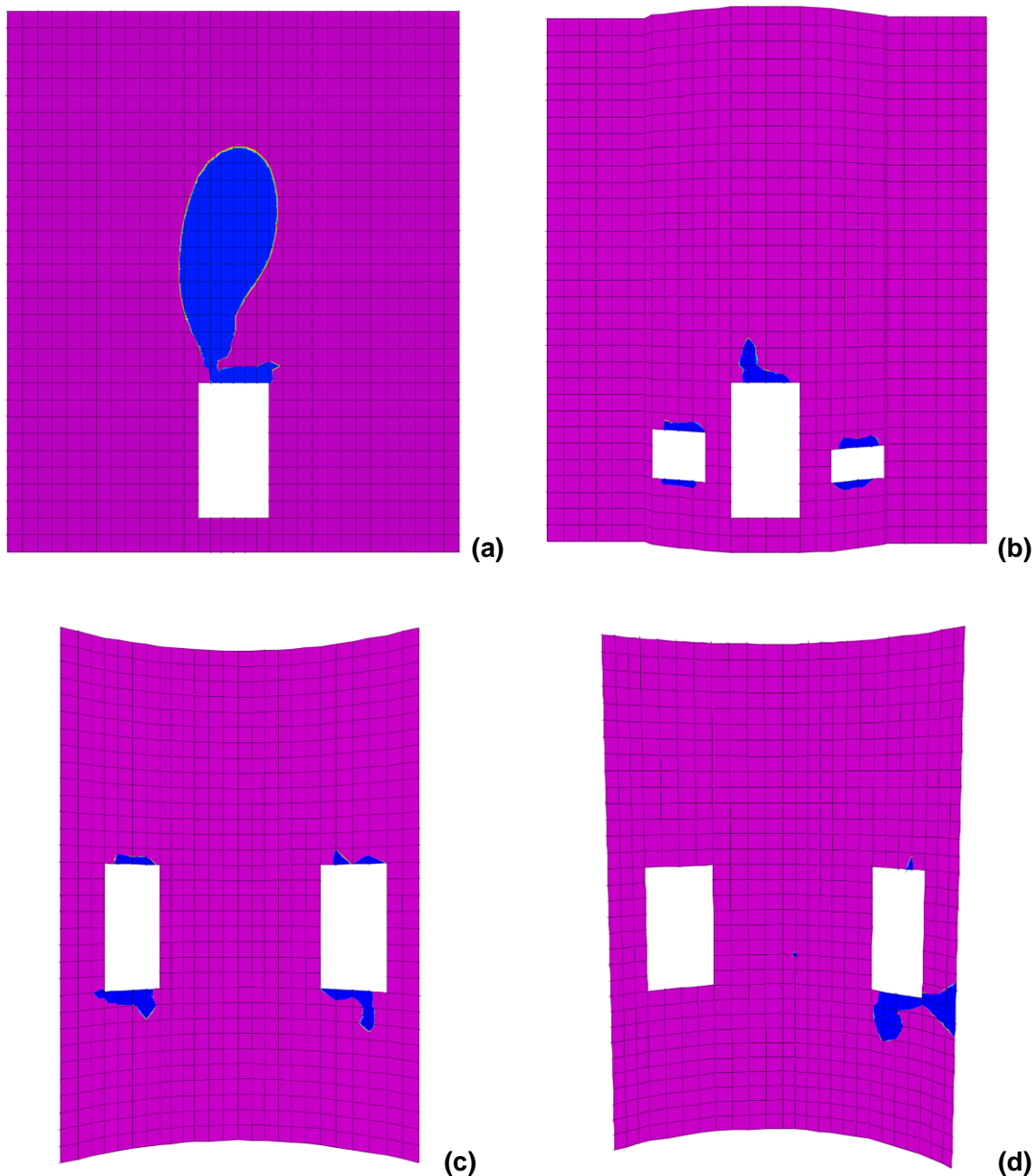


Fig. 5.117. *Configurazione 4*. Stato tensionale espresso da *SAP2000*, con riferimento alla superficie visibile, all'istante $t = 9,47 s$ (in blu si evidenziano le aree dove $\sigma_t > f_t = 0,1 MPa$): (a) parete sud; (b) parete divisoria; (c) parete ovest della cappella gentilizia; (d) parete est della cappella gentilizia;

5.6.6.3 Periodo di ritorno massimo associato alla risposta elastica

Attraverso analisi *IDA* (*Incremental Dynamic Analysis*), analogamente a quanto descritto al par. 5.4.9, è stata stimata l'accelerazione massima a_g del suolo, ed il corrispondente *periodo di ritorno* T_R (Fig. 5.118), che eviterebbe il raggiungimento della tensione di trazione limite f_t nella muratura.

$$a_g = 0,250 \text{ g} \Rightarrow T_R = 581 \text{ anni.}$$

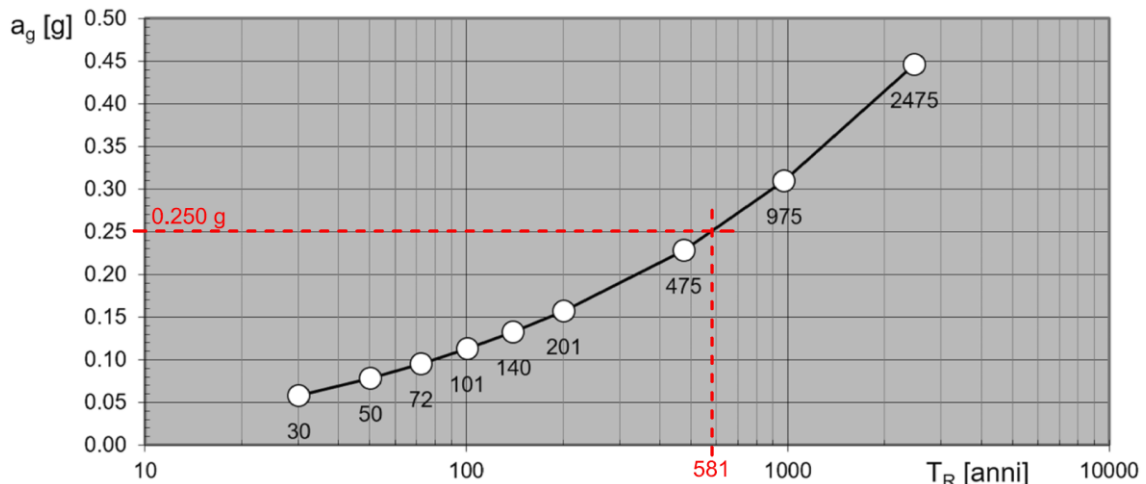


Fig. 5.118. **Configurazione 4.** Stima del *periodo di ritorno* T_R associato alla massima accelerazione del suolo, indotta dal terremoto, che garantisce il comportamento elastico dell'edificio isolato alla base (grafico da foglio elettronico *Spettri-NTCver.1.0.3*).

Si osserva quindi come il *periodo di ritorno* T_R , associato alla risposta elastica dell'edificio, sia 16 volte superiore (+544 *anni*) al corrispondente valore calcolato per la configurazione a base fissa ($T_R = 37$ *anni*), come riportato al par. 5.4.9.

In Fig. 5.119, si riporta il bilancio energetico (par. 2.2; eq. (2.8)), con riferimento agli effetti dell'applicazione del gruppo di accelerogrammi già considerato in precedenza (*SLC; gruppo 1*), dell'edificio isolato alla base mediante dispositivi *U-FREIs* (*configurazione 4*).

Si osserva come l'energia associata all'*input* sismico (E_i ; in rosso) venga equilibrata quasi interamente dall'energia dissipata negli elementi *NLLink* non lineari (E_h ; in azzurro), come atteso per una struttura isolata alla base.

Meno significativo appare il contributo delle quote associate all'energia di deformazione elastica (E_s), a quella cinetica (E_k) ed a quella di smorzamento viscoso modale (E_{mod}).

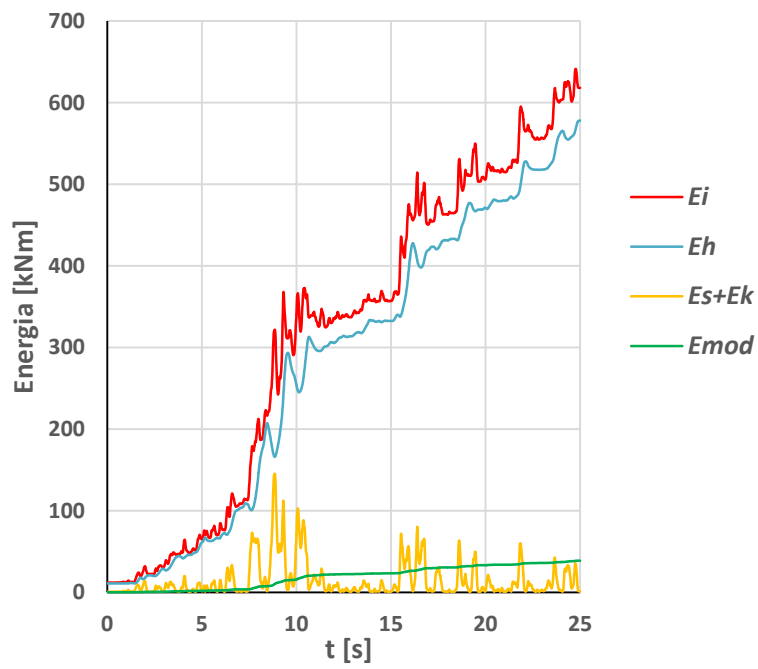


Fig. 5.119. Bilancio energetico (SLC) per l'edificio isolato alla base mediante U-FREIs (configurazione 4).

6 Conclusioni

La capacità di resistere ad un evento sismico da parte di una costruzione è strettamente legata alla sua capacità di dissipare l'energia sviluppata dal sisma.

Sulla base di tale considerazione, l'approccio tradizionale alla progettazione degli edifici prevede il danneggiamento controllato delle componenti strutturali, affinché, in occasione di un possibile violento terremoto, l'edificio riesca a deformarsi senza crollare.

Come indicato al cap. 2, nel caso degli edifici di nuova costruzione tale requisito può essere raggiunto adottando le regole del "*Capacity Design*", ovvero forzando l'ordine di sviluppo dei meccanismi di rottura a partire da quello più duttile. Nel caso di una struttura a telaio in c.a., tale approccio determina la criticità dei nodi trave-pilastro, la cui integrità deve essere garantita fino al cedimento di tutti gli altri meccanismi resistenti.

Nel cap. 3 è stata proposta una nuova espressione per il calcolo della resistenza a taglio di nodi esterni trave-pilastro in calcestruzzo armato, il cui comportamento è stato studiato (par. 3.1) attraverso una schematizzazione del tipo "*tirante-puntone*", ovvero ricorrendo ai meccanismi resistenti identificati da *Paulay e Priestley* (1991), ed ipotizzando la crisi per compressione del calcestruzzo.

La resistenza a taglio del nodo è stata determinata sommando i contributi forniti da 4 diversi meccanismi resistenti, che possono essere raccolti in due gruppi.

Il primo gruppo è quello dei cosiddetti "*meccanismi diagonali*" (par. 3.2.3.1), poiché costituito da 2 puntone diagonali di calcestruzzo che lavorano senza bisogno di specifica armatura a taglio, ovvero: (a) puntone indicato come "*ST1*", la cui formazione è dovuta alla compressione trasmessa dalle membrature adiacenti al nodo, e (b) puntone "*ST2*", la cui formazione è dovuta all'aderenza tra il calcestruzzo e l'armatura longitudinale tesa della trave.

Il contributo percentuale di un puntone rispetto all'altro è stato valutato (par. 3.2.2) sulla base delle condizioni di equilibrio imposte da *Park e Mosalam* (2012), rielaborate assegnando un valore medio all'aderenza acciaio-cls ed introducendo una nuova espressione per il calcolo diretto della tensione di trazione nell'armatura longitudinale della trave all'atto della rottura per taglio del nodo.

Nel caso in esame, il contributo del puntone "*ST1*" è stato valutato rivedendo la procedura proposta da *Hwang e Lee* (1999; par. 3.2.1), ovvero imponendo la

congruenza delle deformazioni ed utilizzando un particolare legame sforzo-deformazione per il calcestruzzo in regime di tensione biassiale.

La laboriosa procedura iterativa proposta da *Hwang e Lee* è stata rielaborata in analogia con quanto effettuato da altri autori, che hanno formulato espressioni semplificate per lo studio della resistenza a taglio di travi alte (*Russo et al.*, 2005) e mensole (*Russo et al.*, 2006).

Il secondo gruppo di meccanismi resistenti è costituito da 2 “*meccanismi a traliccio di confinamento*” (par. 3.2.3.2), entrambi sostenuti da un campo di compressione diagonale, che si sviluppano grazie alla presenza, rispettivamente, di staffe orizzontali e di barre longitudinali intermedie del pilastro nel nodo. La resistenza a taglio offerta dai due meccanismi di confinamento è stata espressa attraverso un’unica equazione, ottenuta imponendo l’equilibrio alla traslazione orizzontale delle forze agenti nel nodo.

Sommando i contributi dei due diversi meccanismi resistenti, “*meccanismi diagonal*” e quelli a “*traliccio di confinamento*”, si è ottenuta un’unica espressione per il calcolo del taglio resistente di nodi esterni in c.a. (par. 3.2.3.3).

Il peso dei diversi contributi resistenti è stato successivamente calibrato attraverso 3 coefficienti adimensionali, determinati in funzione dei risultati reperiti in letteratura ($n_{test} = 61$), selezionati come descritto in precedenza.

La forma dell’espressione così ottenuta ha permesso di quantificare il contributo resistente dei singoli meccanismi in funzione del rapporto tra l’altezza del pannello nodale e la sua larghezza, che può essere messo in relazione con l’inclinazione del puntone *ST1*.

La formula proposta permette, senza ricorrere a procedure iterative, il calcolo diretto della resistenza media a taglio di un nodo esterno trave-pilastro in c.a. sulla base delle seguenti variabili: altezza della zona compressa nella sezione del pilastro immediatamente al di sopra del nodo (imposta uguale alla larghezza, supposta costante, del puntone diagonale *ST1*), altezza della zona compressa nella sezione della trave all’interfaccia con il nodo, posizione delle armature longitudinali di trave e pilastro nel nodo, diametro medio e numero delle barre longitudinali tese della trave all’interfaccia con il nodo, area dell’armatura longitudinale intermedia e dell’armatura trasversale del pilastro nel nodo, tensione di snervamento dell’acciaio utilizzato e dimensioni del nodo.

Dal confronto sperimentale con il campione di 61 risultati di laboratorio, si è osservato come l’applicazione della formula proposta per il calcolo della resistenza media a taglio fornisce, oltre ad una maggiore semplicità applicativa, risultati più accurati (media: $AVG = 0,99$) e con approssimazione uniforme (coefficiente di variazione: $COV =$

0,16) rispetto ai corrispondenti valori calcolati attraverso il procedimento di *Hwang e Lee* ($AVG = 1,11$; $COV = 0,23$).

Poiché la procedura proposta da *Park e Mosalam* non prevede la presenza di armature di rinforzo nel nodo, occorre ridurre il campione sperimentale ai soli nodi privi di tali armature ($n_{test} = 17$) per confrontare i tagli resistenti ottenuti applicando la formulazione proposta con i corrispondenti valori forniti dalle due procedure di riferimento. Si è quindi ottenuto che l'espressione proposta restituisce risultati più accurati e con approssimazione uniforme ($AVG = 0,97$; $COV = 0,10$) rispetto ad entrambe le procedure considerate (*Hwang e Lee*: $AVG = 1,25$; $COV = 0,18$ e *Park e Mosalam*: $AVG = 0,92$; $COV = 0,16$).

Allo scopo di valutare la bontà della formulazione proposta da un punto di vista progettuale (par. 3.2.5), si è scelto di confrontarne i risultati forniti con gli equivalenti valori di resistenza calcolati utilizzando le espressioni indicate da *Eurocodice 8* (CEN, 2004) e *ACI Code 318-11* (ACI Committee 318, 2011).

In quest'ottica, è stato introdotto, all'interno dell'espressione utilizzata per il calcolo della resistenza media a taglio, un ulteriore coefficiente moltiplicativo (< 1), valutato in modo da ridurre ad una percentuale inferiore (o uguale) al 5% i casi in cui la resistenza a taglio calcolata ecceda il corrispondente valore misurato: è stata così ottenuta un'espressione che permette di valutare la resistenza a taglio dei nodi esterni.

Al fine di valutare i risultati dei soli *test* eseguiti su provini che rispettassero i requisiti progettuali previsti dai due codici normativi sopra citati, il campione sperimentale utilizzato per il confronto è stato ridotto a 18 casi. Il confronto ha evidenziato come la nuova formulazione proposta predica il taglio resistente dei nodi esterni in c.a. con maggiore accuratezza e uniformità di predizione ($AVG = 1,40$; $COV = 0,13$) rispetto alle equivalenti espressioni riportate nell'*Eurocodice 8* ($AVG = 1,70$; $COV = 0,18$) e nell'*ACI Code 318-11* ($AVG = 0,86$; $COV = 0,17$).

Come sottolineato al cap. 1, le costruzioni in muratura, poco duttili, costituiscono generalmente la tipologia strutturale più vulnerabile sismicamente (Qamarruddin, 1998).

A tale tipologia appartengono numerosi edifici storici, non progettati per resistere alle azioni sismiche e quindi spesso caratterizzati da geometria irregolare, assenza di connessioni efficaci tra le pareti e tra le pareti ed i solai, nonché da fondazioni superficiali. Allo stesso tempo, per il loro valore artistico e culturale, gli edifici storici richiedono interventi di recupero spiccatamente non invasivi e possibilmente reversibili (Clemente & De Stefano, 2015).

Si comprende quindi come le tecniche tradizionali di miglioramento sismico, basate sull'incremento della resistenza e sulla dissipazione dell'energia sismica attraverso il danneggiamento “*controllato*” della struttura, non risultino idonee per la salvaguardia degli edifici storici.

Nel caso di costruzioni caratterizzate da bassi periodi propri di oscillazione, simili a quelli di vibrazione del terreno (come accade tipicamente per gli edifici in muratura), una soluzione particolarmente efficace è costituita dall'isolamento alla base, che consiste nell'introduzione di uno strato a bassa rigidità orizzontale tra sovra e sottostruttura. Il sistema di isolamento riduce le accelerazioni trasmesse dal terreno alla sovrastruttura, limitando così le sollecitazioni che ne provocano il danneggiamento.

Il costo di produzione e posa degli isolatori sismici più diffusi (i.e. isolatori a scorrimento e dispositivi elastomerici “*convenzionali*”, o *SREIs – Steel Reinforced Elastomeric Isolators*), ne hanno tuttavia limitato l'utilizzo, riservato finora quasi esclusivamente ad edifici di significativa importanza strategica.

Una possibile alternativa è costituita dagli isolatori elastomerici fibro-rinforzati non ancorati alla struttura (*U-FREIs – Unbonded Fiber Reinforced Elastomeric Isolators*), più economici dei tradizionali dispositivi *SREIs*.

Nella presente tesi si è dimostrato come un sistema di isolamento mediante dispositivi *U-FREIs* garantisca maggiore efficienza di un isolamento realizzato con i tradizionali dispositivi *SREIs*, e consenta anche di utilizzare isolatori più piccoli ed economici.

Nel cap. 4 sono state riportate le procedure di dimensionamento dei dispositivi *SREIs* e *U-FREIs*; per questi ultimi è stata utilizzata una procedura iterativa già presentata in altre tesi di laurea (Zucchiatti, 2008; Cescutti, 2013), qui ulteriormente rivista ed integrata. In particolare, al par. 4.3.14 è stato proposto un metodo per il calcolo della rigidità assiale equivalente di un dispositivo *U-FREI* basato sul legame non lineare forza-abbassamento.

Nel cap. 5 è stato presentato il caso oggetto di studio, ovvero il seicentesco Oratorio di Villa Lippomano, esempio rappresentativo di numerosi edifici in muratura di medio-piccola dimensione, ma significativo valore storico, artistico e culturale, presenti nel territorio italiano.

L'edificio è stato modellato con *ANSYS Mechanical APDL (ANSYS MAPDL)* attraverso elementi finiti solidi (*SOLID65*) che permettono di considerare il comportamento elasto-plastico e quello fratturante della muratura (par. 5.4.3).

Sono state considerate 4 diverse configurazioni dell'edificio a base fissa: la prima configurazione descrive l'edificio nello stato originario, prima degli interventi di

incatenamento realizzati in passato; la seconda configurazione rappresenta l'attuale stato di fatto; la terza configurazione (piano rigido in sommità tra la parete *sud* e quella divisoria) e la quarta (piano rigido in sommità per il collegamento di tutte le pareti) corrispondono invece a livelli di miglioramento sismico crescente.

Attraverso analisi dinamiche non lineari sono state evidenziate le principali vulnerabilità dell'edificio in esame. In particolare, come illustrato dal par. 5.4.3.6 al par. 5.4.3.9, tali analisi presagiscono, in occasione di un sisma particolarmente violento (SLC), il collasso fuoripiano di ampie porzioni di muratura, in tutte le configurazioni considerate, entro 2,5 s dall'inizio dell'evento sismico.

Le stesse analisi hanno permesso di determinare l'istante in cui avviene la prima visibile fessurazione della muratura in ognuna delle 4 configurazioni considerate.

Lo stato di danneggiamento della muratura in tale istante è stato messo in relazione con lo stato tensionale derivato dall'analisi dinamica al passo effettuata con *SAP2000*, che assegna comportamento elastico alla muratura. Si è osservato quindi come le zone di muratura danneggiate, individuate con *ANSYS MAPDL*, risultino con buona approssimazione le stesse in cui la tensione di trazione, valutata tramite *SAP2000*, supera il valore ammissibile del materiale (da par. 5.4.5 a par. 5.4.8).

Al par. 5.4.9, per le *configurazioni 2* (stato di fatto), *3* e *4*, attraverso analisi *IDA* (*Incremental Dynamic Analysis*) sono stati valutati il massimo *PGA* (*Peak Ground Acceleration*) ed il corrispondente *periodo di ritorno* che garantirebbero la risposta elastica della struttura durante l'evento sismico.

La valutazione del *periodo di ritorno*, associato alla risposta elastica della struttura, ha dimostrato come ognuna delle configurazioni sopra descritte comporti un effettivo miglioramento della risposta sismica dell'edificio rispetto alla configurazione precedente. In particolare, la realizzazione di un piano rigido, in sommità, per il collegamento di tutte le pareti (*configurazione 4*), permette un incremento del *periodo di ritorno*, associato alla risposta elastica della struttura, pari al 131% ($T_R = 37$ anni) rispetto all'attuale stato di fatto ($T_R = 16$ anni). Tuttavia, poiché gli interventi considerati permettono il raggiungimento di un *periodo di ritorno* massimo, associato alla risposta elastica della struttura, pari a 37 anni (*configurazione 4*), appare evidente come tale approccio non garantisca adeguata tutela dell'integrità della struttura.

Al par. 5.5 è stato illustrato il sistema di isolamento alla base progettato per l'edificio oggetto di studio, composto di 6 isolatori elastomerici (di uguale geometria) e 6 apparecchi d'appoggio multidirezionale "*sliders*" (o *isolatori a scorrimento*), che permettono spostamenti in tutte le direzioni del piano orizzontale.

Si è eseguito il predimensionamento del sistema di isolamento sia con isolatori elastomerici convenzionali (*SREIs*) che con dispositivi *U-FREIs*.

Al par. 5.5.3, utilizzando le procedure di dimensionamento illustrate al par. 4.2 e al par. 4.3, si è dimostrato come un sistema di isolamento che preveda l'utilizzo di *U-FREIs* garantisca maggiore efficienza di un isolamento realizzato con i tradizionali dispositivi *SREIs* (aumento del periodo di isolamento del 13,4 %), e consente anche di utilizzare isolatori più piccoli (riduzione del volume, al netto delle piastre di ancoraggio, del 7%) ed economici.

Tale risultato dipende soprattutto dalla possibilità di ottimizzare al meglio il dimensionamento dei dispositivi *U-FREIs*: prevedendo infatti di ritagliare i singoli dispositivi da fogli o nastri di grande dimensione, tali isolatori possono avere forma qualsiasi, senza essere vincolati a specifiche dimensioni commerciali, al contrario degli *SREIs*.

Al par. 5.6.1.1 è stata definita la modellazione dei dispositivi *U-FREIs* mediante l'assemblaggio di 3 elementi finiti dal comportamento non lineare (*NLLink*) presenti nella libreria di *SAP2000*. Attraverso un semplice esempio è stato mostrato come tale soluzione permetta di descrivere gli aspetti salienti del comportamento non lineare dell'isolatore, ovvero: (a) riduzione della rigidità laterale legata all'innestarsi del fenomeno di *Roll Over*; (b) possibilità che il dispositivo, non ancorato, subisca spostamenti relativi rispetto a sottostruttura e sovrastruttura in funzione dell'attrito presente tra le superfici a contatto e (c) completo distacco dell'isolatore dalla struttura in assenza di compressione.

L'efficacia dei dispositivi *U-FREIs* è stata valutata mediante analisi numeriche non lineari agli elementi finiti, compiute in *SAP2000* sull'edificio storico in muratura già oggetto di studio.

Sono stati realizzati modelli dell'edificio isolato alla base, mediante dispositivi *U-FREIs*, per le configurazioni 2 (stato di fatto), 3 e 4.

Come atteso, i risultati hanno evidenziato drastici abbattimenti delle sollecitazioni trasmesse dal terreno alla sovrastruttura. In particolare, per la configurazione isolata dell'edificio nella configurazione 2 si osserva una riduzione del taglio alla base del 77,6% in direzione *X* (*Est – Ovest*) e del 70,1% in direzione *Y* (*Nord – Sud*).

Procedendo analogamente al caso dell'edificio a base fissa (par. 5.4.9), attraverso analisi *IDA* sono stati valutati, per ognuna delle 3 configurazioni considerate, il massimo *PGA* ed il corrispondente *periodo di ritorno* che garantirebbero la risposta elastica della struttura durante l'evento sismico.

I risultati hanno evidenziato come l'applicazione del sistema di isolamento alla base, mediante *U-FREIs*, garantisce un notevole incremento del *periodo di ritorno*, associato alla risposta elastica della struttura, rispetto alla medesima configurazione a base fissa. In particolare, nel caso della *configurazione 2* (stato di fatto) la risposta elastica della sovrastruttura è garantita per il *periodo di ritorno* $T_R = 82$ anni, 5 volte superiore a quello calcolato per l'edificio a base fissa ($T_R = 16$ anni).

Al par. 5.6.6 si è evidenziato, infine, come l'isolamento alla base mediante *U-FREIs* dell'edificio nella *configurazione 4*, garantisca una risposta elastica della sovrastruttura per il *periodo di ritorno* $T_R = 581$ anni, superiore a quello associato allo *Stato Limite di Salvaguardia della Vita (SLV)*; $T_R = 475$ anni).

Alla luce dei risultati ottenuti, si ritiene dunque che i dispositivi *U-FREIs* potranno utilmente essere impiegati per migliorare il comportamento sismico di numerose costruzioni in muratura anche di medio-piccola dimensione, con significativo valore storico, artistico e culturale, presenti in Italia.

Appendice

Riferimento	ID test	f'_c [MPa]	f_{yb} [MPa]	f_{yb} [MPa]	f_{yv} [MPa]	E_c [MPa]	E_{sb} [MPa]	E_{sh} [MPa]	E_{sv} [MPa]
Alameddine (1990)	LL8	56,6	457	447	463	39.673	180.052	187.721	176.956
	LH8	56,6	457	447	463	39.673	180.052	187.721	176.956
	HL8	56,6	443	447	457	39.673	171.778	187.721	180.052
	HH8	56,6	443	447	457	39.673	171.778	187.721	180.052
	LL11	74,5	457	447	463	45.251	180.052	187.721	176.956
	LH 11	74,5	457	447	463	45.251	180.052	187.721	176.956
	HL 11	74,5	443	447	457	45.251	171.778	187.721	180.052
	HH 11	74,5	443	447	457	45.251	171.778	187.721	180.052
	LL14	92,5	457	447	463	49.369	180.052	187.721	176.956
	LH 14	92,5	457	447	463	49.369	180.052	187.721	176.956
HH 14	92,5	443	447	457	49.369	171.778	187.721	180.052	
Clyde et al. (2002)	2	46,2	454	-	470	31.946	200.000	-	200.000
	4	41,0	454	-	470	30.095	200.000	-	200.000
	5	37,0	454	-	470	28.589	200.000	-	200.000
	6	40,1	454	-	470	29.763	200.000	-	200.000
Ehsani et al. (1987)	2	67,3	455	455	455	38.570	200.000	200.000	200.000
	3	64,7	455	455	455	37.811	200.000	200.000	200.000
	4	67,3	455	455	455	38.570	200.000	200.000	200.000
Ehsani et al. (1985)	1B	33,6	337	437	490	27.245	200.000	200.000	200.000
	3B	40,9	337	437	490	30.064	200.000	200.000	200.000
	4B	44,6	337	437	490	31.403	200.000	200.000	200.000
	5B	24,4	331	437	414	23.196	200.000	200.000	200.000
	6B	39,8	336	437	490	29.656	200.000	200.000	200.000
Fujii et al. (1991)	B1	30,0	1.069	291	387	25.743	534.645	200.000	200.000
	B2	30,0	409	291	387	25.743	200.000	200.000	200.000
	B3	30,0	1.069	291	387	25.743	534.645	200.000	200.000

(continua)

Riferimento	ID test	f'_c [MPa]	f_{yb} [MPa]	f_{yb} [MPa]	f_{yv} [MPa]	E_c [MPa]	E_{sb} [MPa]	E_{sh} [MPa]	E_{sv} [MPa]
Fujii et al. (1991)	B4	30,0	1.069	291	387	25.743	534.645	200.000	200.000
Kaku et al. (1991)	3	41,7	391	250	-	30.351	200.000	200.000	-
	4	44,7	391	281	-	31.423	200.000	200.000	-
	5	36,7	391	281	-	28.473	200.000	200.000	-
	6	40,4	391	281	-	29.874	200.000	200.000	-
	9	40,6	391	250	395	29.948	200.000	200.000	200.000
	11	41,9	391	281	395	30.423	200.000	200.000	200.000
	12	35,1	391	281	395	27.845	200.000	200.000	200.000
	13	46,4	391	250	395	32.015	200.000	200.000	200.000
	14	41,0	391	281	282	30.095	200.000	200.000	200.000
15	39,7	391	281	395	29.614	200.000	200.000	200.000	
Kuang et al. (2006)	BS-L	38,6	520	-	520	29.201	200.000	-	200.000
	BS-U	38,8	520	-	520	29.276	200.000	-	200.000
Lee et al. (1977)	5/2	24,8	276	389	414	23.425	200.000	200.000	200.000
	6/1	24,8	276	273	414	23.425	200.000	200.000	200.000
Megget (1974)	A	22,1	376	374	366	25.207	178.275	181.700	169.050
Pantelides et al. (2002)	1	33,1	459	-	470	27.040	200.000	-	200.000
	2	30,2	459	-	470	25.829	200.000	-	200.000
	3	34,0	459	-	470	27.405	200.000	-	200.000
	4	31,6	459	-	470	26.421	200.000	-	200.000
	5	31,7	459	-	470	26.462	200.000	-	200.000
	6	31,0	459	-	470	26.168	200.000	-	200.000
Parker et al. (1997)	4b	49,0	570	-	550	32.900	200.000	-	200.000
	4c	46,0	570	-	550	31.877	200.000	-	200.000
	4d	49,0	570	-	580	32.900	200.000	-	200.000
	4e	50,0	570	-	580	33.234	200.000	-	200.000
	4f	47,0	570	-	580	32.222	200.000	-	200.000
	5a	53,0	485	480	485	34.217	200.000	200.000	200.000
	5b	54,0	485	480	485	34.538	200.000	200.000	200.000
	5c	54,0	485	480	485	34.538	200.000	200.000	200.000
	5d	54,0	515	480	485	34.538	200.000	200.000	200.000

(continua)

Riferimento	ID test	f'_c [MPa]	f_{yb} [MPa]	f_{yb} [MPa]	f_{yv} [MPa]	E_c [MPa]	E_{sb} [MPa]	E_{sh} [MPa]	E_{sv} [MPa]
Parker et al. (1997)	5e	56,0	515	480	485	35.172	200.000	200.000	200.000
	5f	54,0	515	480	485	34.538	200.000	200.000	200.000
Paulay et al. (1981)	1	22,6	296	326	296	22.344	200.000	200.000	200.000
	2	22,5	297	326	296	22.294	200.000	200.000	200.000

Tabella 1. Parametri meccanici del campione di 61 test sperimentali utilizzati al par. 3.2..

- f'_c : valore medio della resistenza cilindrica caratteristica a compressione del calcestruzzo;
- f_{yb} , f_{yb} , f_{yb} : tensione di snervamento dell'armatura longitudinale della trave, dell'armatura trasversale e di quella longitudinale intermedia del pilastro nel nodo rispettivamente;
- E_c , E_{sb} , E_{sh} , E_{sv} : moduli elastici del *cls*, dell'armatura longitudinale della trave, dell'armatura trasversale e di quella longitudinale intermedia del pilastro nel nodo rispettivamente.

Riferimento	ID test	b_b [mm]	h_b [mm]	A_g [mm ²]	ϑ_h [deg]	A_{sb} [mm ²]	A_{th} [mm ²]	A_{tv} [mm ²]
Alameddine (1990)	LL8	318	508	126451	58	2027	1161	776
	LH8	318	508	126451	58	2027	1935	776
	HL8	318	508	126451	57	2565	1161	1013
	HH8	318	508	126451	57	2565	1935	1013
	LL11	318	508	126451	59	2027	1161	776
	LH11	318	508	126451	59	2027	1935	776
	HL11	318	508	126451	59	2565	1161	1013
	HH11	318	508	126451	59	2565	1935	1013
	LL14	318	508	126451	59	2027	1161	776
	LH14	318	508	126451	58	2027	1935	776
HH14	318	508	126451	57	2565	1935	1013	
Clyde et al. (2002)	2	305	406	139355	40	2565	0	776
	4	305	406	139355	40	2565	0	776
	5	305	406	139355	40	2565	0	776
	6	305	406	139355	40	2565	0	776
Ehsani et al. (1987)	2	300	480	115845	58	1425	881	570
	3	259	439	89832	60	1251	881	570
	4	259	439	89832	60	1560	881	776
Ehsani et al. (1985)	1B	259	480	89832	68	2019	881	570
	3B	259	480	89832	68	2019	881	570
	4B	259	439	89832	66	2019	881	570
	5B	300	480	115845	62	2328	881	1013

(continua)

Riferimento	ID test	b_b [mm]	h_b [mm]	A_g [mm ²]	ϑ_h [deg]	A_{sb} [mm ²]	A_{th} [mm ²]	A_{tv} [mm ²]
Ehsani et al. (1985)	6B	300	480	115845	62	2081	881	570
Fujii et al. (1991)	B2	160	250	48400	51	628	112	531
	B3	160	250	48400	51	628	112	531
	B4	160	250	48400	51	628	336	531
Kaku et al. (1991)	3	160	220	48400	48	531	168	0
	4	160	220	48400	48	531	42	0
	5	160	220	48400	48	531	42	0
	6	160	220	48400	48	531	42	0
	9	160	220	48400	47	531	168	314
	11	160	220	48400	47	531	42	314
	12	160	220	48400	47	531	42	314
	13	160	220	48400	47	531	168	314
	14	160	220	48400	47	531	42	113
15	160	220	48400	47	531	42	157	
Kuang et al. (2006)	BS-L	260	450	90000	61	942	0	0
	BS-U	260	450	90000	61	942	0	0
Lee et al. (1977)	5/2	203	254	56774	42	570	426	0
	6/1	203	254	56774	42	570	126	0
Megget (1974)	A	255	460	125400	53	1642	1330	760
Pantelides et al. (2002)	1	406	406	165161	45	2565	0	0
	2	406	406	165161	45	2565	0	0
	3	406	406	165161	45	2565	0	0
	4	406	406	165161	45	2565	0	0
	5	406	406	165161	45	2565	0	0
	6	406	406	165161	45	2565	0	0
Parker et al. (1997)	4b	250	500	90000	64	982	0	0
	4b	250	500	90000	64	982	0	0
	4d	250	500	90000	64	982	0	0
	4e	250	500	90000	64	982	0	0
	4f	250	500	90000	64	982	0	0
	5a	250	500	90000	64	982	452	0

(continua)

Riferimento	ID test	b_b [mm]	h_b [mm]	A_g [mm ²]	ϑ_h [deg]	A_{sb} [mm ²]	A_{th} [mm ²]	A_{tv} [mm ²]
Parker et al. (1997)	5b	250	500	90000	64	982	452	0
	5c	250	500	90000	64	982	452	0
	5d	250	500	90000	64	1608	452	0
	5e	250	500	90000	64	1608	452	0
	5f	250	500	90000	64	1608	452	0
Paulay et al. (1981)	1	356	610	208849	55	1885	1356	1257
	2	356	610	208849	55	2790	942	1257

Tabella 2. Parametri geometrici del campione di 61 test sperimentali utilizzati al par. 3.2..

- b_b, h_b : base e altezza, rispettivamente, della sezione trasversale della trave;
- A_g : area della sezione trasversale del pilastro;
- ϑ_h : inclinazione del puntone *ST1* sull'orizzontale;
- A_{sb}, A_{th}, A_{tv} : area totale dell'armatura longitudinale tesa della trave (sezione di interfaccia), dell'armatura trasversale e di quella longitudinale intermedia del pilastro nel nodo rispettivamente.

Riferimento	ID test	V_b [kN]	N_c [kN]	f_b [MPa]	α	V_{hc} [kN]	V_{sh} [kN]	V_{sv} [kN]	$V_{n,calc}$ [kN]	$V_{jh,test}$ [kN]
Alameddine (1990)	LL8	248	294	466	0,96	525	291	83	899	911
	LH8	240	294	466	0,96	525	485	83	1.093	881
	HL8	262	507	432	0,97	580	291	111	982	974
	HH8	264	507	432	0,97	580	485	111	1.176	984
	LL11	213	285	493	0,94	582	291	80	953	751
	LH11	284	274	493	0,94	582	485	80	1.146	1.023
	HL11	264	587	458	0,96	630	291	103	1.024	940
	HH11	289	605	458	0,96	634	485	103	1.222	1.043
	LL14	261	236	516	0,92	637	291	80	1.008	949
	LH14	267	223	516	0,92	653	485	83	1.221	969
HH14	288	476	479	0,93	709	485	111	1.305	1.076	
Clyde et al. (2002)	2	267	644	400	0,95	968	0	162	1.130	1.051
	4	276	1.428	390	1,00	1.165	0	162	1.327	1.090
	5	267	1.289	382	1,00	1.069	0	162	1.230	1.056
	6	262	559	388	0,96	862	0	162	1.023	1.035
Ehsani et al. (1987)	2	184	338	506	0,91	556	225	60	840	735
	3	135	383	491	0,91	415	225	55	695	600
	4	157	325	473	0,92	406	225	75	707	695
Ehsani et al. (1985)	1B	140	178	311	1,00	174	216	42	431	524

(continua)

Riferimento	ID test	V_b [kN]	N_c [kN]	f_b [MPa]	α	V_{hc} [kN]	V_{sh} [kN]	V_{sv} [kN]	$V_{n,calc}$ [kN]	$V_{jh,test}$ [kN]
Ehsani et al. (1985)	3B	173	222	324	1,00	206	216	42	464	646
	4B	165	222	324	0,96	244	216	46	506	703
	5B	166	357	287	1,00	255	216	82	554	444
	6B	153	304	329	0,99	339	216	55	610	385
Fujii et al. (1991)	B1	58	98	761	1,00	123	18	62	202	264
	B2	52	98	356	0,90	137	18	62	216	233
	B3	64	343	761	1,00	180	18	62	260	288
	B4	66	343	761	1,00	180	55	62	296	297
Kaku et al. (1991)	3	47	0	371	0,90	156	24	0	179	208
	4	52	360	377	0,94	245	7	0	252	229
	5	48	160	362	0,93	177	7	0	183	212
	6	46	0	369	0,90	151	7	0	158	201
	9	52	0	369	0,90	155	24	43	221	226
	11	50	160	372	0,92	197	7	43	246	221
	12	45	0	358	0,91	136	7	43	185	199
	13	46	-100	380	0,88	149	24	43	216	200
	14	49	160	370	0,92	194	7	11	212	217
	15	50	160	368	0,93	190	7	21	218	221
Kuang et al. (2006)	BS-L	90	504	522	1,00	316	0	0	316	297
	BS-U	96	506	523	1,00	317	0	0	317	317
Lee et al. (1977)	5/2	40	0	270	0,91	176	93	0	269	230
	6/1	41	0	270	0,91	176	19	0	195	232
Megget (1974)	A	161	196	320	1,00	213	279	77	570	577
Pantelides et al. (2002)	1	195	547	399	0,97	798	0	0	798	916
	2	190	1.247	391	1,00	984	0	0	984	895
	3	188	562	401	0,97	817	0	0	817	882
	4	211	1.305	395	1,00	1.025	0	0	1.025	994
	5	170	524	395	0,97	767	0	0	767	800
	6	192	1.280	394	1,00	1.008	0	0	1.008	903
Parker et al. (1997)	4b	138	300	594	1,00	271	0	0	271	233
	4b	170	570	586	1,00	308	0	0	308	288

(continua)

Riferimento	ID test	V_b [kN]	N_c [kN]	f_b [MPa]	α	V_{hc} [kN]	V_{sh} [kN]	V_{sv} [kN]	$V_{n,calc}$ [kN]	$V_{jh,test}$ [kN]
Parker et al. (1997)	4d	150	0	594	1,00	220	0	0	220	254
	4e	160	300	596	1,00	273	0	0	273	270
	4f	183	600	588	1,00	316	0	0	316	310
	5a	213	0	531	1,00	232	122	0	354	360
	5b	236	300	533	1,00	284	122	0	406	398
	5c	242	600	533	1,00	333	122	0	455	408
	5d	226	0	504	1,00	235	122	0	356	391
	5e	295	300	508	1,00	289	122	0	411	509
	5f	322	600	504	1,00	333	122	0	455	556
Paulay et al. (1981)	1	157	250	294	0,89	432	248	96	776	590
	2	220	705	272	0,91	534	172	96	803	888

Tabella 3. Sollecitazioni agenti sul campione di 61 test sperimentali raccolti e corrispondenti risultati ottenuti applicando l'espressione proposta al par. 3.2..

- V_b, N_c : (rispettivamente) forza applicata all'estremità della trave per generare la crisi per taglio del nodo e sforzo normale agente nel pilastro (misurati sperimentalmente);
- f_b : tensione agente nell'armatura longitudinale tesa della trave, nella sezione di interfaccia, all'atto della crisi per taglio del nodo;
- α : coefficiente di partecipazione del contributo resistente dovuto al puntone ST1;
- V_{hc}, V_{sh} : taglio resistente del solo calcestruzzo e taglio resistente dovuto all'armatura nel nodo rispettivamente;
- $V_{n,calc}, V_{jh,test}$: (rispettivamente) taglio resistente del nodo calcolato con la nuova formulazione proposta (eq. (3.122)) e misurato sperimentalmente.

Riferimento	ID test	$\frac{V_{jh,test}}{V_{n,calc}}$	$\frac{V_{jh,test}}{V_{n,H-L}}$	$\frac{V_{jh,test}}{V_{n,P-M}}$	$\frac{V_{jh,test}}{V_{n,d}}$	$\frac{V_{jh,test}}{V_{n,EC08}}$	$\frac{V_{jh,test}}{V_{n,ACI}}$
Alameddine (1990)	LL8	1,01	1,28	-	1,63	2,38	0,96
	LH8	0,81	1,12	-	1,30	1,92	0,93
	HL8	0,99	1,27	-	1,60	2,23	1,02
	HH8	0,84	1,16	-	1,35	1,87	1,03
	LL11	0,79	0,99	-	1,27	1,33	0,69
	LH11	0,89	1,20	-	1,44	1,61	0,94
	HL11	0,92	1,15	-	1,48	1,52	0,86
	HH11	0,85	1,13	-	1,38	1,45	0,96
	LL14	0,94	1,19	-	1,52	1,69	0,78
	LH14	0,79	1,06	-	1,28	1,44	0,80
	HH14	0,82	1,11	-	1,33	1,44	0,88
Clyde et al. (2002)	2	0,93	1,05	1,04	-	-	-

(continua)

Riferimento	ID test	$\frac{V_{jh, test}}{V_{n, calc}}$	$\frac{V_{jh, test}}{V_{n, H-L}}$	$\frac{V_{jh, test}}{V_{n, P-M}}$	$\frac{V_{jh, test}}{V_{n, d}}$	$\frac{V_{jh, test}}{V_{n, ECO8}}$	$\frac{V_{jh, test}}{V_{n, ACI}}$
Clyde et al. (2002)	4	0,82	0,88	1,12	-	-	-
	5	0,86	0,93	1,15	-	-	-
	6	1,01	1,11	1,08	-	-	-
Ehsani et al. (1987)	2	0,87	1,10	-	1,41	1,48	0,77
	3	0,86	1,09	-	1,39	1,48	0,83
	4	0,98	1,27	-	1,59	1,76	0,94
Ehsani et al. (1985)	1B	1,21	0,89	-	-	-	-
	3B	1,39	1,63	-	-	-	-
	4B	1,39	0,88	-	-	-	-
	5B	0,80	1,02	-	-	-	-
	6B	0,63	0,76	-	1,02	1,33	0,53
Fujii et al. (1991)	B1	1,30	1,40	-	-	-	-
	B2	1,08	1,24	-	-	-	-
	B3	1,11	1,10	-	-	-	-
	B4	1,00	1,04	-	-	-	-
Kaku et al. (1991)	3	1,16	0,97	-	-	-	-
	4	0,91	0,72	-	-	-	-
	5	1,16	0,93	-	-	-	-
	6	1,27	1,04	-	-	-	-
	9	1,02	1,03	-	-	-	-
	11	0,90	0,84	-	-	-	-
	12	1,07	1,07	-	-	-	-
	13	0,93	0,98	-	-	-	-
	14	1,02	0,85	-	-	-	-
	15	1,01	0,95	-	-	-	-
Kuang et al. (2006)	BS-L	0,94	1,32	0,83	-	-	-
	BS-U	1,00	1,40	0,88	-	-	-
Lee et al. (1977)	5/2	0,85	1,52	-	-	-	-
	6/1	1,19	1,59	-	-	-	-
Megget (1974)	A	1,01	1,39	-	1,63	1,89	0,98

(continua)

Riferimento	ID test	$\frac{V_{jh,test}}{V_{n,calc}}$	$\frac{V_{jh,test}}{V_{n,H-L}}$	$\frac{V_{jh,test}}{V_{n,P-M}}$	$\frac{V_{jh,test}}{V_{n,d}}$	$\frac{V_{jh,test}}{V_{n,EC08}}$	$\frac{V_{jh,test}}{V_{n,ACI}}$
Pantelides et al. (2002)	1	1,15	1,36	0,96	-	-	-
	2	0,91	1,06	0,98	-	-	-
	3	1,08	1,28	0,91	-	-	-
	4	0,97	1,13	1,07	-	-	-
	5	1,04	1,24	0,86	-	-	-
	6	0,90	1,05	0,98	-	-	-
Parker et al. (1997)	4b	0,86	1,28	0,65	-	-	-
	4b	0,93	1,37	0,83	-	-	-
Parker et al. (1997)	4d	1,15	1,75	0,71	-	-	-
	4e	0,99	1,50	0,75	-	-	-
	4f	0,98	1,47	0,88	-	-	-
	5a	1,02	0,62	-	-	-	-
	5b	0,98	0,62	-	-	-	-
	5c	0,90	0,58	-	-	-	-
Parker et al. (1997)	5d	1,10	0,67	-	-	-	-
	5e	1,24	0,79	-	-	-	-
	5f	1,22	0,79	-	-	-	-
Paulay et al. (1981)	1	0,76	0,94	-	1,23	1,65	0,59
	2	1,11	1,25	-	1,78	2,08	0,90

Tabella 4. Confronto sperimentale con il campione di 61 risultati di laboratorio.

- $V_{n,H-L}$, $V_{n,P-M}$: taglio resistente del nodo calcolato attraverso le procedure proposte rispettivamente da *Hwang e Lee (1999)* e da *Park e Mosalam (2012)*;
- $V_{n,d}$: taglio resistente del nodo calcolato attraverso l'eq. (3.123);
- $V_{n,EC08}$, $V_{n,ACI}$: taglio resistente del nodo calcolato attraverso le espressioni indicate rispettivamente da *Eurocodice 8 (2004)* e *ACI Code 318-11 (2011)*.

Bibliografia

ACHARYA K.; *Building damage patterns in Kathmandu Valley due to 25th April Earthquake*, Report, EERI Earthquake Clearinghouse, 2015.

ACI COMMITTEE 318; *Building code requirements for structural concrete and commentary*, ACI 318M-11, Farmington Hills MI, American Concrete Institute, 2011.

ANSYS Inc.; *ANSYS Mechanical APDL Element Reference*, Canonsburg, PA, 2013.

ANSYS Inc.; *ANSYS Mechanical APDL Theory Reference*, Canonsburg PA, 2013.

BATHE K.; *Finite Element Procedure*, Englewood Cliffs NJ, USA, Prentice-Hall, 1996.

BETTI M., GALANO L.; *Seismic Abalysis of historic Masonry Buildings: The Vicarious Palace in Pescia (Italy)*, Buildings, pp. 63-82, 2012.

BETTI M., VIGNOLI A.; *Modelling and analysis of a Romanesque church under earthquake loading: Assessment of seismic resistance*, Engineering Structures, N°30, pp. 352-367, 2008.

BOOTH E., FENWICK R.; *Concrete Structures in Earthquake Regions: Design and Analysis*, Harlow, UK, Longman Scientific and Technical, 1994.

CATTARI S., CURTI E., GALASCO A., RESEMINI S.; *Analisi sismica lineare e non lineare degli edifici in muratura*, Sistemi editoriali Se., 2005.

CEN C.E.; UNI EN 1998-1, *Eurocode 8: design of structures for earthquake resistance - Part 1: General rules, seismic actions and rules buildings*, 2004.

CHOUDHURY T., MILANI G., ACITO M., CHESI C., DI FRANCESCO C., CARABELLESE I., DE SIMONE V.; *Damage survey and structural assessment of the Rosario Church in Finale Emilia after the may 2012 earthquake in Emilia-Romagna, Italy*, SAHC2014 - 9th International Conference on Structural Analysis of Historical Constructions, Mexico city, Mexico, F.Pena & M. Chavez eds, October 2014.

CHUL CHUN S., HO LEE S., KANG T., OH B., WALLACE J.; *Mechanical Anchorage in Exterior Beam-Column Joints Subjected to Cyclic Loading*, ACI Structural Journal, V.104, N°1, pp. 102-111, 2007.

CLEMENTE P., DE STEFANO A.; *Adeguamento sismico di edifici d'interesse storico e artistico. Stato dell'arte e nuove proposte*, Ingenio, Dicembre 2015.

CLYDE C., PANTELIDES C.P., REAVELEY L.D.; *Performance-based evaluation of reinforced concrete building exterior joints for seismic excitation*, Earthquake Spectra, V.18, N°3, pp. 449–480, 2002.

CNR 10018, *Apparecchi di appoggio per le costruzioni*, Bollettino, 1999.

COMITÈ EURO-INTERNATIONAL DU BÈTON; *CEB-FIP Model Code 190*, Bulletin d'Information No. 213/214, London, UK, Thomas Telford, 1993.

CORRADI DELL'ACQUA L.; *Meccanica delle Strutture 1*, Milano, McGraw-Hill, 2010.

CSI Inc.; *CSI Analysis Reference Manual*, Berkeley, CA, 2013.

C.S.LL.PP; Circolare n°617, *Istruzioni per l'applicazione delle "Norme tecniche per le costruzioni" di cui al D.M. 14 gennaio 2008*, 2 febbraio 2009.

DAS A., DEB S.K., DUTTA A.; *Shake table testing of un-reinforced brick masonry building test model isolated by U-FREI*, Earthquake Engineering & Structural Dynamics, Wiley, September 2015.

DAVIS R., SELVADURAI A.; *Plasticity and Geomechanics*, Cambridge University Press., 2002.

DOGLIONI F.; *Codice di pratica (linee guida) per la progettazione degli interventi di riparazione, miglioramento sismico e restauro dei beni architettonici danneggiati dal terremoto umbro-marchigiano del 1997*, Regione Marche, 29 Settembre 2000.

DOLCE M., PONZO F., DI CESARE A., ARLEO G.; *Progetto di Edifici con Isolamento Sismico*, Pavia, IUSS Press., 2010.

DRUCKER D., PRAGER W.; *Soil mechanics and plastic analysis or limit design*, Quarterly of Applied Mathematics, V.10, N°2, Brown University, pp. 157-165, 1952.

EHSANI M.R., MOUSSA A.E., VALLENILLA C.R.; *Comparison of inelastic behavior of reinforced ordinary and high-strength concrete frames*, ACI Structural Journal, V.84, N°2, pp. 161–169, 1987.

EHSANI M.R., WIGHT J.K.; *Exterior reinforced concrete beam-to-column connections subjected to earthquake-type loading*, ACI Journal, V.82, N°4, pp. 492–499, 1985.

FUJII S., MORITA S.; *Comparison between interior and exterior RC beam–column joint behavior*, Design of beam–column joints for seismic resistance. Farmington Hills, American Concrete Institute, pp. 145–165, 1991.

- GIUFFRÈ A.; *Sicurezza e conservazione dei centri storici in zona sismica. Il caso di Ortigia*, Laterza, 1993.
- GURRIERI; *Manuale per la riabilitazione e ricostruzione post sismica degli edifici*, DEI – Tipografia del Genio Civile, Roma, 1999.
- HAKUTO S., PARK R., TANAKA H.; *Seismic Load Tests on Interior and Exterior Beam-Column Joints with Substandard Reinforcing Details*, ACI Structural Journal, V.97, N°1, pp. 11-25, 2000.
- HSU T.T.C.; *Unified Theory of Reinforced Concrete*, CRC Press, Boca Raton, FL, 1993.
- HWANG S., LEE H.; *Analytical Model for Predicting Shear Strengths of Exterior Reinforced Concrete Beam-Column Joints for Seismic Resistance*, ACI Structural Journal, V.96, N°5, pp. 846-857, 1999.
- JENNEWEIN M., SCHAFER K.; *Standardisierte Nachweise von häufigen D-Bereichen*, DAfStb, Heft No.430, 1992.
- KAKU T., ASAKUSA H.; *Ductility estimation of exterior beam-column subassemblages in reinforced concrete frames*, Design of beam-column joints for seismic resistance, Farmington Hills, American Concrete Institute, pp. 167–185, 1991.
- KELLY J.M.; *Earthquake-Resistant Design with Rubber*, Springer-Verlag, 1996.
- KELLY J.M.; *Seismic Isolation Systems for Developing Countries*, Earthquake Spectra, V.18, N°3, pp. 385-406, 2002.
- KONSTANTIDINIS D., KELLY J.M.; *Advances in low-cost seismic isolation with rubber*, 10th NCEE, Anchorage, Alaska, 2014.
- KOSSA A.; *Analytical strain solution for the Drucker-Prager elastoplasticity model with linear isotropic hardening*, Mechanical Engineering, V.56, N°1, pp. 27-31, 2012.
- KRABBENHOFT K.; *Basic Computational Plasticity*, Technical University of Denmark, 2002.
- KUANG J.S., WONG H.F.; *Effects of beam bar anchorage on beam-column joint behavior*, Structures & Buildings, V.159, N°SB2, pp. 115–124, 2006.
- LEE D.L.N., WIGHT J.K., HANSON R.D.; *RC beam-column joints under large load reversals*, Journal of the Structural Division, ASCE, V.103, N°ST12, pp. 2337–2350, 1977.
- LEHMAN D.E., MOEHLE J.P.; *Seismic Performance of Well-Confined Concrete Bridge Columns*, PEER Report 1998/01, Berkeley, CA, 2000.

- MACCHI G., MAGENES G.; *Le strutture in muratura*, V.3, UTET, 2002.
- MAGLIULO G., PENTANGELO V., MANFREDI G.; *Il danneggiamento delle controsoffittature a seguito del terremoto dell'Aquila dell'aprile 2009*, Rapporto V 1.00, Università di Napoli "Federico II", 2009.
- MARTELLI A., FORNI M., CLEMENTE P.; *Recent Worldwide Application of Seismic Isolation and Energy Dissipation and conditions for Their Correct Use*, 15th WCEE, Lisboa, 2012.
- MEGGET L.M.; *Cyclic behaviour of exterior reinforced concrete beam-column joints*, Bulletin of the New Zealand National Society for Earthquake Engineering, V.7, N°1, pp. 27-47, 1974.
- MILANO L., MANNELLA A., MORISI C., MARTINELLI A.; *Schede illustrative dei principali meccanismi di collasso locali negli edifici esistenti in muratura e dei relativi modelli cinematici di analisi*, Dipartimento della Protezione Civile – ReLUIS, Doppiavoce Edizioni, 2011.
- MIN.LL.PP.; D.M. 14 gennaio 2008, "Norme Tecniche per le Costruzioni", 2008.
- MOUSSALI A., PAULETTA M., DI LUCA D.; *Restauro Sismico Conservativo. Storia, tecnica e sostenibilità economica dell'isolamento sismico alla base*, In *Scienza e Beni Culturali XXX*, pp. 469-480, 2014.
- NEWMARK N.; *Method of Computation for Structural Dynamics*, ASCE Journal of Engineering Mechanics Division, N°.85, pp. 67-94, 1959.
- NIENHUYS S.; *Reinforced Concrete Construction Failures Exposed by Earthquakes*, Report, May 2010.
- OPCM n.3274 del Presidente del Consiglio dei Ministri; *Primi elementi in materia di criteri generali per la classificazione sismica del territorio nazionale e normative tecniche per le costruzioni in zona sismica*, Gazzetta Ufficiale della Repubblica Italiana, N°105, maggio 2003.
- PANTELIDES C.P., HANSEN C.P., NADAULD J., REAVELEY L.D.; *Assessment of reinforced concrete building exterior joints with substandard details*, PEER Report 2002/18, Berkeley, 2002.
- PARK S., MOSALAM K.; *Experimental and Analytical Studies on Reinforced Concrete Buildings with Seismically Vulnerable Beam-Column Joints*, PEER Report 201203, University of California, pp. 149-159, October 2012.

- PARK Y., WEN Y., ANG A.S.; *Random Vibration of Hysteretic Systems under Bi-Directional Ground Motions*, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, N°14, 1986.
- PARKER D.E., BULLMAN P.J.M.; *Shear strength within reinforced concrete beam-column joints*, the Structural Engineer, V.75, N°4, pp. 53–57, 1997.
- PAULAY T., PRIESTLEY M.; *Seismic Design of Reinforced Concrete and Masonry Buildings*, John Wiley & Sons, Inc., 1992.
- PAULAY T., SCARPAS A.; *Behavior of exterior beam-column joints*, Bulletin of the New Zealand National Society for Earthquake Engineering, V.14, N°3, pp. 131–144, 1981.
- QAMARRUDDIN M.; *A state-of-the-art review of seismic isolation scheme for masonry buildings*, ISET Journal of Earthquake Technology, V.35, N°4, pp. 77-93, December 1998.
- RAJAKUMAR C., ROGERS C.; *The Lanczos Algorithm Applied to Unsymmetric Generalized Eigenvalue Problems*, International Journal for Numerical Method in Engineering, N°32, pp. 1009-1026, 1991.
- RUSSO G., VENIR R., PAULETTA M.; *Reinforced Concrete Deep Beams - Shear Strength Model and Design Formula*, ACI Structural Journal, V.102, N°3, pp. 429-437, 2005.
- RUSSO G., VENIR R., PAULETTA M., SOMMA G.; *Reinforced Concrete Corbels - Shear Strength Model and Design Formula*, ACI Structural Journal, V.103, N°1, pp. 3-10, 2006.
- SCHÄFER K.; *Strut-and-Tie Models for Design of Structural Concrete. Notes of Workshop*, Tainan, Taiwan, National Cheng Kung University, 1996.
- SKINNER R.I., ROBINSON W.H., McVERRY G.H.; *An introduction to seismic isolation*, Wiley, 1992.
- SORACE S., TARENZI G.; *Analisi sismica di edifici storici in muratura mediante modelli globalmente non lineari*, Workshop on design for rehabilitation of masonry structures, pp. 302-313, Firenze, Edizioni Polistampa, 2011.
- TOOPCHI-NEZHAD H., TAIT M., DRYSDALE R.; *Testing and modeling of square carbon fiber-reinforced elastomeric seismic isolators*, Structural Control and Health Monitoring, N°15, pp. 876-900, 2008.

TOOPCHI-NEZHAD H., TAIT M., DRYSDALE R.; *Shake table study on an ordinary low-rise building seismically isolated with SU-FREIs (stable unbonded-fiber reinforced elastomeric isolators)*, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, N°38, pp. 1335-1357, 2009.

TOOPCHI-NEZHAD H., TAIT M., DRYSDALE R.; *Bonded versus unbonded strip fiber reinforced isolators: Finite element analysis*, Composite Structures, V.93, N°2, pp. 850-859, 2011.

TSAI H., KELLY J.; *Stiffness Analysis of Fiber-Reinforced Rectangular Seismic Isolators*, Journal of Engineering Mechanics, ASCE, V.128, N°4, pp. 462-470, April 2002.

TSAI H., KELLY J.; *Buckling load of seismic isolators affected by flexibility of reinforcement*, International Journal of Solids and Structures, N°42, pp. 255-269, Elsevier, 2005.

UANG C.M., ELGAMAL A., LI W.S., CHOU C.C.; *Ji-Ji Taiwan Earthquake of September 21, 1999: A Brief Reconnaissance Report*, San Diego, University of California, 1999.

WALLACE J., McCONNELL S., GUPTA P., COTE P.; *Use of headed Reinforced in Beam-Column Joints to Earthquake Loads*, ACI Structural Journal, V.95, N°5, pp. 590-605, 1998.

WILLAM K., WARNKE E.; *Constitutive Model for the Triaxial Behaviour of Concrete*, Proceedings of the international Association for Bridges and Structural Engineering, N°19, pp. 1-30, 1975.

WILSON E.; *Three Dimensional Static and Dynamic Analysis of Structures*, Berkeley, CSi Inc., 1995.

WILSON E., YUAN M., DICKENS J.; *Dynamic analysis by direct superposition of Ritz vectors*, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, N°10, pp. 813-821, 1982.

ZHANG L., HSU T.; *Behaviour and analysis of 100 MPa concrete membrane elements*, Journal of Structural Engineering, ASCE, V.124, N°1, pp. 24-34, 1998.

ZHANG L., JIRSA J.O.; *A Study of Shear Behavior of Reinforced Concrete Beam-Column Joints*, PMFSEL Report No. 82-1, Austin, University of Texas, 1982.

ZUCCARO G.; PAPA F.; *CD Multimediale MEDEA – Manuale di Esercitazione sul Danno Ed Agibilità per edifici ordinari in muratura*, CAR Progetti srl per SSN - Protezione Civile, Ottobre 2001.

Tesi di Laurea e di Dottorato

ALAMEDDINE F.; *Seismic design recommendation for high-strength concrete beam-to-column connections*, University of Arizona, USA, 1990.

BUTTAZZI G.; *Resistenza a taglio di nodi trave-pilastro in c.a.: formulazione teorica e risultati sperimentali su nodi rinforzati*, Università degli Studi di Udine, 2007.

CANNIZZARO F.; *Un nuovo approccio di modellazione della risposta sismica degli edifici storici*, Università degli Studi di Catania, 2011.

CESCUTTI A.; *Dimensionamento e modellazione con elementi non lineari di isolatori fibrorinforzati non ancorati alla struttura*, Università degli Studi di Udine, 2013.

CORTESIA A.; *Comportamento teorico e sperimentale di un isolatore elastomerico rinforzato con tessuti in fibra di carbonio*, Università degli Studi di Udine, 2007.

DE POI S.; *Prove di qualificazione su isolatori elastomerici rinforzati con tessuto in fibra di carbonio quadri-direzionale e identificazione dei legami costitutivi*, Università degli Studi di Udine, 2008.

GALLINA N.; *Prove di qualificazione di isolatori rinforzati con tessuti in fibra di carbonio e analisi dell'aderenza con la struttura in c.a.*, Università degli Studi di Udine, 2008.

MOUSSALLI A.; *Isolamento sismico alla base per edifici esistenti di interesse storico, architettonico e culturale*, Università degli Studi di Udine, 2014.

PASCHINI A.; *Analisi di isolatori sismici elastomerici rinforzati con tessuti in fibra di carbonio*, Università degli Studi di Udine, 2007.

PETRI E.; *Modellazione mediante elementi finiti a fratturazione diffusa di un edificio storico in muratura*, Università degli Studi di Udine, 2011.

VOLLUM R.; *Design and Analysis of reinforced concrete beam-column joints*, Imperial College of Science Technology and Medicine, University of London, 1998.

ZUCCHIATTI S.; *Procedure di progetto per isolatori fibro-rinforzati e modellazione di edifici isolati con tali dispositivi*, Università degli Studi di Udine, 2008.